

НАЧАЛЬНЫЕ СТАДИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВЗРЫВА ПРОВОДНИКА В LC -КОНТУРЕ

Л. С. Герасимов, А. И. Пинчук, Ю. А. Стукалин

(Новосибирск)

Введение. Исследованию явления электрического взрыва проводника (ЭВП) посвящено большое количество работ, предложено несколько моделей для объяснения его физического механизма (например, [1—8]). Сам факт отсутствия единой общепринятой точки зрения говорит о том, что в явлении ЭВП еще не все ясно. Однако представляется бесспорным, что суть явления ЭВП есть конкуренция двух процессов: разрушения проводника как целого и связанной с этим потери электропроводности, с одной стороны, и выделения в нем джоулева тепла, с другой. При этом сам механизм разрушения определяется скоростью ввода энергии. При очень малой скорости ввода разрушение проводника происходит после его плавления вследствие развития МГД-неустойчивостей. Этот процесс сравнительно медленный (несколько сотен микросекунд). Если ввести в проводник энергию, соответствующую точке его равновесного кипения (или даже большую), за существенно меньшее время, то появятся новые (более быстрые) факторы разрушения. Таким фактором в работах [1—3] является взрывное объемное вскипание перегретой жидкости. В МГД-модели [4] потеря электропроводности связывается с образованием перетяжек, разрывающихся жидкий проводник на отдельные диски (страты). В [5] предложена модель поверхностных волн испарения, бегущих от периферии взрывающегося проводника (ВП) к его центру. Каждый из этих процессов имеет свое характерное время. При еще большей скорости нагрева можно ввести в проводник энергию, достаточную для его полного испарения (или даже энергию, соответствующую критическому состоянию), раньше, чем успеет проявиться любой из факторов [1—5]. Для этого случая ЭВ предложена модель «металлизированной» плазмы [6]. При высоких скоростях нарастания тока и значительных диаметрах проводника возможен (в принципе) режим взрыва скин-слоя [7]. В работе [8] задача ЭВП решена на основе уравнения состояния меди. При таком подходе плотность (следовательно, и проводимость) металла ВП при заданной удельной энергии тем больше, чем выше скорость ввода.

Из сказанного ясно, что момент ЭВ и его физический механизм определяются скоростью ввода энергии. В [3] наблюдалось изменение характера ЭВ в зависимости от скорости нагрева жидкой фазы. В данной работе ставится задача определения этой скорости из начальных условий эксперимента.

1. Модель квазистатического нагрева (КСН). Эта модель является простейшей и основана на том, что сопротивление проводника определяется только величиной энергии, введенной в него за счет джоулева нагрева. Из нее исходит работа [9], где найдено аналитическое решение для тока и сопротивления ВП. Это решение, однако, пригодно лишь для твердой фазы и для времени меньше четверти периода разрядного тока. Та же модель использована в [10] для вывода уравнений, описывающих твердую стадию и плавление. Все стадии ЭВП можно рассчитать по модели [8] путем численного интегрирования уравнений гидродинамики. В данной работе найдена относительная (в долях от периода LC -контура) продолжительность трех начальных стадий: твердой, переходной (плавление) и жидкой (нагрев расплава до точки кипения (ТК) в функции от двух безразмерных параметров (добротности q и начальной энергии Q_0^*). Зная период контура T , можно перейти от относительной продолжительности к размерной, т. е. определить скорость ввода энергии, а это уже позволяет определить, в какой (примерно) момент времени и каким фактором будет нарушена модель КСН при данных начальных условиях. Точное определе-

ние момента нарушения модели КСН в каждом конкретном случае должно производиться экспериментально. При одних и тех же значениях q и Q_0^* это нарушение может наступать на разных стадиях в зависимости от T : начиная с момента непосредственно за точкой плавления (при больших T) и кончая временем за ТК, что соответствует перегреву расплава (при малых T). До момента нарушения модель КСН дает примерное описание начальных стадий ЭВП и позволяет весьма просто провести их расчет до осуществления эксперимента. Эта возможность также представляется практически важной, так как к настоящему времени известно два метода расчета ЭВП [8, 11], однако первый достаточно сложен, а второй описывает лишь заключительную стадию.

