

УДК 532.546:536.421

**ДИССОЦИАЦИЯ ГИДРАТОВ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ  
ПРИ ДЕПРЕССИОННОМ ВОЗДЕЙСТВИИ \***

*В. Р. Сыртланов, В. Ш. Шагапов*

*Институт механики многофазных систем СО РАН,  
625000 Тюмень*

В последнее время большой интерес уделяется процессам разложения гидратов в пористых средах [1-8]. Данная работа посвящена некоторым аспектам диссоциации гидратов, полностью заполняющих поровый объем в исходном состоянии, при депрессионном воздействии, в ней предлагаются критерии для параметров системы, когда возможно разложение гидрата в объемной зоне.

**1. Основные допущения.** Рассмотрим гидродинамические и теплофизические процессы, возникающие в пористых средах при разложении гидратов. Система уравнений, описывающая эти процессы, имеет наиболее общий вид в трехфазной зоне [4], где присутствуют твердый гидрат и продукты его разложения (жидкость (вода) и газ). Для дальнейшего примем следующие допущения. Процесс однотемпературный (температуры газа, жидкости, твердого гидрата и пористой среды в каждой точке совпадают). Кроме того, скелет пористой среды, гидрат и вода несжимаемы, пористость постоянна, газ является калорически совершенным:

$$\rho_s^0, \rho_h^0, \rho_l^0, m = \text{const}, p = \rho_g^0 R T \quad (1.1)$$

( $\rho_i^0$  ( $i = s, h, g, l$ ) — истинная плотность,  $p$  — давление,  $T$  — температура,  $R$  — газовая постоянная,  $m$  — пористость). Здесь и ниже индексы  $s, h, g$  и  $l$  означают, что параметры относятся соответственно к пористому скелету, гидрату, газу и воде. Скелет пористой среды и гидрат неподвижны ( $v_s = v_h = 0$ ). Пренебрегаем наличием паров жидкости в газовой фазе, а также растворимостью газа в жидкости. Гидрат является двухкомпонентной системой с массовой концентрацией газа  $g$  (массовая концентрация жидкости  $1 - g$ ). Диффузионными процессами в гидрате будем пренебрегать.

**2. Основные уравнения.** С учетом перечисленных замечаний уравнения сохранения масс для газа и воды запишем в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} [m((1 - \nu)\rho_g^0 S_g + \nu\rho_h^0 g)] + \nabla \cdot [m(1 - \nu)\rho_g^0 S_g v_g] = 0; \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [m((1 - \nu)\rho_l^0 S_l + \nu\rho_h^0 (1 - g))] + \nabla \cdot [m(1 - \nu)\rho_l^0 S_l v_l] = 0, \quad (2.2)$$

$$S_g + S_l = 1,$$

где  $\nu$  — гидратонасыщенность;  $m(1 - \nu)$  — «живая» пористость, т. е. часть объема пористой среды, занятая подвижными фазами — жидкостью и газом;  $S_g$  и  $S_l$  — газо- и водонасыщенность;  $v_i$  ( $i = g, l$ ) — скорость фаз.

\* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

Для фильтрации газа и жидкости примем закон Дарси

$$m(1 - \nu)S_i v_i = -\frac{kK_i}{\mu_i} \nabla p \quad (i = g, l). \quad (2.3)$$

Здесь  $k, K_i$  и  $\mu_i$  ( $i = g, l$ ) — коэффициенты абсолютной проницаемости, относительной фазовой проницаемости и динамическая вязкость.

Уравнение притока тепла для рассматриваемой системы при отмеченных допущениях имеет вид

$$\begin{aligned} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + m(1 - \nu)(\rho_g^0 S_g c_g v_g + \rho_l^0 S_l c_l v_l) \cdot \nabla T = \\ = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + m(1 - \nu) S_g \left( \frac{\partial p}{\partial t} + v_g \cdot \nabla p \right) + m \rho_h^0 l \frac{\partial \nu}{\partial t}, \quad (2.4) \\ \rho c = (1 - m) \rho_s^0 c_s + m(\nu \rho_h^0 c_h + (1 - \nu)(\rho_g^0 S_g c_g + \rho_l^0 S_l c_l)), \end{aligned}$$

где  $c_i$  ( $i = s, h, g, l$ ) — удельная теплоемкость (причем  $c_g$  — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении);  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $l$  — удельная теплота разложения гидрата.

В зоне разложения, где присутствуют газ, жидкость и гидрат, температура и давление на линии насыщения удовлетворяют условию

$$T = T_* \ln(p/p_*) \quad (2.5)$$

( $T_*$  и  $p_*$  — эмпирические параметры).

