

В качестве критического принимается время, когда при постоянном прогибе  $v$  момент  $m$ , удерживающий это состояние, уменьшится до нуля. Учитывая, что  $v = \text{const}$ , из (2), (3), (19) при  $\dot{r} = k$  получим уравнение для амплитуды  $M$  возмущающего момента ( $m = M \sin \mu y$ ):

$$M = U_0 T (D\alpha / (tnk) - 1).$$

Момент уменьшается от бесконечно большого значения при  $t = 0$  до нуля за время

$$t_{\text{Ив}} = \frac{\alpha}{nk} D,$$

совпадающее по величине с  $t_{\text{Шил}}$  и с особой точкой первого порядка  $t_1$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнян Н.Х., Дроздов А.Д., Колмановский В.Б. Устойчивость вязкоупругих тел и конструкций // Итоги науки и техники. Мех. деф. твердого тела. — М.: ВИНИТИ, 1987. — Т. 19.
2. Куршин Л.М. Устойчивость при ползучести // Изв. АН СССР. МТТ. — 1978. — № 3.
3. Кирсанов М.Н., Клюшников В.Д. Определение особых точек процесса деформирования сжатого стержня в условиях ползучести // Изв. РАН. МТТ. — 1993. — № 3.
4. Клюшников В.Д. Лекции по устойчивости деформируемых систем. — М.: Изд-во МГУ, 1986.
5. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. — М.: Наука, 1966.
6. Работнов Ю.Н., Шестериков С.А. Устойчивость стержней и пластинок в условиях ползучести // ПММ. — 1957. — Т. 21, № 3.
7. Shanley F.R. Weight-strength analysis of aircraft structures. — N.Y.: McGraw-Hill Book Co, 1952.
8. Gerard G. A creep buckling hypothesis // J. Aeron. Sci. — 1956. — V. 23, N 9.
9. Иванов Г.В. Об устойчивости равновесия сжато-изогнутых тонких стержней при неупругих деформациях // ПМТФ. — 1961. — № 3.

г. Воронеж

Поступила 26/VII 1993 г.

---

УДК 539.374; 534.1

А.Г. Иванов, В.А. Огородников, Г.Я. Карпенко,  
А.Д. Ковтун, А.А. Демидов, Л.А. Толстикова

#### О ВЛИЯНИИ СДВИГОВОЙ ПРОЧНОСТИ НА РАЗВИТИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПРИ ТОРМОЖЕНИИ СХОДЯЩИХСЯ ОБОЛОЧЕК

В [1] рассмотрены вопросы развития детерминированных возмущений у цилиндрических оболочек, заполненных воздухом и разгоняемых продуктами взрыва. Было установлено, что сдвиговая прочность материала оболочки заметным образом влияет на форму и амплитуду возмущений на стадии разгона оболочки к оси симметрии. Представляет интерес случай, когда сжимаемая оболочкой полость заполнена частично или, как, например, в [2], полностью более плотной, чем воздух, средой. При этом появляется возможность для изучения процессов торможения и последую-

© А.Г. Иванов, В.А. Огородников, Г.Я. Карпенко, А.Д. Ковтун, А.А. Демидов,  
Л.А. Толстикова, 1994

щего разлета оболочек, когда могут возникнуть условия для гравитационной неустойчивости Рэлея — Тейлора (РТ) границы раздела оболочки — сжимаемая среда [3].

1. При ускоренном движении границы раздела двух сред с различными плотностями (при наличии начальных возмущений) они могут быть неустойчивы, если ускорение направлено от легкой среды к тяжелой, и устойчивы, если ускорение имеет другое направление. На подлетной стадии движения оболочки к оси симметрии ускорение направлено к оси, при этом могут реализоваться условия для РТ-неустойчивости только на наружной границе оболочки, разгоняемой продуктами взрыва. Внутренняя граница оболочки (ВГО) будет устойчивой. При торможении оболочки и на разлетной стадии ее движения с изменением направления ускорения могут реализоваться условия для РТ-неустойчивости ВГО.

Если исследованию РТ-неустойчивости в жидкости и газах посвящено достаточно большое количество работ, то число публикаций по неустойчивости в твердых средах ограничено. В результате экспериментальных [4—6] и расчетно-теоретических исследований в рамках идеально упругой [7], идеально пластической [8] и упругопластической [9, 10] моделей среды удалось установить, что реологические характеристики среды (прочность, вязкость) оказывают существенное стабилизирующее влияние на РТ-неустойчивость. В зависимости от используемой модели среды в качестве критериев, определяющих переход поверхности из области устойчивости в неустойчивую область, приняты: критическая длина волны  $\lambda_*$  [7, 9], критическая начальная амплитуда возмущений  $a_*$  [8] или их комбинация [10]:

$$(1.1) \quad \lambda \geq \lambda_* = \frac{4\pi G}{\rho g};$$

$$(1.2) \quad a_0 \geq a_* = \frac{\sigma_s}{\rho g};$$

$$(1.3) \quad a_0 \geq a_* = \frac{\sigma_s}{\rho g} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_*}\right).$$