2. Уравнения и безразмерные критерии процесса КСН. Процесс КСН проводника в LC -контуре описывается уравнениями

$$U_c = Li' + ri, \quad U_c = U_0 - \frac{1}{C} \int_0^t idt, \\ r = r_0 f(Q), \quad Q' = ri^2,$$

где U_c — напряжение на конденсаторе; $U_0 = U_c|_{t=0}$; i — ток в цепи; L — суммарная индуктивность контура и проводника (считаем ее постоянной); r — сопротивление ВП (сопротивление контура принято равным нулю); $r_0 = r|_{t=0}$; Q — поглощенная проводником энергия; штрих означает дифференцирование по времени. Введем в рассмотрение безразмерные величины: аргумент $\tau = t/\sqrt{LC}$, функции $i^* = i/i_0$, $U^* = U_c/U_0$, $r^* = r/r_0$ (безразмерная функция, определяющая рост сопротивления с энергией) и два параметра $q = \rho/r_0$ (добротность) и $Q_0^* = \beta CU_0^2/(2m)$ (начальная энергия), здесь $i_0 = U_0/\rho$, $\rho = \sqrt{L/C}$, β — тепловой коэффициент сопротивления проводника в твердой стадии, m — масса проводника.

Тогда система уравнений приводится к виду

$$(2.1) \quad di^*/d\tau = U^* - (1/q)r^*i^*;$$

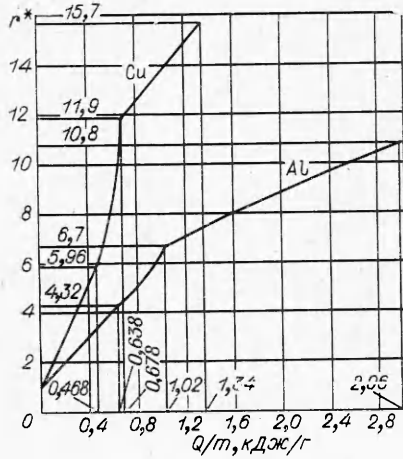
$$(2.2) \quad dU^*/d\tau = -i^*;$$

$$(2.3) \quad dr^*/d\tau = F(r^*)r^*i^{*2}.$$

Уравнение (2.3) получено дифференцированием r^* по времени с переходом к безразмерным величинам и введением обозначения $F(r^*) = r_0 i_0^2 \sqrt{LC} r^{*'} (поскольку Q выражается через r^* из равенства r^* = f(Q))$. Зависимости $r^*(Q)$ для металлов Cu и Al, построенные в соответствии с данными [12], приведены на фиг. 1. Численное интегрирование уравнений (2.1)—(2.3) выполнено на ЭВМ. Для твердой и переходной стадий использовался модифицированный метод Эйлера с итерационной обработкой каждого значения функции. Для жидкой стадии использован программный комплекс КЕССА, предназначенный для анализа электронных схем и реализующий неявный метод интегрирования [13]. Условием прекращения счета являлось достижение такого значения r^* , которое соответствует концу данной стадии.

3. Нагрев твердой фазы до точки плавления. Пренебрегая несущественным (в пределах 2%) влиянием изменения размеров проводника с температурой на величину сопротивления, для $f(Q)$ получаем выражение

$$r^* = 1 + \beta Q/m,$$



Ф и г. 1

где $\beta = \alpha/c_p$ — тепловой, а α — температурный коэффициенты сопротивления, c_p — удельная теплоемкость металла (средняя для температурного интервала твердой стадии). Имеем

$$F(r^*) = r_0 i_0^2 \sqrt{LC} \frac{\beta}{m} = 2 \frac{Q_0^*}{q},$$

$$(3.1) \quad \frac{dr^*}{d\tau} = 2 \frac{Q_0^*}{q} r^{*2}.$$

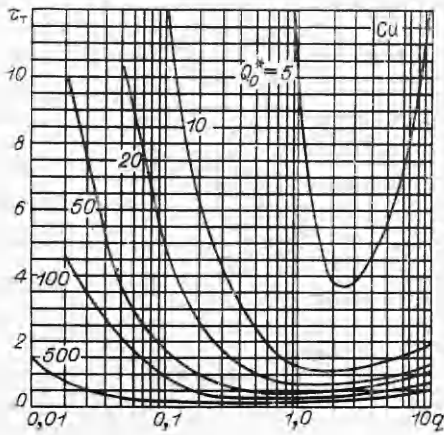
Из уравнений (2.1)–(2.3) и (3.1) видно, что процесс определяется двумя безразмерными критериями q и Q_0^* . Безразмерная длительность твердой стадии τ_T , найденная в результате численного интегрирования уравнений (2.1), (2.2) и (3.1) для Cu и Al, представлена в функции от q и Q_0^* на фиг. 2, 3.

