УДК 539.3; 544.2

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПОГРУЖЕННОЙ В ЖИДКОСТЬ КОНСОЛИ АТОМНО-СИЛОВОГО МИКРОСКОПА, ИМЕЮЩЕЙ КИНЖАЛЬНУЮ ФОРМУ

А. Х. Холизаде Паша, А. Садехи

Исламский университет Азад, Дамаванд, Иран
E-mails: alihosseing@gmail.com, a_sadeghi@damavandiau.ac.ir

Исследуется нелинейное динамическое поведение погруженной в жидкость консоли атомно-силового микроскопа, имеющей кинжальную форму. Поведение консоли моделируется с использованием теории балок Тимошенко, учитывающей инерцию поворота поперечного сечения и поперечный сдвиг. При моделировании взаимодействия зонда консоли и поверхности образца используется теория Герца. В качестве жидкости, в которую погружается зонд, рассматривались вода, метанол, ацетон и углеродистый тетрахлорид. Во всех случаях обнаружено разупрочнение материала консоли. С увеличением вязкости жидкости резонансная частота уменьшается. Показано, что результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: атомно-силовой микроскоп, консоль кинжальной формы, демпфирование, балка Тимошенко, погружение в жидкость.

DOI: 10.15372/PMTF20200419

Введение. В работе [1] предложено использовать атомно-силовой микроскоп (АСМ) для исследования свойств различных материалов. В АСМ зонд прикреплен на конце консоли. Радиус зоны контакта может составлять порядка 10 нм, а контактное усилие — несколько наноньютонов. При этом повреждение материала в зоне контакта является незначительным.

В последнее время возрастает интерес к исследованию поведения консоли АСМ. Однако имеются нерешенные проблемы, о чем свидетельствует различие результатов теоретических и экспериментальных исследований контактной жесткости. В работе [2] в предположении, что консоль АСМ параллельна поверхности образца, изучены моды ее колебаний в воздухе и предложено замкнутое выражение для собственных частот. В [3] моды колебаний консоли исследовались в предположении, что между ней и поверхностью образца имеется некоторый угол, при этом размер зонда не учитывался. В работе [4] с использованием соотношений для балки Тимошенко изучались линейные колебания составной консоли конусообразной формы, а также влияние различных параметров на резонансные частоты. Влиянием нелинейных слагаемых на резонансные частоты в выражении для контактной жесткости пренебрегалось. В работе [5] с использованием нелинейного уравнения

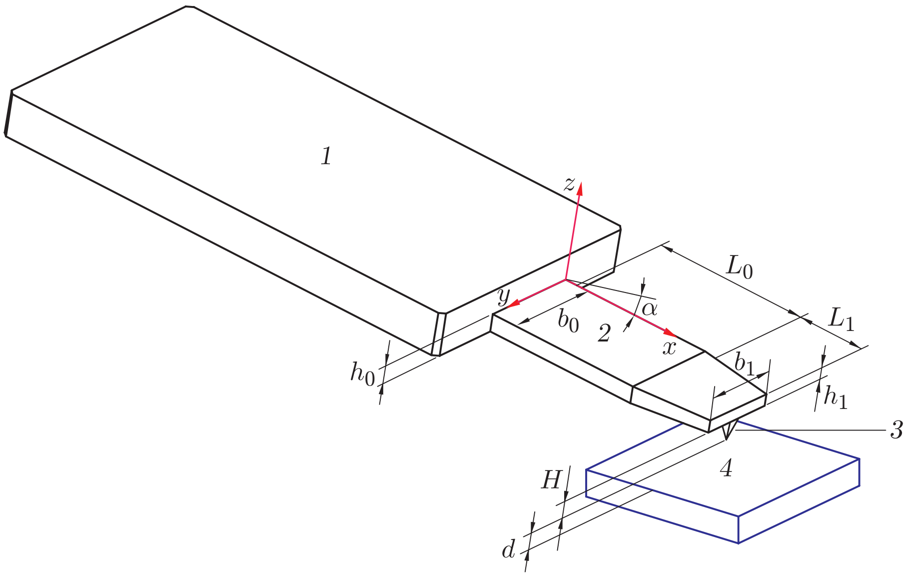

Рис. 1. Схема консоли АСМ, имеющей кинжальную форму:
1 — основание, *2* — консоль, *3* — зонд, *4* — образец

пятого порядка и точного выражения для кривизны балки изучались поперечные колебания балки, лежащей на упругом основании. В [6] исследовались колебания упругой балки с нелинейно закрепленными торцами, с использованием разложений Фурье и Бесселя получено решение динамической задачи, а с использованием преобразования Ханкеля — частные решения неоднородного уравнения.