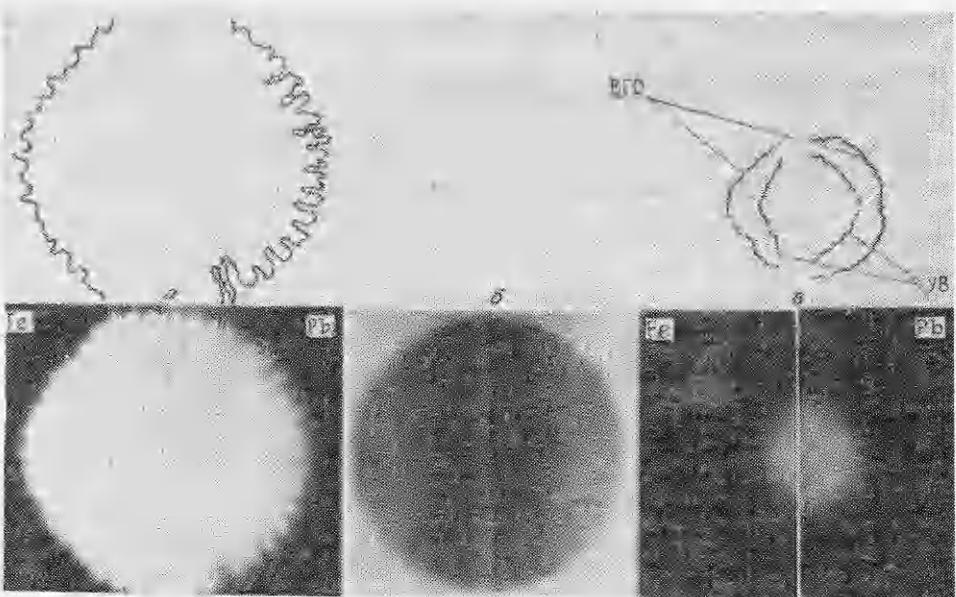
Здесь  $g$  — ускорение;  $G$  — модуль сдвига;  $\sigma_s$  — динамический предел текучести.

Обычно выделяют три стадии развития РТ-неустойчивости. На первой стадии возмущения на неустойчивой границе растут экспоненциально, на второй их рост замедляется с переходом на степенной закон. Заключительная стадия связана с образованием зоны турбулентного перемешивания (ЗТП). Если остановиться на первой стадии РТ-неустойчивости, поскольку она в конечном счете и будет определять максимально возможное количество материала оболочки, вовлеченного в ЗТП, то на этой стадии возмущения на ВГО, близкие к синусоидальной форме, растут по закону  $a(t) = a_0 \exp \beta t$

[2], где  $\beta = \left( \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} g \frac{2\pi}{\lambda} \right)^{1/2}$  — инкремент нарастания возмущений,  $\rho_1, \rho_2$  — плотности материала оболочки и среды. Как видно из этой зависимости, амплитуда возмущений растет пропорционально начальному уровню асимметрии на ВГО и тем быстрее, чем короче длина волны возмущений. Поскольку, как следует из [1], у более прочной стальной оболочки амплитуда возмущений в 1,5 раза меньше, чем у оболочки из свинца, то можно заключить, что сдвиговая прочность материала оболочки при ее торможении

---

\*Выражение (1.3) является упрощенным вариантом формулы (31) из [10].



Р и с. 1

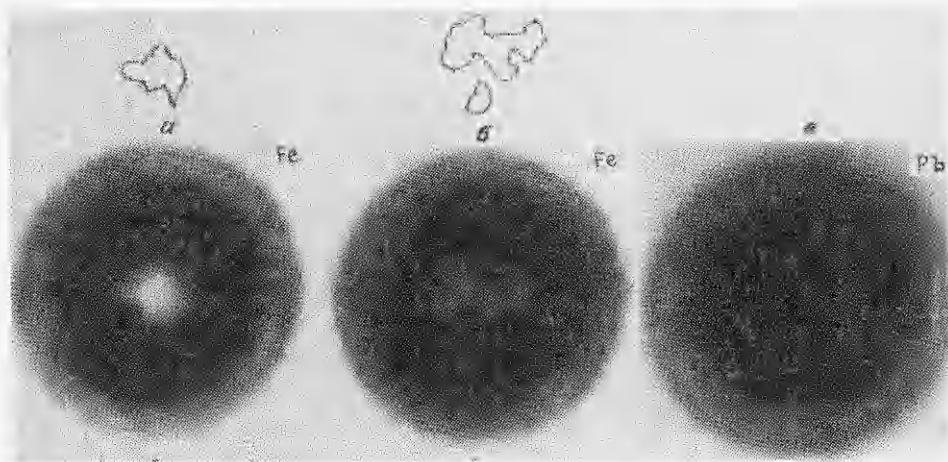
будет оказывать стабилизирующее действие на рост возмущений, а значит, и ограничивать количество материала оболочки, вовлекаемого в ЗТП.