Минимум τ_T (т. е. максимум средней мощности джоулева тепла) зависит от Q_0^* и лежит в интервале от $q = 0,2$ до $q = 2$. Иными словами, мощность максимальна в том случае, когда сопротивление ВП по порядку величины равно волновому сопротивлению контура.

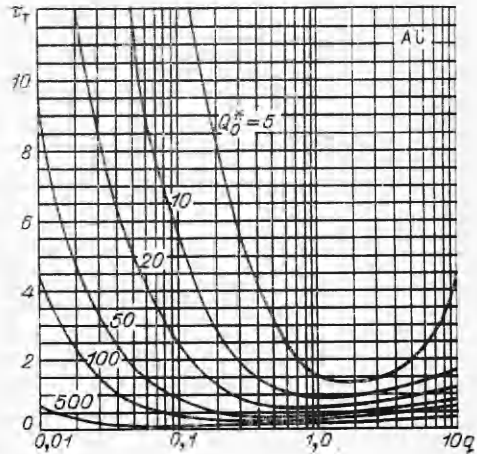
4. Плавление. Принимая модель поверхностного плавления и считая твердую и жидкую фазы параллельно включенными проводниками, получим для сопротивления

$$(4.1) \quad r^* = r_T^* \left\{ 1 - \left[1 - \frac{\rho_T}{\rho_{ж}} \left(1 + \frac{\Delta V}{V} \right) \right] \frac{Q}{L_{п} m} \right\}^{-1},$$

где $r_T^* = r_T/r_0$, r_T — сопротивление твердого проводника в точке плавления; ρ_T и $\rho_{ж}$ — удельные сопротивления фаз в точке плавления; $L_{п}$ и $\Delta V/V$ — удельная теплота и относительное увеличение объема при фазо-



Ф и г. 2



Ф и г. 3

вом переходе; Q — тепло, выделившееся на стадии плавления. Из (4.1) находим

$$F(r^*) = 2 \frac{Q_0^*}{qr_T^* \beta L_{\text{пл}}} \left[1 - \frac{\rho_T}{\rho_{\text{ж}}} \left(1 + \frac{\Delta V}{V} \right) \right] r^{*2},$$

$$(4.2) \quad \frac{dr^*}{d\tau} = 2 \frac{Q_0^*}{qr_T^* \beta L_{\text{пл}}} \left[1 - \frac{\rho_T}{\rho_{\text{ж}}} \left(1 + \frac{\Delta V}{V} \right) \right] r^{*3} i^{*2}.$$

Для Cu $r_T^* = 5,96$, $\rho_T/\rho_{\text{ж}} = 0,48$, $L_{\text{пл}} = 0,21$ кДж/г, $\Delta V/V = 4,5\%$, $\beta = 10,5$ г/кДж,

$$r^* = \frac{5,96}{1 - 2,37Q/m} (Q/m, \text{ кДж/г}),$$

$$\frac{dr^*}{d\tau} = 0,076 \frac{Q_0^*}{q} r^{*3} i^{*2}.$$

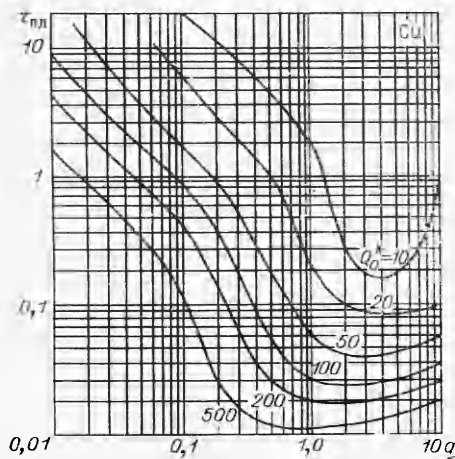
Для Al $r_T^* = 4,32$, $\rho_T/\rho_{\text{ж}} = 0,61$, $L_{\text{пл}} = 0,38$ кДж/г, $\Delta V/V = 6,6\%$, $\beta = 5,2$ г/кДж,

$$r^* = \frac{4,32}{1 - 0,92Q/m}, \quad \frac{dr^*}{d\tau} = 0,082 \frac{Q_0^*}{q} r^{*3} i^{*2}.$$