Зависимостью массовой концентрации газового компонента в гидрате от температуры и давления будем пренебрегать ( $g = \text{const}$ ).

В рассматриваемых процессах из-за разложения гидрата в объеме «живая» пористость переменна, и поэтому абсолютная проницаемость будет зависеть от гидратонасыщенности. Соответствующую зависимость можно построить на основе формулы Козени

$$k = k_0 \frac{m'^3}{(1 - m')^2}, \quad m' = m(1 - \nu). \quad (2.6)$$

Для коэффициентов относительной фазовой проницаемости отсутствуют в общем случае универсальные зависимости от величин фазовой насыщенности и других физических параметров, определяющих закономерности течения газожидкостной смеси в капиллярах. Принимая определенные гипотезы в каждом конкретном случае, можно получить выражения для этих коэффициентов. В частности, в качестве предельной ситуации можно считать такую, когда жидкая фаза, образуемая при разложении гидрата, полностью остается в пористой среде. В рамках этой предельной схемы для фазовой проницаемости жидкости будем иметь  $K_l = 0$ , а коэффициент проницаемости для газовой фазы можно определить аналогично выражению (2.6):

$$k_g = kK_g = k_0 \frac{m''^3}{(1 - m'')^2}, \quad m'' = m(1 - \nu)S_g. \quad (2.7)$$

Отметим, что описанная схема, как будет показано ниже, равносильна предположению, что продуктом разложения гидрата с некоторой приведенной плотностью и другими приведенными теплофизическими параметрами является один газ.

Кроме того, можно определить выражение для коэффициента относительной фазовой проницаемости, принимая схему «газовый подшипник»,

согласно которой газовая фаза выделяется и течет в основном вдоль стенок пор. При этом коэффициент относительной фазовой проницаемости примет вид [9]

$$K_g = S_g^2, \quad K_l = (1 - S_g)[\bar{\mu} + (2 - \bar{\mu})S_g]/\bar{\mu}, \quad \bar{\mu} = \mu_g/\mu_l.$$

Если принять равновесную схему фильтрационного течения, согласно которой газ и жидкость движутся с одинаковой скоростью, то для коэффициента относительной фазовой проницаемости запишем

$$K_g = \mu_g S_g / \mu_{gl}, \quad K_l = \mu_l S_l / \mu_{gl},$$

где  $\mu_{gl}$  — приведенная вязкость для равновесной газожидкостной смеси.

**3. Неподвижная жидкость ( $K_l = 0$ ).** Для плоскоодномерного течения на основе уравнений (2.1)–(2.4) в рамках первой схемы фильтрационного течения имеем

$$\frac{\partial}{\partial t} [m((1 - \nu)\rho_l^0 S_l + \nu\rho_h^0(1 - g))] = 0; \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [m((1 - \nu)\rho_g^0 S_g + \nu\rho_h^0 g)] + \frac{\partial}{\partial x} [m(1 - \nu)S_g \rho_g^0 v_g] = 0; \quad (3.2)$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + m(1 - \nu)\rho_g^0 S_g c_g v_g \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + m(1 - \nu)S_g \left( \frac{\partial p}{\partial t} + v_g \frac{\partial p}{\partial x} \right) + m\rho_h^0 l \frac{\partial \nu}{\partial t}. \quad (3.3)$$

Если предположить, что в исходном состоянии пористая среда полностью заполнена гидратом ( $\nu = 1$ ), то на основе уравнения (3.1) можно записать

$$(1 - \nu)\rho_l^0 S_l + \nu\rho_h^0(1 - g) = \rho_h^0(1 - g),$$

откуда

$$S_l = \frac{\rho_h^0(1 - g)}{\rho_l^0}, \quad S_g = \frac{\rho_l^0 - \rho_h^0(1 - g)}{\rho_l^0}. \quad (3.4)$$

Из этого выражения следует, что в рамках принятых допущений для  $\rho_h^0, \rho_l^0, g$  водонасыщенность (а также газонасыщенность) в области разложения остается постоянной. Поскольку водонасыщенность должна быть меньше единицы, то, чтобы принятая схема имела смысл, плотность жидкости и плотность гидрата должны удовлетворять неравенству

$$\rho_l^0 > \rho_h^0(1 - g).$$

Это условие для рассматриваемых систем обычно всегда выполняется. С учетом (3.4) уравнение (3.1) можно привести к виду

$$\frac{\partial}{\partial t} [(\rho_g^0 - \tilde{\rho}_h^0)(1 - \nu)] = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho_g^0 \tilde{k}_g}{m\mu_g} \frac{\partial p}{\partial x} \right), \quad (3.5)$$

где  $\tilde{\rho}_h^0 = g\rho_h^0/S_g$ ;  $\tilde{k}_g = k_g/S_g$ . Из уравнения (3.5) следует, что в рамках принятых упрощений проблема становится эквивалентной ситуации, когда продуктом разложения гидрата с плотностью  $\tilde{\rho}_h^0$  и проницаемостью пористой среды  $\tilde{k}_g$  является один газ.