2. С целью экспериментальной проверки этого прогноза проведены опыты с оболочками из стали и свинца, отличающимися по величине сдвиговой прочности более чем на порядок.

Схема разреза экспериментального устройства приведена в [1]. Детерминированные возмущения, как и в [1], обусловлены многоточечным инициированием заряда ВВ. В отличие от опытов, описанных в [1], в данных экспериментах исследовалось влияние на процесс схождения и разлета ВГО наличия в полости оболочек сплошного цилиндра из пенопласта с начальной плотностью  $\rho_0 = 0,312 \text{ г}/\text{см}^3$ . Такой цилиндр устанавливался соосно с оболочками заряда и имел радиус  $0,2R_+$  ( $R_+ = 150 \text{ мм}$  — наружный радиус заряда ВВ). Импульсное рентгенографирование формы ВГО осуществлялось на подлетной и на разлетной стадиях движения оболочек к оси симметрии.

На рис. 1 приведены фотоснимки рентгенограмм опытов на подлетной стадии движения оболочек из стали и свинца (*a* — форма ВГО при их подлете к радиусу  $\sim 0,2R_+$ , соответствующая интервалу времени от начала движения ВГО до момента рентгенографирования  $t = 23,08 \text{ мкс}$  для стали и  $23,18 \text{ мкс}$  для свинца; *b* — цилиндр из пенопласта с наружным радиусом  $0,2R_+$ ; *c* — форма ВГО при схождении на пенопласте к радиусу  $\sim 0,1R_+$ , отвечающая интервалам времени  $t = 27,5 \text{ мкс}$  для стали и  $27,2 \text{ мкс}$  для свинца).

На рис. 2 приведены фотоснимки рентгенограмм опытов на разлетной стадии движения ВГО из стали (*a* —  $t = 33,27 \text{ мкс}$ ; *b* —  $t = 35,25 \text{ мкс}$ ) и свинца (*c* —  $t = 35,30 \text{ мкс}$ ). На рис. 2 показаны контуры ВГО, полученные при математической обработке изображений с помощью ЭВМ. На рис. 3 представлены расчетные  $R-t$ -диаграммы движения ВГО. Численные одномерные расчеты выполнены в гидродинамическом приближении. Здесь же нанесены экспериментальные точки из [1]. Поскольку на разлетной стадии движения положение ВГО указать сложнее, то даны две крайние оценки. Первая сделана, как и в [1], по максимальному радиусу, а вторая — по эффективному радиусу площади контура, выделенного при математической обработке изображения.



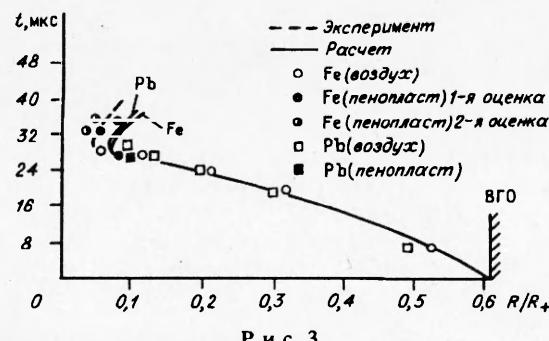
Р и с. 2

Из рис. 1 и 3 следует, что на подлетной стадии движения оболочек наличие пенопласта приводит к некоторой симметризации ВГО и практически не сказывается на их динамике (по крайней мере, на участке движения от радиуса  $0,2R_+$  до  $0,09R_+$ ). Впереди оболочек явно просматривается зона пенопласта, сжатого ударной волной (УВ). На разлетной стадии движения оболочки из стали (рис. 2, а, б) первоначально симметричная форма ВГО теряет устойчивость и материал оболочки перемешивается с пенопластом. Для оболочки из свинца характер поведения, по-видимому, тот же, но из-за меньшей сдвиговой прочности происходит более интенсивное перемешивание, и для интервала  $t = 35,30$  мкс выделить контур ВГО уже практически невозможно (рис. 2, в).