1. Теоретическая модель. Схема консоли АСМ, имеющей кинжальную форму, приведена на рис. 1. На конце консоли расположен конический зонд. Зонд имеет массу m, угол между консолью и поверхностью образца равен α. Толщина и ширина балки меняются по линейному закону от h_0 до h_1 и от b_0 до b_1 соответственно. Соотношения для балки Тимошенко в форме параллелепипеда записываются в следующем виде [7]:

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial x}\Big[kGA_0\Big(\frac{\partial v(x,t)}{\partial x}-\psi(x,t)\Big)\Big]-\rho A_0\,\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}-c\,\frac{\partial v(x,t)}{\partial t}+f_{d_1}(x,t)=0;\\ \frac{\partial}{\partial x}\Big[EI_{y0}\Big(\frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x}\Big)\Big]+kGA_0\Big(\frac{\partial v(x,t)}{\partial x}-\psi(x,t)\Big)-\rho I_{y0}\,\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2}=0,\\ -L_0\leqslant x\leqslant 0.\end{gathered}\tag{1}$$

Здесь v — поперечное смещение (прогиб) оси балки; ψ — угол поворота поперечного сечения балки; f_{d_1} — гидродинамическая сила, действующая на балку в форме параллелепипеда. Соотношения для составной конусообразной балки Тимошенко записываются в виде [7]

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial x}\Big[kGA_1\Big(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}-\varphi(x,t)\Big)\Big]-\rho A_1\,\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2}-c\,\frac{\partial w(x,t)}{\partial t}+f_{d_2}(x,t)=0,\\ \frac{\partial}{\partial x}\Big[EI_{y1}\Big(\frac{\partial \varphi(x,t)}{\partial x}\Big)\Big]+kGA_1\Big(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}-\varphi(x,t)\Big)-\rho I_{y1}\,\frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial t^2}=0,\qquad 0\leqslant x\leqslant L_1,\end{gathered}$$

где w, φ — прогиб и угол поворота поперечного сечения балки; ρ — плотность; A_0, A_1 и I_0, I_1 — площади и моменты инерции поперечных сечений балки соответственно; E — модуль Юнга; G — модуль сдвига; $k=5(1+\nu)/(6+5\nu)$ — коэффициент сдвига; ν — коэффициент

Пуассона; f_{d_2} — гидродинамическая сила, действующая на составную конусообразную балку,

$$A_1 = A_0(1 - C_b\xi_1)(1 - C_h\xi_1), \qquad I_{y1} = I'_{y1}(1 - C_b\xi_1)(1 - C_h\xi_1)^3,$$

$$C_b = 1 - b_2/b_1, \qquad C_h = 1 - h_2/h_1, \qquad b = b_1(1 - C_b\xi_1)(1 - C_h\xi_1).$$

Как правило, предполагается, что гидродинамические силы пропорциональны скорости и ускорению консоли [8]:

$$f_{d_1}(x,t) = -\rho_a\,\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} - c_a\,\frac{\partial v(x,t)}{\partial t}, \qquad f_{d_2}(x,t) = -\rho'_a\,\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} - c'_a\,\frac{\partial v(x,t)}{\partial t}. \qquad (2)$$

Здесь ρ_a, ρ'_a и c_a, c'_a — дополнительные плотности и дополнительные гидродинамические демпфирующие коэффициенты, обусловленные наличием жидкости, соответственно. В работе [9] приняты следующие выражения для ρ_a, ρ'_a:

$$\rho_a = \frac{1}{12}\pi\rho_{liq}b_0^2 + \frac{3}{4}\,\pi b_0\sqrt{\frac{2\rho_{liq}\eta}{\omega}}\,, \qquad \rho'_a = \frac{1}{12}\pi\rho_{liq}b^2 + \frac{3}{4}\,\pi b\sqrt{\frac{2\rho_{liq}\eta}{\omega}}$$