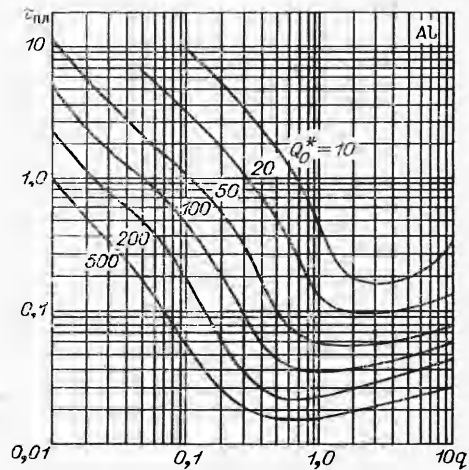
Интегрированием уравнений (2.1), (2.2) и (4.2) определялась продолжительность стадии плавления $\tau_{\text{пл}}$ в функции добротности q и начальной энергии Q_0^* (фиг. 4,5).

5. Нагрев жидкой фазы до точки кипения. На этой стадии влияние температурного изменения размеров ВП существенно. Будем считать, что длина проводника неизменна, а увеличение объема осуществляется за счет поперечного сечения, тогда выражение для r^* можно записать в виде

$$r^* = r_{\text{ж}}^* \left(1 + \frac{\beta_0/\beta_V - 1}{1 + \beta_V Q/m} \right).$$



Фиг. 4



Фиг. 5

где $\beta_p = \alpha_p/c_p$; $\beta_v = \alpha_v/c_p$; $r_{ж}$ — сопротивление жидкого проводника в точке плавления; α_v — коэффициент объемного расширения жидкой фазы; α_p — температурный коэффициент ρ .

Отсюда

$$(5.1) \quad \begin{aligned} F(r^*) &= 2 \frac{Q_0^* \beta_v}{q} \frac{r_{ж}^*}{\beta_p/\beta_v - 1} \left(\frac{\beta_p}{\beta_v} - \frac{r^*}{r_{ж}^*} \right)^2, \\ \frac{dr^*}{d\tau} &= 2 \frac{Q_0^* \beta_v}{q} \frac{r_{ж}^*}{\beta_p/\beta_v - 1} \left(\frac{\beta_p}{\beta_v} - \frac{r^*}{r_{ж}^*} \right)^2 r^{*i*2}. \end{aligned}$$

Для Cu $r_{ж}^* = 11,9$, $\beta_p = \frac{\alpha_p}{c_p} = \frac{0,38 \cdot 10^{-3}}{0,47 \cdot 10^3} = 0,81$ г/кДж,

$$\beta_v = \frac{\alpha_v}{c_p} = \frac{1,28 \cdot 10^{-4}}{0,47 \cdot 10^3} = 0,272$$
 г/кДж,

$$r^* = 11,9 \left(1 + \frac{1,98}{1 + \frac{1}{0,272Q/m}} \right),$$

$$\frac{dr^*}{d\tau} = 0,311 \frac{Q_0^*}{q} \left(2,98 - \frac{r^*}{11,9} \right)^2 r^{*i*2}.$$

Для Al $r_{ж}^* = 6,7$, $\beta_p = \frac{0,53 \cdot 10^{-3}}{1,08 \cdot 10^3} = 0,49$ г/кДж,

$$\beta_v = \frac{1,2 \cdot 10^{-4}}{1,08 \cdot 10^3} = 0,111$$
 г/кДж,

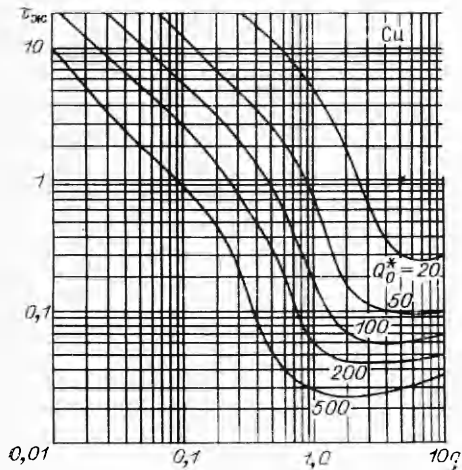
$$r^* = 6,7 \left(1 + \frac{3,41}{1 + \frac{1}{0,111Q/m}} \right),$$

$$\frac{dr^*}{d\tau} = 0,084 \frac{Q_0^*}{q} \left(4,41 - \frac{r^*}{6,7} \right) r^{*i*2}.$$