Для выяснения основных принципиальных особенностей процесса в большинстве случаев при реальных значениях теплофизических параметров рассматриваемой системы в уравнении притока тепла (3.3) можно

пренебречь слагаемыми, связанными с баротермическим эффектом (второе слагаемое в правой части (3.3)) и с конвективным переносом тепла из-за фильтрации газа. Учитывая, что для параметров газожидкостных систем обычно имеет место соотношение  $\rho_g^0 \ll \rho_h^0$ , уравнения (3.3) и (3.5) запишем как

$$\frac{\partial \nu}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\tilde{k}_g \rho_g^0}{m \mu_g \tilde{\rho}_h^0} \frac{\partial p}{\partial x} \right); \quad (3.6)$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + m \rho_h^0 l \frac{\partial \nu}{\partial t}. \quad (3.7)$$

Из этих уравнений, исключая  $\partial \nu / \partial t$ , получим

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\tilde{k}_g \rho_g^0 \rho_h^0 l}{\mu_g \tilde{\rho}_h^0} \frac{\partial p}{\partial x} + \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right). \quad (3.8)$$

В области совместного нахождения в объеме газа, жидкости и гидрата давление однозначно определяет текущую температуру по соотношению (2.5), поэтому

$$\frac{\partial p}{\partial x} = p' \frac{\partial T}{\partial x}, \quad p' = \frac{dp}{dT}. \quad (3.9)$$

Тогда уравнение (3.8) примет вид

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{k_g \rho_g^0 \rho_h^0 l p'}{\mu_g \tilde{\rho}_h^0} + \lambda \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right]. \quad (3.10)$$

Из (3.10) следует, что при распространении температурных полей (или полей давлений) в пористой среде, заполненной гидратом и продуктами его разложения, теплопроводность незначительна при достаточно высоких значениях коэффициента проницаемости, когда он удовлетворяет условию

$$k_g \gg k_g^*, \quad k_g^* = \tilde{k}_g^* S_g, \quad \tilde{k}_g^* = \frac{\mu_g \tilde{\rho}_h^0 \lambda T'}{\rho_g^0 \rho_h^0 l}, \quad T' = \frac{dT}{dp}. \quad (3.11)$$

Выражение для приведенной критической проницаемости с учетом (2.5) запишем как

$$\tilde{k}_g^* = \frac{\mu_g \tilde{\rho}_h^0 T_* \lambda}{\rho_g^0 \rho_h^0 p l} = \alpha_g \left( \frac{\tilde{\rho}_h^0}{\rho_h^0} \right) \left( \frac{\lambda T_*}{p l} \right), \quad \alpha_g = \frac{\mu_g}{\rho_g^0},$$

где  $\alpha_g$  — кинематическая вязкость газа. В частности, для пористой среды, заполненной гидратом, при  $g = 0,1$ ,  $\rho_h^0 = 900 \text{ кг/м}^3$ ,  $T_* = 10 \text{ К}$ ,  $l = 5 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ ,  $p = 10 \text{ МПа}$ ,  $\lambda = 2 \text{ кг}\cdot\text{м}/(\text{с}^3\cdot\text{К})$ ,  $\mu_g = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$  имеем  $k_g^* = 10^{-18} \text{ м}^2$ .

Следовательно, влияние теплопроводности необходимо учитывать лишь при очень малых значениях коэффициента проницаемости газа  $k_g$ . При низких его значениях ( $k_g \ll k_g^*$ ) в уравнении (3.6) можно пренебречь слагаемым, связанным с пьезопроводностью. Однако, как показывает анализ, в этом случае уравнения (3.6) и (3.7) допускают лишь тривиальное решение  $\nu = 1$  для гидратонасыщенности. Это обстоятельство, в свою очередь, означает, что при низких проницаемостях не могут существовать объемные зоны, в которых одновременно присутствуют гидрат и продукты его разложения.