(η — вязкость жидкости; ω — частота колебаний консоли). Выражения для дополнительных демпфирующих коэффициентов представляются в виде суммы двух слагаемых:

$$c_a = c_\infty + c_s, \qquad c'_a = c'_\infty + c'_s.$$

Здесь c_∞, c'_∞ — гидродинамические демпфирующие параметры в случае, когда консоль колеблется в свободной жидкости. В случае если консоль колеблется вблизи поверхности образца, жидкость втекает в область между консолью и поверхностью образца и вытекает из нее, в результате чего появляются дополнительные демпфирующие параметры c_s, c'_s. Согласно [9]

$$c_\infty = 3\pi\eta + \frac{3}{4}\,\pi b_0\sqrt{2\rho_{liq}\eta\omega}\,, \quad c'_\infty = 3\pi\eta + \frac{3}{4}\,\pi b\sqrt{2\rho_{liq}\eta\omega}\,, \quad c_s = \frac{\eta b_0^3}{h(x,t)^3}, \quad c'_s = \frac{\eta b^3}{h'(x,t)^3},$$

где $h(x,t)$, $h'(x,t)$ — расстояния между консолью и поверхностью образца:

$$h(x,t) = D + H\cos\alpha + x\sin\alpha + v(x,t)\cos\alpha,$$

$$h'(x,t) = D + H\cos\alpha + (L - x)\sin\alpha + w(x,t)\cos\alpha,$$

H — длина зонда; D — статическое расстояние между зондом и поверхностью образца. Возможны два режима взаимодействия зонда с поверхностью образца: режим “притяжения” и режим “отталкивания”. В данной работе для определения нормальных и тангенциальных сил, действующих на границе зоны контакта зонд — образец, используется модель Герца [10]:

$$f_n = \Big(k_n - k_{n1}\,\frac{w(0,t)\cos\alpha}{\delta_0} - k_{n2}\,\frac{(w(0,t)\cos\alpha)^2}{\delta_0^2}\Big)(w(0,t)\cos\alpha - H\varphi(0,t)\sin\alpha),$$

$$k_n = \frac{3}{2}\,K_0\delta^{1/2}, \quad k_{n1} = \frac{1}{4}\,k_n, \quad k_{n2} = \frac{1}{24}\,k_n, \quad K_0 = \frac{4}{3}\,E^*\sqrt{R_t}\,,$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_s^2}{E_s} + \frac{1 - \nu_t^2}{E_t}, \qquad \delta_0 = Z_0 - D,$$

$$f_t = \Big(k_t - k_{t1}\,\frac{w(0,t)\cos\alpha}{\delta_0} - k_{t2}\Big(\frac{w(0,t)\cos\alpha}{\delta_0}\Big)^2\Big)(w(0,t)\sin\alpha + H\varphi(0,t)\cos\alpha),$$

$$k_t = 8G_0\delta_0^{1/2}, \quad k_{t1} = \frac{1}{2}\,k_t, \quad k_{t2} = \frac{1}{8}\,k_t, \quad G_0 = G^*\sqrt{R_t}, \quad \frac{1}{G^*} = \frac{2 - \nu_s}{G_s} + \frac{2 - \nu_t}{G_t}.$$

Здесь R_t — радиус зонда; E_t, E_s, ν_t, ν_s — модули Юнга и коэффициенты Пуассона материалов зонда и образца соответственно; δ_0, Z_0 — статическая контактная деформация (разность межмолекулярного расстояния и равновесного расстояния между зондом и образцом), начальная ширина зазора между зондом и поверхностью образца. Подставляя выражения (2) для f_{d_1}, f_{d_2} в (1), получаем

$$\frac{\partial}{\partial x}\Big[kGA_0\Big(\frac{\partial v(x,t)}{\partial x}-\psi(x,t)\Big)\Big]-\Big(\rho+\frac{\rho_a}{A_0}\Big)A_0\,\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}-c_a\,\frac{\partial v(x,t)}{\partial t}=0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\Big[kGA_1\Big(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}-\varphi(x,t)\Big)\Big]-\Big(\rho+\frac{\rho_a'}{A_1}\Big)A_1\,\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2}-c_a'\,\frac{\partial w(x,t)}{\partial t}=0.$$