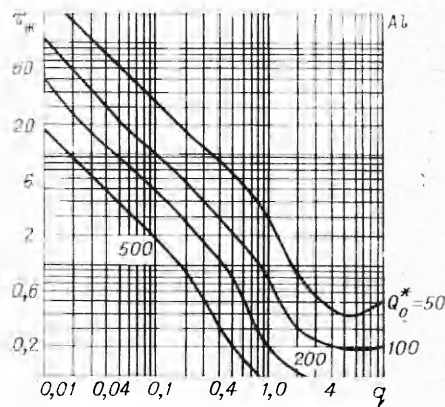
Здесь $\alpha_v = 1,28 \cdot 10^{-4}$ 1/°С для Cu взято из работы [10], а $\alpha_v = 1,2 \cdot 10^{-4}$ 1/°С для Al вычислено из данных [14] по зависимости плотности жидкого Al от температуры. Продолжительность жидкой стадии $\tau_{ж}$, найденная интегрированием (2.1), (2.2) и (5.1), показана на фиг. 6, 7.

6. Отклонения начальных стадий ЭВП от модели КСН. Отклонения возникают как при слишком быстром, так и слишком медленном вводе энергии. В первом случае они связаны с появлением температурных градиентов по сечению ВП из-за потока тепла к границе раздела фаз во время плавления. Согласно [15], величина отклонения определяется отношением δ^2 времени релаксации температуры h_0^2/χ к времени фазового перехода при КСН $L_{п}n/(j_{п}^2\rho_{п})$, где h_0 — толщина фольги; χ — температуропроводность; n — удельная плотность; $j_{п}^2$ и $\rho_{п}$ — средние (для стадии плавления) значения квадрата плотности тока и удельного сопротивления. В [15] показано, что при $\delta^2 = 1,9$ процесс весьма близок к КСН ($\delta^2 \rightarrow 0$), а при $\delta^2 = 30$ мало отличается от предельного ($\delta^2 \rightarrow \infty$). Предельно быстрый ввод энергии соответствует тому, что зависимость относительного сопротивления ВП r^* от Q/m на «стадии плавления»* становится линейной

* В этом случае плавления не происходит, несмотря на достаточную величину введенной энергии, так как вещество не успевает расшириться и уменьшить свою плотность. Такое состояние «перегретого кристалла» является метастабильным.