Иначе говоря, градиенты давления, определяемые однозначно полем температур согласно (2.5), недостаточны для транспортировки газа, образующегося при разложении гидрата. В частности, когда абсолютная проницаемость (определяемая из (2.7) при  $\nu = 0$ )

$$k = k_0 m^3 S_g^3 / (1 - m S_g)^2$$

удовлетворяет условию  $k \ll k_g^*$ , объемные зоны, в которых происходит разложение гидрата, полностью отсутствуют. Диссоциация гидратов будет происходить на поверхности фазовых переходов.

В дальнейшем рассматриваются случаи, когда можно пренебречь теплопроводностью ( $\lambda = 0$ ) и, кроме того, переменностью теплоемкости для единицы объема системы ( $\rho c = \text{const}$ ).

Пусть в исходном состоянии пористая среда полностью заполнена гидратом ( $\nu = 1$ ) и находится при температуре  $T_0$  (давление разложения при этой температуре  $p_0 = p_* \exp(T_0/T_*)$ ). Рассмотрим автомоделный режим фильтрации газа, соответствующий внезапному снижению давления на границе пористой среды до  $p_e < p_0$ . Начальные и граничные условия при такой постановке имеют вид

$$p = p_0, \quad \nu = 1 \quad (t = 0, x \geq 0), \quad p = p_e \quad (t > 0, x = 0). \quad (3.12)$$

Из уравнений (3.6) и (3.7) с учетом (1.1), (2.5) и (2.7) при отмеченных допущениях получим

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\Delta_h T}{T'(p)} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{k_0 m^2 S_g^2 \rho_g^0(p)}{\mu_g \tilde{\rho}_h^0 (1 - m'')^2} (1 - \nu)^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right], \quad (3.13)$$

где

$$1 - \nu = (T_0 - T(p)) / \Delta_h T; \quad T(p) = T_* \ln(p/p_*); \quad T'(p) = T_*/p;$$

$$\rho_g^0(p) = p / RT(p); \quad m'' = m(1 - \nu) S_g; \quad \Delta_h T = m \rho_h^0 l / \rho c;$$

$\Delta_h T$  — изменение температуры системы при условии, если ей сообщить тепло, равное теплоте разложения всего гидрата, находящегося в пористой среде.

Таким образом, для пьезопроводности в пористой среде, заполненной гидратом и продуктами его разложения, находим одно нелинейное уравнение параболического типа. Для определения некоторых особенностей процессов, описываемых уравнением (3.9), рассмотрим ситуацию, когда давление  $p_e$  на границе пористой среды мало отличается от  $p_0$  ( $p_0 - p_e \ll p_0$ ). Проведя частичную линеаризацию уравнения (3.13), пренебрегая, в частности, переменностью  $\rho_g^0$ ,  $T'$  и полагая

$$\rho_g^0 \approx \rho_{g0}^0 = \rho_g^0(p_0), \quad T'(p) \approx T'(p_0) = T_*/p_0,$$

имеем

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \alpha_p^{(f)} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{p_0 - p}{p_0} \right)^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right], \quad (3.14)$$

$$\alpha_p^{(f)} = \frac{k_0 p_0}{\alpha_g \tilde{\rho}_h^0} \left( \frac{\rho}{\rho_l^0} \right)^2 \left( \frac{c T'(p_0) p_0}{l} \right)^2 S_g^2, \quad \alpha_g = \mu_g / \rho_{g0}^0.$$

С учетом соотношений, следующих из (2.5), запишем

$$\alpha_p^{(f)} = \frac{k_0 p_0}{\alpha_g \tilde{\rho}_h^0} \left( \frac{\rho}{\rho_h^0} \right)^2 \left( \frac{c T_*}{l} \right)^2 S_g^2. \quad (3.15)$$

При получении (3.14) пренебрежено  $m''$  по сравнению с единицей. Вводя для давления безразмерный приведенный параметр

$$\tilde{P} = \frac{p_0 - p}{p_0 - p_e} = \frac{1 - P}{1 - P_e}, \quad P = p/p_0,$$

уравнение (3.14) представим как

$$\frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} = \tilde{\alpha}_p^{(f)} \frac{\partial}{\partial x} \left( \tilde{r}^3 \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x} \right), \quad \tilde{\alpha}_p^{(f)} = \left( \frac{p_0 - p_e}{p_0} \right)^3 \alpha_p^{(f)}. \quad (3.16)$$

При этом начальные и граничные условия (3.12) примут вид

$$\tilde{P} = 0 \quad (t = 0, x \geq 0), \quad \tilde{P} = 1 \quad (t > 0, x = 0). \quad (3.17)$$