3. Представляет интерес проследить за областями устойчивости возмущений на оболочках из стали и свинца с использованием критериев (1.1)–(1.3). Для оценок критериальных величин брали значения сдвига для стали и свинца 77 и 7 ГПа и динамического предела текучести 1,4 и 0,09 ГПа соответственно с учетом его зависимости от скорости деформации [11–13]. Заметим, что экспериментальные точки в целом непротиворечиво укладываются на расчетную диаграмму движения оболочек (рис. 3). Это дает основание использовать в оценках значения ускорений ВГО на разлетной стадии движения, взятые из расчетов. Для стали и свинца они примерно одинаковые ( $g = 4 \cdot 10^{10}$  см/ $\text{с}^2$ ). С учетом этого на рис. 4 приведены графически результаты проделанных оценок, где области устойчивости для оболочек из стали и свинца заштрихованы и соответствуют формулам (1.1)–(1.3) (а–в). Из рис. 4 видно, что области устойчивости для возмущений на оболочках из менее прочного свинца значительно уже, что свидетельствует о стабилизирующем влиянии сдвиговой прочности на развитие гравитационной

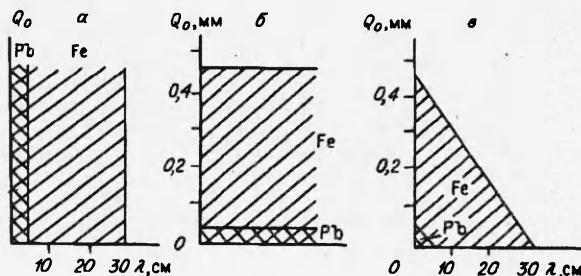
неустойчивости и не противоречит эксперименту (см. рис. 2). Из опытов со стальными оболочками следует, что  $\lambda < \lambda_*$ , но  $a_0 > a_*$  ( $a_0 \geq 1$  мм) и возмущенные границы качественно находятся в неустойчивой области по [8, 10].

Таким образом, показано, что при торможении оболочек с детерминированными возмущениями они могут терять устойчивость. При этом опреде-



Р и с. 3

Р и с. 4



ляющей величиной является амплитуда возмущений, которая изначально зависит от сдвиговой прочности материала оболочки. Тем самым подтверждено, что сдвиговая прочность материала оболочки препятствует потере ею устойчивости.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов А.Г., Лавровский Ю.Д., Огородников В.А. Некоторые случаи развития детерминированных возмущений на сходящихся оболочках // ПМТФ. — 1992. — № 5.
2. Legrand M. Interface instabilities occurring during an explosive driven implosion. Shock compression of condensed matter // American Physical Society Topical Conference, Williamsburg, 1991: Proc. — Amsterdam a.o.: North—Holland, 1992. — P. 361—364.
3. Taylor G.I. The instability of liquid surfaces when accelerated in a direction perpendicular to their planes // Proc. Roy. Soc. — 1950. — V. 201, N 1065.
4. Barnes J.F., Blewitt P.J., McQueen R.G. et al. Taylor instability in solids // J. Appl. Phys. — 1974. — V. 43, N 2.
5. Barnes J.F., Janney D.R., London R.R. et al. Further experimentation on Taylor instability in solids // J. Appl. Phys. — 1980. — V. 51, N 9.
6. Иванов А.Г., Новицкий Е.З., Огородников В.А. и др. Разгон пластин до гиперзвуковых скоростей. Неустойчивость при торможении о воздух // ПМТФ. — 1982. — № 2.
7. Mils J.F. Taylor instability of a flat plate. — S.l., 1960. — (General Atomics Rep.; GAMD — 7335).
8. Друккер Д. "Тейлоровская неустойчивость" поверхности упругопластической пластины // Механика деформируемых твердых тел. Направления развития. — М.: Мир, 1983.
9. Бахрах С.М., Ковалев И.П. Неустойчивость Тейлора в упругопластических средах // Материалы V Всесоюз. конф. по численным методам решения задач теории упругости и пластичности. — Новосибирск, 1978.
10. Низовцев П.Н., Раевский В.А. Приближенное аналитическое решение задачи о рэлей-тейлоровской неустойчивости в прочных средах // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. — 1991. — Вып. 3.
11. Борисевич В.К., Сабелькин В.П., Солодянкин С.Н. и др. Динамические характеристики некоторых металлов и сплавов // Импульсная обработка металлов давлением: Темат. сб. науч. тр. / Харьк. авиац. ин-т. — 1981. — Вып. 9.
12. Malatynski M., Klepaczko J. Experimental investigation of plastic properties of lead over a wide range of strain rates // Intern. J. Mech. Sci. — 1980. — V. 22, N 3.
13. Огородников В.А., Иванов А.Г. Особенности откольного разрушения пластин при синхронном инициировании заряда ВВ в нескольких точках // ФГВ. — 1984. — № 3.

г. Арзамас-16

Поступила 25/1 1993 г.,  
в окончательном варианте — 7/V 1993 г.