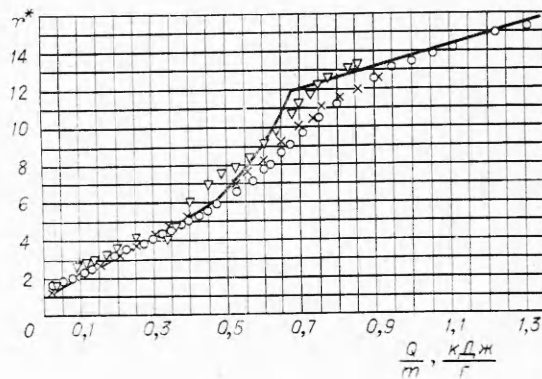
Ф и г. 6



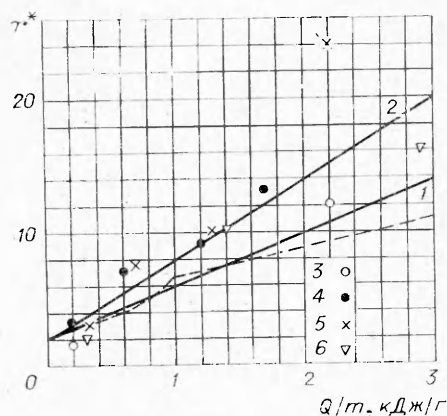
Ф и г. 7

и является продолжением линейной зависимости для твердой стадии. Поскольку зависимость r^* от Q/m для Al на стадии плавления (см. фиг. 1) слабо отклоняется от линейного участка, соответствующего твердой стадии, в этом случае скорость ввода энергии не будет оказывать существенного влияния на процесс до ТК. Это подтверждается сопоставлением расчетных и экспериментальных данных, приведенных в [16]: при достаточно быстром вводе энергии кривые $r^*(Q/m)$ различаются несущественно. Для Cu это влияние должно быть сильнее, но, как видно из фиг. 1, при средних значениях скорости ввода ($\delta^2 \cong 15$) следует ожидать отклонений от модели КСН $\sim 16\%$. Кроме того, смещение кривой $r^*(Q/m)$ вниз от КСН за счет отличной от нуля скорости ввода энергии должно в некоторой мере компенсироваться смещением вверх за счет неустойчивости границы раздела фаз [15]. На фиг. 8 представлены расчетные (по модели КСН) и экспериментальные результаты для Cu вплоть до ТК. Осуществлялся ЭВ фольги толщиной $43 \cdot 10^{-6}$ м в LC-контуре с периодом $T = 6,7 \cdot 10^{-6}$ с. Расчетная кривая построена по начальным данным, экспериментальные точки получены обработкой осциллограмм тока и падения напряжения на фольге. Видно, что наибольшие отклонения от модели КСН действительно наблюдаются в переходной стадии; в твердой и жидкой стадиях расхождение невелики.

Отклонения от модели КСН при медленном вводе энергии связаны с развитием изгибных МГД-неустойчивостей [3, 4] и с неравномерностью нагрева проводника до ТК из-за наличия в нем неоднородностей структурного и механического происхождения [3]. Эти неоднородности могут приводить к локальному объемному плавлению и парообразованию и,



Ф и г. 8



Ф и г. 9

как отмечено в [16], имеют тенденцию роста поперек линий тока. На фиг. 9 представлены зависимости $r^*(Q/m)$ для алюминиевой фольги толщиной 10^{-5} м, соответствующие достижению ТК за время 0,9 и 1,5 мкс (кривые 1, 2 соответственно). Эти кривые получены осреднением по серии экспериментов при одних и тех же условиях. Разброс данных был в пределах точности измерений ($\sim 10\%$). Чем меньше скорость ввода энергии, тем больше разброс данных. На фиг. 9 точками 3—6 отмечены четыре различных эксперимента при одних и тех же условиях. Резкое возрастание сопротивления происходило до достижения ТК в момент времени $t \cong 13$ мкс и отмечалось

характерным всплеском на осциллограмме напряжения. Из этих экспериментов видно, что чем медленнее вводится энергия, тем в большей мере сопротивление ВП определяется развитием неоднородностей. А так как начальные неоднородности и их развитие имеют, по-видимому, случайный характер, то и разброс экспериментальных данных усиливается.

Третьим фактором, который может вызывать отклонения от модели КСН, является скин-эффект. Известно, что скин-эффект практически не проявляется при условии $d \ll \delta_c$, где d — диаметр (или толщина) проводника, а $\delta_c = \sqrt{2/(\sigma\mu\omega)}$ — толщина скин-слоя. В обычных экспериментах по ЭВП это условие выполняется [4].

Авторы выражают благодарность А. П. Байкову и А. Ф. Шестаку за любезно предоставленные экспериментальные данные, а также Ю. В. Бондаренко за помощь в вычислениях.

Поступил 2 XII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Чейс В. Краткий обзор исследований по взрывающимся проволочкам. — В кн.: Взрывающиеся проволочки. М., ИЛ, 1963.
2. Мартынюк М. М. Роль испарения и кипения жидкого металла в процессе электрического взрыва проводника. — ЖТФ, 1974, т. 44, вып. 6.
3. Гревцев Н. В., Золотухин В. Д., Кашуришков Ю. М., Лягунин В. А., Махорин Б. И. О характере вскипания меди при импульсном нагреве проходящим током. — ТВТ, 1977, т. 15, № 2, с. 362.
4. Абрамова К. Б., Златин А. А., Перегуд Б. П. МГД-неустойчивости жидких и твердых проводников. Разрушение проводников электрическим током. — ЖЭТФ, 1975, т. 69, вып. 6(12), с. 2007.
5. Bennett F. D., Kahl A. D., Wedemeyer E. H. Resistance changes caused by vaporization waves in exploding wires. — In: Exploding Wires. Vol. III. N. Y., Plenum Press, 1964.
6. Гольдин В. Я., Калигин Н. И. Электрический взрыв проволочки. Препринт ИЦМ АН СССР, 1970.
7. Лев М. Л., Соколинская Г. А. Волна тока при нелинейной диффузии электромагнитного поля в цилиндрический проводник. — ЖТФ, 1976, т. 46, вып. 8.
8. Бакулин Ю. Д., Куропатенко В. Ф., Лучинский А. В. Магнитогидродинамический расчет взрывающихся проводников. — ЖТФ, 1976, т. 46, вып. 9, с. 1963.
9. Hobson A., Manka C. R. Premelt variation of current, temperature, and resistance in exploding wires. — «J. Appl. Phys.», 1966, vol. 37, N 4, p. 1897.

