

**НЕСТАЦИОНАРНЫЙ
РАДИАЦИОННО-КОНДУКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН
В ПОЛУПРОЗРАЧНОЙ СРЕДЕ С ФАЗОВЫМ ПЕРЕХОДОМ**

А. Л. Бурка, Н. А. Рубцов, Н. А. Саввинова
(Новосибирск)

Процессы фазового перехода в различных материалах изучаются давно, но в основном все исследования, за исключением нескольких работ [1—3], относятся к непрозрачным материалам, в которых тепловое излучение внутри материала не учитывается. Изучение радиационно-кондуктивного переноса тепловой энергии в полупрозрачных материалах с фазовым переходом 1-го рода представляет теоретический и практический интерес (технология роста полупрозрачных кристаллов, прогрев толщи льда солнечным излучением и т. п.).

В настоящей работе рассматривается нестационарный радиационно-кондуктивный теплообмен при плавлении и затвердевании одномерного плоского слоя полупрозрачного вещества толщиной L , находящегося между двумя непрозрачными поверхностями. В математической постановке задачи сделаны следующие допущения: все вещество в твердой фазе кристаллическое; жидкая фаза при затвердевании переходит в кристаллическое состояние таким образом, что при этом возникает локализованная область раздела между твердой и жидкой фазами; среда, в которой происходит фазовое превращение, имеет определенную температуру фазового перехода, а фазовый переход сопровождается выделением или поглощением скрытой теплоты фазового превращения; в жидкой фазе отсутствует конвекция; среда нерассеивающая, поглощающая и излучающая; в объеме всего слоя выполняется гипотеза о локальном термодинамическом равновесии.

Решение задачи сводится к нахождению температурного распределения и положения границы раздела фаз в разные моменты времени. Здесь и далее индекс 1 соответствует левой, а индекс 2 правой относительно границы раздела фазе. Математическая постановка задачи следующая:

$$(1) \quad \rho c_i(T) \frac{\partial T_i}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_i(T) \frac{\partial T_i}{\partial x} \right) - \frac{\partial E_i(T)}{\partial x}, \quad t > 0,$$

$$i = 1, 0 < x < y(t); \quad i = 2, y(t) < x < L;$$

условие на границе раздела фаз:

$$(2) \quad \kappa \rho \frac{dy}{dt} = \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{y^-} - \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{y^+} + \int_0^{\infty} (E_{2,v}(y^+) - E_{1,v}(y^-)) dv;$$

граничные условия:

$$(3) \quad \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = \sigma_1(t) T_1 + q_1(t), \quad x = 0,$$

$$\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = -\sigma_2(t) T_2 + q_2(t), \quad x = L;$$

начальное распределение температуры и начальное положение фронта фазового перехода:

$$(4) \quad T(x, 0) = \varphi(x), \quad y(0) = y_0, \quad 0 < y_0 < L.$$

Температура фазового перехода постоянна ($T(y(t), t) = T_n$). Здесь c_1, c_2 — удельная теплоемкость; λ_1, λ_2 — коэффициент теплопроводности;

$$E_1 = 2\pi \int_0^{\infty} dv \int_0^1 (I_v^+(\mu_1, x, t) - I_v^-(\mu_1, x, t)) \mu_1 d\mu_1,$$

$$E_2 = 2\pi \int_0^{\infty} dv \int_0^1 (I_v^+(\mu_2, x, t) - I_v^-(\mu_2, x, t)) \mu_2 d\mu_2$$

— радиационный поток соответственно в 1-й и 2-й фазах; κ — скрытая теплота фазового перехода.