В автомодельных переменных  $\tilde{\xi} = x/\sqrt{\tilde{\alpha}_p^{(f)} t}$  уравнение (3.16) и условие (3.17) запишем в форме

$$-\frac{\tilde{\xi}}{2} \frac{d\tilde{P}}{d\tilde{\xi}} = \frac{d}{d\tilde{\xi}} \left( \tilde{P}^3 \frac{d\tilde{P}}{d\tilde{\xi}} \right), \quad \tilde{P}(\infty) = 0, \quad \tilde{P}(0) = 1. \quad (3.18)$$

На рис. 1 дано решение уравнения (3.18), удовлетворяющее приведенным граничным условиям. Видно, что решение пересекает ось абсцисс в точке  $\tilde{\xi}_0 = 0,91$  с вертикальной касательной. Следовательно, область разложения гидрата является конечной. Запишем закон движения правой границы этой области в виде

$$x_0^{(f)} = \tilde{\xi}_0 \sqrt{\tilde{\alpha}_p^{(f)} t}.$$

Для пористой среды, полностью заполненной гидратом в исходном состоянии, при  $m = 0,1$ ,  $\rho_s^0 = 2,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_l^0 = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_s = 10^3$  Дж/(кг·К),  $p_0 = 10$  МПа,  $p_0 - p_e = 1$  МПа,  $k_0 = 10^{-9}$  м<sup>2</sup>,  $S_g = 0,21$  имеем  $\tilde{\alpha}_p^{(f)} = 8 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с.

Нетрудно показать, что вблизи границы области разложения гидрата для кривой давления выполняется асимптотическое выражение

$$\tilde{P} = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \tilde{\xi}_0 (\tilde{\xi}_0 - \tilde{\xi})}.$$

При проведении конкретных оценок, в частности, для определения расхода газа через границу пористой среды важной характеристикой кривой на рис. 1 является ее наклон, определяемый значением производной  $d\tilde{P}/d\tilde{\xi}$ , при  $\tilde{\xi} = 0$ . В данном случае для нее

$$\left( \frac{d\tilde{P}}{d\tilde{\xi}} \right)_{\tilde{\xi}=0} = \tilde{P}'_e \approx -0,31.$$

Приведем также асимптотику для распределения давления вблизи границы пористой среды:

$$\tilde{P} = (1 + 4 \tilde{P}'_e \tilde{\xi})^{1/4}.$$

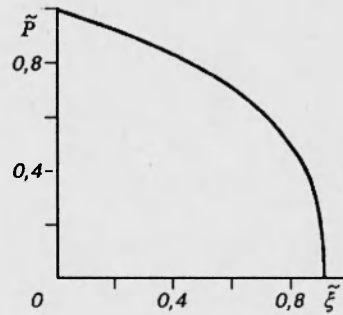


Рис. 1

Для объемного расхода газа через границу пористой среды, определяемого выражением

$$Q_e = -m(1 - \nu_e)S_g v_{ge} = \frac{k_{ge}}{\mu_g} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0},$$

имеем

$$Q_e = \frac{k_0 p_0 S_y^3}{\mu_g} \left( \frac{\rho}{\rho_h^0} \right)^3 \left( \frac{cT'(p_0)p_0}{l} \right)^3 \left( \frac{p_0 - p_e}{p_0} \right)^{5/2} \frac{\tilde{P}'_e}{\sqrt{\alpha_p^{(f)} t}}.$$

В общем случае, вводя безразмерные параметры

$$P = p/p_0, \quad \Theta = T/T_0, \quad \mathcal{R}_g = \rho_g^0/\rho_s^0$$

и автомодельную переменную  $\xi = x/\sqrt{\alpha_p^{(f)} t}$ , уравнение (3.13) представим в виде

$$-\frac{\xi}{2} \frac{dP}{d\xi} = \chi \frac{\Delta_h \Theta}{\Theta'(P)} \frac{d}{d\xi} \left[ \frac{\mathcal{R}_g (1 - \nu)^3}{(1 - m'')^2} \frac{dP}{d\xi} \right],$$

$$\mathcal{R}_g = P/\Theta(P), \quad 1 - \nu = (1 - \Theta(P))/\Delta_h \Theta, \quad \Theta(P) = \Theta_* \ln(P/P_*),$$

$$\Theta'(P) = \Theta_*/P, \quad m'' = (1 - \nu)mS_g, \quad \Delta_h \Theta = \Delta_h T/T_0,$$

$$\Theta_* = \frac{T_*}{T_0}, \quad P_* = p_*/p_0, \quad \chi = (\Delta_h \Theta / \Theta'(1))^2 = (\Delta_h \Theta / \Theta_*)^2.$$