В предположении, что консоль не параллельна поверхности образца, краевые условия записываются в следующем виде:

$$v(-L_0,t)=0,\quad \psi(-L_0,t)=0,\quad v(0,t)=w(0,t),\quad \psi(0,t)=\varphi(0,t),$$

$$I_{y0}\,\frac{\partial\psi(0,t)}{\partial x}-I_{y0}\,\frac{\partial\varphi(0,t)}{\partial x}=0,\qquad kGA_0\Big(\frac{\partial v(0,t)}{\partial x}-\psi(0,t)\Big)-kGA_0\Big(\frac{\partial w(0,t)}{\partial x}-\varphi(0,t)\Big)=0,$$

$$EI_{y0}(1-C_b)\,(1-C_h)^3\,\frac{\partial\varphi(L_1,t)}{\partial x}=(-f_t\cos\alpha+f_n\sin\alpha)H-m_{tip}d^2\,\frac{\partial^2\varphi(L_1,t)}{\partial t^2}=$$
$$=-\Big[k_t-k_{t1}\,\frac{w(L_1,t)\cos\alpha}{\delta_0}-k_{t2}\Big(\frac{w(L_1,t)\cos\alpha}{\delta_0}\Big)^2\Big]\Big(\frac{H}{2}\,w(L_1,t)\sin{(2\alpha)}+H^2\varphi(L_1,t)\cos^2\alpha\Big)+$$
$$+\Big(k_n-k_{n1}\,\frac{w(L_1,t)}{\delta_0}\,\cos\alpha-k_{n2}\,\frac{w(L_1,t)^2}{\delta_0^2}\,\cos^2\alpha\Big)\Big(\frac{H}{2}\,w(L_1,t)\sin{(2\alpha)}-H^2\varphi(L_1,t)\sin^2\alpha\Big)-$$
$$-m_{tip}d^2\,\frac{\partial^2\varphi(L_1,t)}{\partial t^2},$$

$$kGA_0(1-C_b)(1-C_h)\Big(\varphi(L_1,t)-\frac{\partial w(L_1,t)}{\partial x}\Big)=(f_t\sin\alpha+f_n\cos\alpha)+m_{tip}\,\frac{\partial^2 w(L_1,t)}{\partial t^2}=$$
$$=\Big[k_t-k_{t1}\,\frac{w(L_1,t)\cos\alpha}{\delta_0}-k_{t2}\Big(\frac{w(L_1,t)\cos\alpha}{\delta_0}\Big)^2\Big]\Big(w(L_1,t)\sin^2\alpha+\frac{H}{2}\,\varphi(L_1,t)\sin{(2\alpha)}\Big)+$$
$$+\Big(k_n-k_{n1}\,\frac{w(L_1,t)}{\delta_0}\cos\alpha-k_{n2}\,\frac{w(L_1,t)^2}{\delta_0^2}\cos^2\alpha\Big)\Big(w(L_1,t)\cos^2\alpha-\frac{H}{2}\,\varphi(L_1,t)\sin{(2\alpha)}\Big)+$$
$$+m_{tip}\,\frac{\partial^2 w(L_1,t)}{\partial t^2}.$$

Гармоническое решение основных уравнений можно представить в виде

$$w(x,t)=w(x)\,\mathrm{e}^{i\omega t},\qquad \varphi(x,t)=\varphi(x)\,\mathrm{e}^{i\omega t},$$

где ω — собственная частота. Переходя к безразмерным переменным, получаем

$$\lambda_0^4\bar v+\frac{1}{s_0}\,\frac{d}{d\xi_0}\Big(\frac{d\bar v}{d\xi_0}-\psi\Big)-i\mu_0\lambda_0^2\bar v=0,\qquad -L_0\leqslant x\leqslant 0,$$
$$\frac{d}{d\xi_0}\Big(\frac{d\psi}{d\xi_0}\Big)+r_0\lambda_0^4\,\frac{\rho}{\rho+\rho_a/A_0}\,\psi+\frac{1}{s_0}\Big(\frac{d\bar v}{d\xi_0}-\psi\Big)=0,$$
$$\tag{3}$$
$$\lambda_1^4(1-C_b\xi_1)(1-C_h\xi_1)\bar w+\frac{1}{s_1}\,\frac{d}{d\xi_1}\Big[(1-C_b\xi_1)(1-C_h\xi_1)\Big(\frac{d\bar w}{d\xi_1}-\varphi\Big)\Big]-i\mu_1\lambda_1^2\bar w=0,\quad 0\leqslant x\leqslant L_1,$$

$$\frac{d}{d\xi_1}\Big((1-C_b\xi_1)(1-C_h\xi_1)^3\,\frac{d\varphi}{d\xi_1}\Big)+r_1\lambda_1^4\,\frac{\rho}{\rho+\rho_a'/A_1}\,(1-C_b\xi_1)(1-C_h\xi_1)^3\varphi+{}$$
$$+\frac{(1-C_b\xi_1)(1-C_h\xi_1)}{s_1}\Big(\frac{d\bar w}{d\xi_1}-\varphi\Big)=0.$$