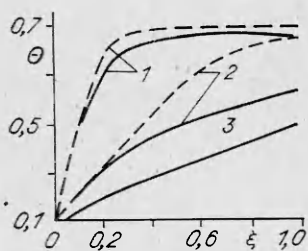


Рис. 1

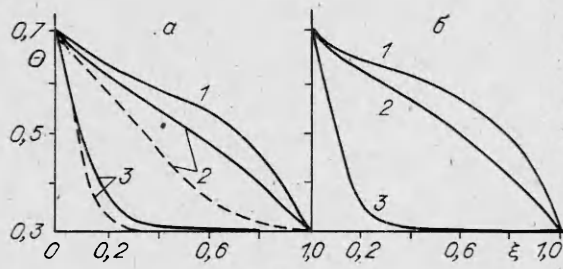


Рис. 2

Спектральные интенсивности излучения вперед $I_v^+(\mu_i, x, t)$ и назад $I_v^-(\mu_i, x, t)$ определяются из уравнений переноса излучения отдельно для каждой фазы:

$$(5) \quad \begin{aligned} \mu_i \frac{\partial I_v^+}{\partial x} + \alpha_{v,i} (I_v^+ - n_{v,i}^2 I_{b,v}(T)) &= 0, \\ \mu_i \frac{\partial I_v^-}{\partial x} - \alpha_{v,i} (I_v^- - n_{v,i}^2 I_{b,v}(T)) &= 0 \end{aligned}$$

(с граничными условиями для интенсивностей [3]), где $i = 1, 2$; $\mu_i = |\cos \varphi_i|$; $\alpha_{v,i}$ — спектральный коэффициент поглощения; $n_{v,i}$ — спектральный показатель преломления; $I_{b,v}(T)$ — спектральная интенсивность излучения абсолютно черного тела в вакуум.

Уравнения (1)–(4) в данной работе решаются интегроинтерполяционным методом [4, 5], для которого при разностной аппроксимации уравнений теплопроводности выполняются интегральные законы сохранения. Используются неявная разностная схема, метод прогонки в сочетании с методом итераций. Условие окончания расчета — совпадение температурных полей для двух последовательных итераций с заданной точностью. Метод позволяет с большей точностью проследить за движением границы раздела фаз. При определении радиационных потоков интегралы вида

$K_n = \int_0^1 \mu^{n-2} \exp(-h/\mu) d\mu$, $I(x) = \int_0^x f(x') K_n(x-x') dx'$ вычислялись по квадратурам Гаусса и формулам трапеции соответственно.

Запишем уравнения (1), (2) в безразмерном виде

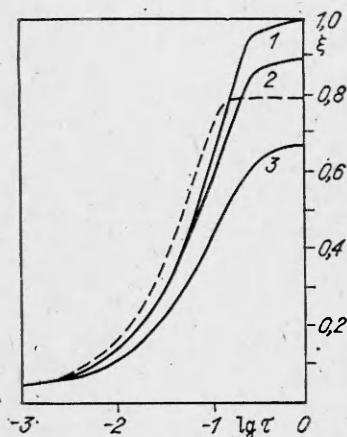
$$(6) \quad \begin{aligned} C_i \frac{\partial \Theta_i}{\partial \tau} &= N \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\Lambda_i \frac{\partial \Theta_i}{\partial \xi} \right) - \frac{\partial \Phi_i}{\partial \xi}, \quad \tau > 0, \\ i &= 1, \quad 0 < \xi < z(\tau); \quad i = 2, \quad z(\tau) < \xi < 1; \end{aligned}$$

$$(7) \quad \frac{Y}{N} \frac{dz}{d\tau} = \Lambda_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial \xi} \Big|_{z^-} - \Lambda_2 \frac{\partial \Theta_2}{\partial \xi} \Big|_{z^+} + \frac{1}{N} \int_0^\infty (\Phi_{\omega,2}(z^+) - \Phi_{\omega,1}(z^-)) d\omega.$$

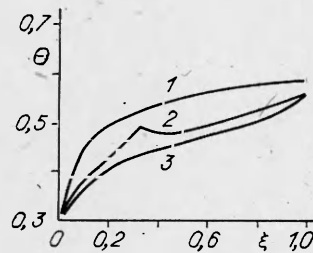
Здесь $\xi = x/L$; $\tau = \sigma_0 T_r^3 t / \rho c_r L$; $z = y/L$; $\Theta_i = T_i/T_r$; $C_i = c_i/c_r$; $\Lambda_i = \lambda_i/\lambda_r$; $\Phi_{\omega,i} = E_{\omega,i}/\sigma_0 T_r^4$; $Y = \kappa/c_r T_r$; σ_0 — постоянная Стефана — Больцмана; $N = \lambda_r/\sigma_0 T_r^3 L$ — радиационно-кондуктивный параметр; r — индекс определяющего параметра.