Начальные и граничные условия при этом запишем как

$$P(\infty) = 1, \quad P(0) = P_e < 1.$$

На рис. 2 и 3 показано характерное распределение давления и гидратонасыщенности для различных перепадов давления  $\Delta p = p_0 - p_e$ . Для параметров, определяющих физические свойства и состояние системы гидраты — пористая среда, приняты следующие значения:  $m = 0,1$ ,  $\rho_s^0 = 2,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_l^0 = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_h^0 = 900$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_s = 10^3$  Дж/(кг·К),  $c_l = 4,2 \cdot 10^3$  Дж/(кг·К),  $T_* = 10$  К,  $c_h = 2,5 \cdot 10^3$  Дж/(кг·К),  $l = 5 \cdot 10^5$  Дж/кг,  $T_0 = 293$  К,  $p_* = 2,6 \cdot 10^{-6}$  Па,  $p_0 = 13,8$  МПа. Кривые 1–5 соответствуют

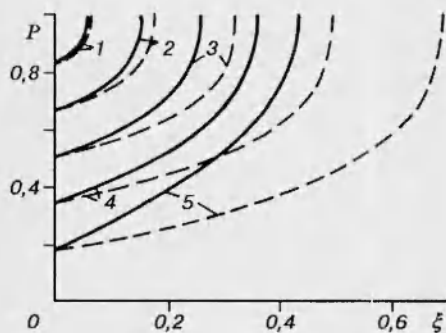


Рис. 2

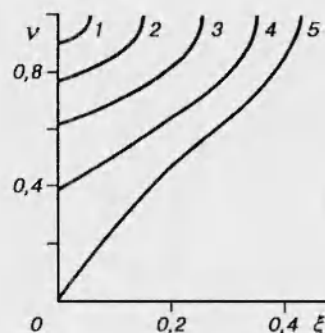


Рис. 3

давлению на границе пористой среды  $p_e = 11,5; 9,3; 7,1; 4,7; 2,5$  МПа, кривая 5 — полному разложению гидрата на границе, штриховые линии — решению упрощенного уравнения (3.16). Из рис. 2, 3 следует, что зона разложения гидрата ограничена. Кроме того, видно, что линии, отвечающие решению упрощенного уравнения (в плане определения основных закономерностей в зоне разложения гидрата, а также при получении количественных оценок), неплохо согласуются с решением в более полной постановке. Поскольку для представленных здесь решений гидратонасыщенность всегда больше нуля ( $0 \leq \nu \leq 1$ ), на основе соотношения для  $\nu$  из (3.13) можно найти условие для давления на границе области пористой среды (при котором полученное решение имеет смысл):

$$p_0 \exp\left(-\frac{\Delta_h T}{T_c}\right) \leq p \leq p_0.$$

Отметим, что для приведенного решения, найденного в пренебрежении теплопроводностью, при приближении к границе зоны разложения гидрата проницаемость стремится к нулю. Следовательно, вблизи этой границы существует область, где выполняется условие  $k_g \ll k_g^*$ , что, в свою очередь, означает, что теплопроводностью вблизи границы области разложения нельзя пренебречь и нужно строить решение с учетом теплопроводности. Анализ показывает, что при учете теплопроводности граница области разложения будет представлять собой поверхность фазовых переходов с частичным разложением гидратов.

**4. Равновесное течение.** Предположим, что продукты разложения гидрата (газ и жидкость) в пористой среде движутся с одинаковой скоростью ( $\mathbf{v}_g = \mathbf{v}_l = \mathbf{v}$ ). Тогда из уравнений неразрывности (2.1) и (2.2) следует

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [m(1-\nu)(\rho_{gl}^0 - \rho_h^0)] + \nabla \cdot [m(1-\nu)\rho_{gl}^0 \mathbf{v}] &= 0, \\ \rho_{gl}^0 &= \rho_g^0 S_g + \rho_l^0 S_l. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Причем для плотности газожидкостной смеси  $\rho_{gl}^0$  в рамках принятых выше допущений о том, что в жидкой фазе отсутствует растворенный газ, а в газовой фазе — пары жидкости, можно получить

$$\frac{1}{\rho_{gl}^0} = \frac{g}{\rho_g^0} + \frac{1-g}{\rho_l^0}. \quad (4.2)$$