10. Столович Н. Н., Максимов В. Г., Мнищкая Н. С. Об одной упрощенной модели начальной стадии электрического взрыва медного проводника.— ЖТФ, 1974, т. 44, вып. 10, с. 2132.
11. Азаркевич Е. И. Применение теории подобия к расчету некоторых характеристик электрического взрыва проводников.— ЖТФ, 1973, т. 43, вып. 1, с. 141.
12. Брайтон Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. М., «Мир», 1972.
13. Брайтон, Густавсон и Хэчел. Новый эффективный алгоритм решения алгебраических систем дифференциальных уравнений, основанный на использовании формул численного дифференцирования в неявном виде с разностями назад.— В кн.: Автоматизация в проектировании. М., «Мир», 1972.
14. Беляев А. И., Раппопорт М. Б., Фирсанова Л. А. Электротехнология алюминия. М., Металлургиздат, 1953.
15. Байков А. П., Искольдецкий А. М., Микитик Г. П., Моторин В. И., Мусер С. Л., Шестаков А. Ф. Электрический взрыв проводников. Динамика фазовых превращений при электрическом взрыве проводников. Плавление. Препринт № 45. Новосибирск, Институт автоматики и электрометрии СО АН СССР, 1977.
16. Байков А. П., Герасимов Л. С., Искольдецкий А. М. Экспериментальное исследование электрической проводимости алюминиевой фольги в процессе электрического взрыва.— ЖТФ, 1975, т. 45, вып. 1, с. 49.

УДК 533.951

ФАЗОВЫЕ СКОРОСТИ И РАЗРЫВНАЯ СТРУКТУРА УДАРНОЙ ВОЛНЫ

О. И. Дементий, С. В. Дементий

(Харьков)

1. Задача о структуре ударной волны состоит в отыскании решения $u_k(x, t) = u_k(x - Ut)$ ($k = 1, \dots, n$) системы квазилинейных уравнений вида

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial t} A_i(\mathbf{u}) + \frac{\partial}{\partial x} \left[B_i(\mathbf{u}) - \sum_{k=1}^m \alpha_k C_{ik}(\mathbf{u}) \frac{\partial u_k}{\partial x} \right] = 0, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} A_i(\mathbf{u}) + \frac{\partial}{\partial x} B_i(\mathbf{u}) = 0, \quad i = m+1, \dots, n$$

с граничными условиями $du_k/dx|_{x=\pm\infty} = 0$, где $\mathbf{u} = \{u_k\}_1^n$ — набор параметров, характеризующих состояние среды; $\{\alpha_k\}_1^m$ — диссипативные коэффициенты.

Чрезвычайная сложность этой задачи, в значительной мере обусловленная возможностью существования участков нерегулярного поведения решения, не позволяет провести решение в общей постановке. Вместе с тем отыскание и исключение нерегулярных участков может существенно упростить задачу. Подобные нерегулярности проявляются в виде нефизических участков в решении, как правило, соответствующих областям неоднозначности некоторых функций $u_k(x)$. Нефизический участок в формальном математическом решении должен быть заменен разрывом, как это обычно делается в гидродинамике или магнитной гидродинамике при изучении ударных волн [1—5]. В ряде работ отмечалось, что внутренний разрыв появляется в том случае, когда скорость потока в волне переходит через некоторое критическое значение [2, 6—9]. Более того, было показано, что критической скоростью является фазовая скорость наивысшей идеальной системы (критерий Уитхема — Любарского) [8, 10]. В дальнейшем оказалось, что переход через критическую скорость не всегда приводит к возникновению разрыва [5, 11]. Ниже обсуждается роль фазовых скоростей идеальных систем в образовании разрыва внутри профиля ударной волны.

2. Назовем систему уравнений (1.1) диссипативной системой порядка m . Обратив в нуль один или несколько диссипативных коэффициентов,