Здесь

$$\lambda^4=\frac{(\rho+\rho_a/A_0)A_0L^4}{EI_y}\,\omega^2,\quad r=\frac{I_y}{A_0L^2},\quad s=\frac{EI_y}{kA_0GL^2},\quad \xi_0=\frac{x}{L_0},\quad \bar v=\frac{v}{L_0},$$
$$\lambda_0^4=\frac{(\rho+\rho_a/A_0)A_0L_0^4}{EI_{y0}}\,\omega^2=\lambda^4\Big(\frac{L_0}{L}\Big)^4,\quad \lambda_1^4=\frac{(\rho+\rho_a'/A_1)A_0L_1^4}{EI_{y0}}\,\omega^2=\lambda^4\,\frac{\rho+\rho_a'/A_1}{\rho+\rho_a/A_0}\Big(\frac{L_1}{L}\Big)^4,$$
$$\mu=\frac{c_aL^2}{\sqrt{(\rho+\rho_a/A_0)A_0EI_y}},\quad \xi_1=\frac{x}{L_1},\quad \bar w=\frac{w}{L_1},\quad \mu_0=\frac{c_aL_0^2}{\sqrt{(\rho+\rho_a/A_0)A_0EI_y}}=\mu\Big(\frac{L_0}{L}\Big)^2,$$
$$\mu_1=\frac{c_a'L_1^2}{\sqrt{(\rho+\rho_a'/A_1)A_0EI_y}}=\mu\sqrt{\frac{\rho+\rho_a/A_0}{\rho+\rho_a'/A_1}}\,\frac{c_a'}{c_a}\Big(\frac{L_1}{L}\Big)^2,\quad s_0=\frac{EI_{y0}}{kA_0GL_0^2}=s\Big(\frac{L}{L_0}\Big)^2,$$
$$r_1=\frac{I_{y0}}{A_0L_1^2}=r\Big(\frac{L}{L_1}\Big)^2,\quad s_1=\frac{EI_{y0}}{kA_0GL_1^2}=s\Big(\frac{L}{L_1}\Big)^2,\quad \bar t=t\sqrt{\frac{(\rho+\rho_a/A_0)A_0L^4}{EI_y}}\,,$$

$\Lambda_n=k_n/k_c$ — отношение нормальной контактной жесткости к жесткости консоли.

2. Метод дифференциальных квадратур. Метод дифференциальных квадратур является эффективным методом решения нелинейных дифференциальных уравнений, широко используемым при численном решении задач. В этом методе производные функции в данной точке аппроксимируются взвешенной линейной суммой значений функции во всех дискретных точках области. Производная порядка n функции $F(x)$, определенной в области D, аппроксимируется следующим образом [11]:

$$\frac{d^nF(x_i)}{dx^n}=\sum_{j=1}^N k_{ij}^{(n)}F(x_j),\qquad i=1,2,\ldots,N,\quad n=1,2,\ldots,N-1.$$

Здесь N — число точек расчетной сетки; весовые коэффициенты определяются по формулам

$$k_{ij}^{(1)}=\frac{\Pi(x_i)}{(x_i-x_j)\Pi(x_j)},\qquad i,j=1,2,\ldots,N,\quad j\ne i,$$
$$k_{ij}^{(r)}=r\Big(k_{ii}^{(r-1)}k_{ij}^{(1)}-\frac{k_{ij}^{(r-1)}}{x_i-x_j}\Big),\quad 2\leqslant r\leqslant N-1,$$
$$k_{ii}^{(m)}=-\sum_{j=1,\ j\ne i}^N k_{ij}^{(m)},\qquad m=1,2,\ldots,N-1,$$
$$\Pi(x_i)=\prod_{j=1,j\ne i}^N(x_i-x_j).$$

При построении расчетной сетки используется распределение точек по закону косинуса

$$x_i=\frac{1}{2}\Big(1-\cos\Big(\frac{i-1}{N-1}\,\pi\Big)\Big),\quad i=1,2,\ldots,N,\qquad x_1=0,\quad x_N=1.$$