Для проверки алгоритма проведен численный расчет формирования T -поля и движения поверхности раздела фаз при плавлении и затвердевании одномерного плоского слоя с исходными данными [1], которые примерно соответствуют плавлению флюорита ($T_{\text{п}} = 1700 \text{ К}$, $\lambda_2 = \lambda_r = 9 \text{ Вт/(м·К)}$, $L = 0,1 \text{ м}$). Все расчеты сделаны в сером приближении без учета зависимости свойств от температуры.

Исходные данные в безразмерном виде для задачи плавления таковы: $C_1 = 0,75$, $C_2 = 1$, $\Lambda_1 = 2$, $\Lambda_2 = 1$, $Y = -0,1$, коэффициенты излуча-



Р и с. 3



Р и с. 4

тельной способности обеих непрозрачных поверхностей $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$. Граничные и начальные условия:

$$\begin{aligned} \Theta(0, \tau) = 0,7, \quad \Theta(1, \tau) = 0,3, \quad \Theta(\xi, 0) = \\ = 0,3, \quad \Theta(z, \tau) = 0,5, \quad z(0) = 0, \\ \tau > 0, \quad 0 < \xi < 1. \end{aligned}$$

Для задачи затвердевания $C_1 = 1$, $C_2 = 1,25$, $\Lambda_1 = 1$, $\Lambda_2 = 0,5$, $Y = 0,1$. Обе граничные поверхности абсолютно черные. Граничные и начальные условия: $\Theta(0, \tau) = 0,3$, $\partial\Theta(1, \tau)/\partial\xi + \sigma_2\Theta(1, \tau) = q_2$, $\sigma_2 = 0,2$, $q_2 = 0,12$, $\Theta(\xi, 0) = 0,7$, $\Theta(z, \tau) = 0,5$, $z(0) = 0$, $\tau > 0$, $0 < \xi < 1$.

Рассмотрим конкретные результаты расчета. На рис. 1 дано распределение температурного поля при затвердевании, сплошные линии — $N = 0,08$, штриховые — чистая теплопроводность, $n_1 = n_2 = 1,5$, $h_1 = 1$, $h_2 = 2$, $\tau = 0,215$; 2,695; 12,8 (линии 1—3). На рис. 2 показано формирование температурного поля при плавлении образца с одинаковыми показателями преломления (а) и с различными (б) жидкой и твердой фаз ($N = 0,05$, $h_1 = 1$, $h_2 = 2$; а — $n_1 = n_2 = 1,5$, $\tau = 3,36$; 1,5; 0,11, штриховые линии — чистая теплопроводность; б — $n_1 = 1,75$, $n_2 = 1,5$, $\tau = 6,2$; 1,5; 0,11 — линии 1—3). Различие в показателях преломления приводит к преломлению, отражению и полному внутреннему отражению потока излучения на границе раздела фаз, вследствие чего ускоряется движение фронта фазового перехода и выход на стационарный режим (рис. 3, штриховая линия).

На рис. 3 приведена зависимость положения границы раздела фаз от времени для различных значений N (1 — 0,01; 2 — 0,05; 3 — чистая теплопроводность) при плавлении. Видно, что излучение ускоряет процессы фазового превращения.

Расчеты показали, что при некоторых физических параметрах (при малых значениях N) нарушается классическое условие Стефана на границе раздела фаз. Это означает, что вместо границы появляется область фазового перехода, на что обращено внимание в [6]. Следовательно, выбранная модель оказывается непригодной для расчета. Сказанное иллюстрируется рис. 4, где на кривой температурного профиля в окрестности границы раздела фаз появляется переохлажденная область ($N = 0,01$, $h_1 = 1$, $h_2 = 2$, $\tau = 2,367$; 5,5; 10 — линии 1—3).