При этом учтено также, что в исходном состоянии пористая среда полностью заполнена гидратом. Используя для газовой фазы (1.1), из (4.2) имеем уравнение состояния газожидкостной смеси:

$$\frac{1}{\rho_{gl}^0} = \frac{gRT}{p} + \frac{1-g}{\rho_l^0}. \quad (4.3)$$

Закон Дарси для равновесной смеси запишем в виде

$$m(1-\nu)\mathbf{v} = -\frac{k}{\mu_{gl}} \nabla p. \quad (4.4)$$

Для определения коэффициента проницаемости используем выражение (2.6). Принимая для уравнения притока тепла допущения, применяемые при получении (3.13), из (4.1)–(4.4) имеем



$$\left[ \frac{(\rho_{gl}^0 - \rho_h^0)T'}{\Delta_h T} + (1 - \nu)g \left( \frac{\rho_{gl}^0}{\rho_g^0} \right)^2 \rho_g^{0'} \right] \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{k_0 m^2 \rho_{gl}^0}{\mu_{gl}(1 - m')^2} (1 - \nu)^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right], \quad (4.5)$$

$$\rho_g^{0'} = \frac{d\rho_g^0}{dp} = \frac{1}{RT} \left( 1 - \frac{T'(p)}{T} \right), \quad m' = m(1 - \nu).$$

Здесь зависимости гидратонасыщенности и температуры от давления такие же, как в (3.13). В случае, когда для продуктов разложения справедливо условие  $\rho_{gl}^0 \ll \rho_h^0$ , вместо (4.5) находим более простое уравнение

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\Delta_h T}{T'(p)} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k_0 m^2 \rho_{gl}^0}{\mu_{gl}(1 - m')^2} (1 - \nu)^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right).$$

Отсюда можно получить аналог уравнения (3.14). При этом для коэффициента, аналогичного с  $\alpha_p^{(f)}$ , имеем

$$\alpha_p^{(e)} = \frac{k_0}{\alpha_{gl}} \frac{p_0}{\rho_h^0} \left( \frac{\rho}{\rho_h^0} \right)^2 \left( \frac{cT'(p_0)p_0}{l} \right)^2, \quad \alpha_{gl} = \mu_{gl} / \rho_{gl}^0.$$

Для отношения законов движения правой границы области разложения гидрата, соответствующих схеме неподвижной жидкости  $x_0^{(f)}$  и равновесного течения  $x_0^{(e)}$ , согласно (3.15), получим

$$\frac{x_0^{(f)}}{x_0^{(e)}} = \sqrt{\frac{\alpha_{gl} \rho_h^0}{\alpha_g \tilde{\rho}_h^0}} S_g. \quad (4.6)$$

Если для динамической вязкости смеси принять вязкость газовой фазы ( $\mu_{gl} \approx \mu_g$ ) (например, когда продукты разложения представляют собой газокапельную смесь), то для этого отношения находим

$$\frac{x_0^{(f)}}{x_0^{(e)}} = \sqrt{\frac{\rho_{g0}^0 \rho_h^0}{\rho_{gl0}^0 \tilde{\rho}_h^0}} S_g, \quad (4.7)$$

если же, наоборот, принять вязкость жидкости ( $\mu_{gl} = \mu_l$ ), то

$$\frac{x_0^{(f)}}{x_0^{(e)}} = \sqrt{\frac{\mu_l \rho_{g0}^0 \rho_h^0}{\mu_g \rho_{gl0}^0 \tilde{\rho}_h^0}} S_g. \quad (4.8)$$

Из оценок (4.6)–(4.8) следует, что при реальных значениях параметров гидрата и продуктов его разложения (в частности, учитывается, что обычно  $S_g \ll 1$ ) для законов движения границы области разложения гидрата имеет место соотношение  $x_0^{(f)} \ll x_0^{(e)}$ . Следовательно, при реализации первой схемы, когда жидкостная фаза застревает в пористой среде, граница движется значительно медленнее.