ЛИТЕРАТУРА

1. Abrams M., Viskanta R. The effects of radiative heat transfer upon the melting and solidification of semitransparent crystals.— J. Heat Transfer, 1974, v. 96, N 2.
2. Habib I. S. Solidification of semitransparent materials by conduction and radiation.— Int. J. Heat Mass Transfer, 1971, v. 14, p. 2161.
3. Марченко Н. В., Аронов Б. И., Штипельман Я. И. Задача Стефана при радиационно-кондуктивном теплопереносе в плоском слое селективной полупрозрачной среды.— ТВТ, 1982, т. 20, № 5.
4. Самарский А. А. Теория разностных схем.— М.: Наука, 1977.

5. Соловьева Е. Н., Успенский А. Б. Схемы сквозного счета численного решения задач для параболических уравнений с неизвестными границами.— Вычислительные методы и программирование, 1974, вып. 23.
6. Мейрманов А. М. Пример несуществования классического решения задачи Стефана.— ДАН СССР, 1981, т. 258, № 3.

Поступила 12/XII 1985г.

УДК 536.23

О КОНЕЧНОЙ СКОРОСТИ ЛУЧИСТОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА

А. С. Романов

(Москва)

Теоретическое исследование процессов интенсивного теплопереноса наталкивается на трудности, связанные с необходимостью учета переменных теплофизических свойств вещества. В частности, к таким интенсивным процессам относится лучистый теплоперенос. Основная характеристика вещества при лучистом теплопереносе — длина пробега излучения, которая существенно зависит от температуры [1]. В [2] процесс лучистого теплопереноса рассматривался в приближении лучистой теплопроводности [1]. В этом приближении проблема сводится к анализу квазилинейного дифференциального уравнения параболического типа. Найдено, что тепло может переноситься в форме тепловой волны. При этом фронт волны строго разграничивает области холодного и нагретого вещества. Физически наличие фронта означает конечную скорость теплопереноса. Известны необходимые условия, которым должна удовлетворять теплопроводность вещества для существования фронта [3, 4]. Эти условия требуют вырождения коэффициента теплопроводности на поверхности фронта тепловой волны.

Более точно лучистый теплоперенос описывается нелинейными уравнениями, имеющими интегродифференциальный характер, соответствующий нелокальному характеру взаимодействия излучения с веществом (см., например, [1, 5]). При этом во многих важных случаях достаточно ограничиться приближением серого тела [1], считая коэффициент поглощения не зависящим от спектрального состава излучения. При плоской симметрии в безразмерных переменных соответствующее интегродифференциальное уравнение имеет вид [1, 5]

$$(0.1) \quad \frac{\partial E}{\partial t} = \kappa^2 k(T)(U - T^4), \quad U = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I d\mu.$$

Здесь $T(x, t) \geq 0$ — температура вещества; $x \in R$ — координата, вдоль которой передается тепло; t — время; $E(T) \geq 0$ ($E(0) = 0$) — внутренняя энергия вещества, являющаяся монотонно растущей функцией температуры; $U(x, t) \geq 0$ — объемная плотность лучистой энергии; $k(T)$ — коэффициент поглощения излучения веществом ($0 < k(T) < \infty$ при $0 < T < \infty$, $k(0) > 0$); $I(\mu, x, t)$ — интенсивность излучения, вычисляемая по формуле

$$(0.2) \quad I = \begin{cases} I_+ = \frac{\kappa^2}{\mu} \int_{-\infty}^x k[T(\zeta, t)] T^4(\zeta, t) \exp\left[-\frac{|P(x, \zeta)|}{\mu}\right] d\zeta, & \mu > 0, \\ I_- = \frac{\kappa^2}{\mu} \int_x^{\infty} k[T(\zeta, t)] T^4(\zeta, t) \exp\left[-\frac{|P(x, \zeta)|}{\mu}\right] d\zeta, & \mu < 0; \end{cases}$$

$$P(x, \zeta) = \kappa^2 \int_x^{\zeta} k(T(\varepsilon, t)) d\varepsilon;$$

$\mu = \cos \theta$; θ — угол между осью x и произвольно выбранным направлением излучения ($0 \leq \theta \leq \pi$) (существование несобственных интегралов в (0.2) ограничивает рост температуры T при $|x| \rightarrow \infty$ [1]); $\kappa^2 = (L/l)^2$;