Для задачи о внезапном снижении давления на границе пористой среды уравнение (4.5) в автомодельных переменных  $\zeta = x / \sqrt{\alpha_p^{(e)}} t$  имеет вид

$$\left[ (\tilde{\rho}_{gl0}^0 \mathcal{R}_{gl} - 1) + \eta(1 - \nu) \left( \frac{\mathcal{R}_{gl}}{\mathcal{R}_g} \right)^2 \left( \frac{\mathcal{R}'_g(P)}{\Theta'(P)} \right) \right] \zeta \frac{dP}{d\zeta} = \chi \frac{\Delta_h \Theta}{\Theta'(P)} \frac{d}{d\zeta} \left( \frac{\mathcal{R}_{gl}(1 - \nu)^3}{(1 - m')^2} \frac{dP}{d\zeta} \right),$$

$$\bar{\rho}_{g10}^0 = \rho_{g10}^0 / \rho_h^0, \quad \rho_{g10}^0 = \rho_{gl}^0(p_0), \quad \eta = g \Delta h \Theta \left( \frac{\rho_{g10}^0}{\rho_{g0}^0} \right) \left( \frac{\rho_{g10}^0}{\rho_l^0} \right),$$

$$\mathcal{R}'_g(P) = (1 - \Theta_*/\Theta(P))/\Theta(P).$$

На рис. 4 и 5 приведено распределение давления и гидратонасыщенности для различных перепадов давления  $\Delta p = p_0 - p_e$  (линии 1–5 соответствуют  $p_e = 11; 9; 7; 5; 2$  МПа). При этом для параметров, характеризующих состояние и свойства системы пористая среда — гидрат, приняты те же значения, что и для первой схемы.

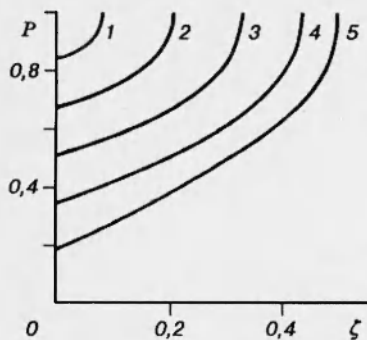


Рис. 4

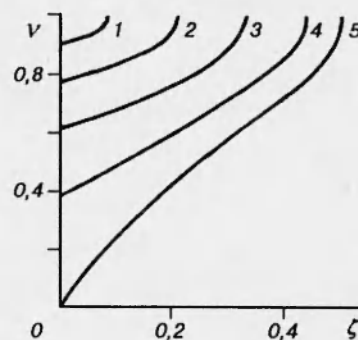


Рис. 5

Из рис. 2, 4 видно, что распределение давления остается качественно таким же, как и для схемы «неподвижной жидкости», при этом, однако, граница области разложения движется значительно быстрее. Отношение координат границы для случая, когда за вязкость газожидкостной смеси взяты вязкость газа и вязкость жидкости, определяется следующим образом:

$$\frac{x_0^{(e)}(\mu_g)}{x_0^{(e)}(\mu_l)} = \sqrt{\frac{\mu_l}{\mu_g}}.$$

Авторы выражают благодарность Р. И. Нигматулину за внимание к работе.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Черский Н. В., Бондарев Э. А. О тепловом методе разработки газогидратных месторождений // Докл. АН СССР. 1972. Т. 203, № 3. С. 550–552.
2. Бондарев Э. А., Максимов А. М., Цыпкин Г. Г. К математическому моделированию диссоциации газовых гидратов // Докл. АН СССР. 1989. Т. 308, № 3. С. 575–577.
3. Максимов А. М., Цыпкин Г. Г. О разложении газовых гидратов, сосуществующих с газом в природных пластах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1990. № 5. С. 84–88.
4. Цыпкин Г. Г. О влиянии подвижности жидкой фазы на диссоциацию газовых гидратов в пластах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 4. С. 105–114.
5. Цыпкин Г. Г. О разложении газовых гидратов в пласте // Инж.-физ. журн. 1991. Т. 60, № 5. С. 736–742.
6. Цыпкин Г. Г. О режимах диссоциации газовых гидратов в высокопроницаемых пластах // Инж.-физ. журн. 1992. Т. 63, № 6. С. 714–721.

7. Максимов А. М. Математическая модель объемной диссоциации газовых гидратов в пористой среде: учет подвижности водной фазы // Инж.-физ. журн. 1992. Т. 62, № 1. С. 76-81.
8. Шагапов В. Ш., Сыртланов В. Р. Некоторые особенности фильтрации многофазных систем в пористой среде при наличии фазовых переходов // Итоги исследований Ин-та механики многофазных систем. Тюмень, 1992. Вып. 3. С. 97-108.
9. Шагапов В. Ш., Зулъкарнаев А. Р. Течение жидкости в пористой среде при наличии газовыделения // Итоги исследований Ин-та механики многофазных систем. Тюмень, 1991. Вып. 2. С. 65-71.

*Поступила в редакцию 5/V 1993 г.,  
в окончательном варианте — 25/II 1994 г.*

---