С помощью метода дифференциальных квадратур уравнения (3) приводятся к системе алгебраических уравнений

$$\lambda_0^4\bar{v} + \frac{1}{s_0}\Big(\sum_{j=1}^{N} B_{ij}^{(2)}\bar{v}_j - \sum_{j=1}^{N} B_{ij}^{(1)}\psi_j\Big) - i\mu_0\lambda_0^2\bar{v} = 0, \qquad -L_0 \leqslant x \leqslant 0,$$

$$\sum_{j=1}^{N} B_{ij}^{(2)}\psi_j + r_0\lambda_0^4\,\frac{\rho}{\rho+\rho_a/A_0}\,\psi_i + \frac{1}{s_0}\Big(\sum_{j=1}^{N} B_{ij}^{(1)}\bar{v}_j - \psi_i\Big) = 0,$$

$$\lambda_1^4(1-C_b\xi_1)(1-C_h\xi_1)\bar{w} + \frac{1}{s_1}\Big[(-C_b)(1-C_h\xi_1)\Big(\sum_{j=1}^{N} C_{ij}^{(1)}\bar{w}_j - \varphi_i\Big) +$$

$$+ (-C_h)(1-C_b\xi_1)\Big(\sum_{j=1}^{N} C_{ij}^{(1)}\bar{w}_j - \varphi_i\Big) + (1-C_b\xi_1)(1-C_h\xi_1)\Big(\sum_{j=1}^{N} C_{ij}^{(2)}\bar{w}_j - \sum_{j=1}^{N} C_{ij}^{(1)}\varphi_j\Big)\Big] -$$

$$- i\mu_1\lambda_1^2\bar{w} = 0, \qquad 0 \leqslant x \leqslant L_1,$$

$$\Big[(-C_b)(1-C_h\xi_1)^3\sum_{j=1}^{N} C_{ij}^{(1)}\varphi_j +$$

$$+ 3(-C_h)(1-C_b\xi_1)(1-C_h\xi_1)^2\sum_{j=1}^{N} C_{ij}^{(1)}\varphi_j + (1-C_b\xi_1)(1-C_h\xi_1)^3\sum_{j=1}^{N} C_{ij}^{(2)}\varphi_j\Big] +$$

$$+ r_1\lambda_1^4\,\frac{\rho}{\rho+\rho_a'/A_1}\,(1-C_b\xi_1)(1-C_h\xi_1)^3\varphi_i + \frac{(1-C_b\xi_1)(1-C_h\xi_1)}{s_1}\Big(\sum_{j=1}^{N} C_{ij}^{(1)}\bar{w}_j - \varphi_i\Big) = 0,$$

где

$$B_{ij}^{(1)} = \frac{\Pi(x_i)}{(x_i-x_j)\Pi(x_j)}, \qquad i,j = 1,2,\ldots,N, \quad j \neq i,$$

$$B_{ij}^{(2)} = 2\Big(B_{ii}^{(1)}B_{ij}^{(1)} - \frac{B_{ij}^{(1)}}{x_i-x_j}\Big), \qquad B_{ii}^{(1)} = -\sum_{j=1,\ j\neq i}^{N} B_{ij}^{(1)}, \qquad \Pi(x_i) = \prod_{j=1,\ j\neq i}^{N}(x_i-x_j),$$

$$x_i = -\frac{1}{2}\Big(1-\cos\Big(\frac{i-1}{N-1}\,\pi\Big)\Big), \quad i = 1,2,\ldots,N, \qquad x_1 = 0, \quad x_N = -1,$$

$$C_{ij}^{(1)} = \frac{\Pi(y_i)}{(y_i-y_j)\Pi(y_j)}, \qquad i,j = 1,2,\ldots,N, \quad j \neq i,$$

$$C_{ij}^{(2)} = 2\Big(C_{ii}^{(1)}C_{ij}^{(1)} - \frac{C_{ij}^{(1)}}{y_i-y_j}\Big), \quad C_{ii}^{(1)} = -\sum_{j=1,\ j\neq i}^{N} C_{ij}^{(1)}, \quad \Pi(y_i) = \prod_{j=1,\ j\neq i}^{N}(y_i-y_j),$$

$$y_i = \frac{1}{2}\Big(1-\cos\Big(\frac{i-1}{N-1}\,\pi\Big)\Big), \quad i = 1,2,\ldots,N, \quad y_1 = 0, \quad y_N = 1.$$

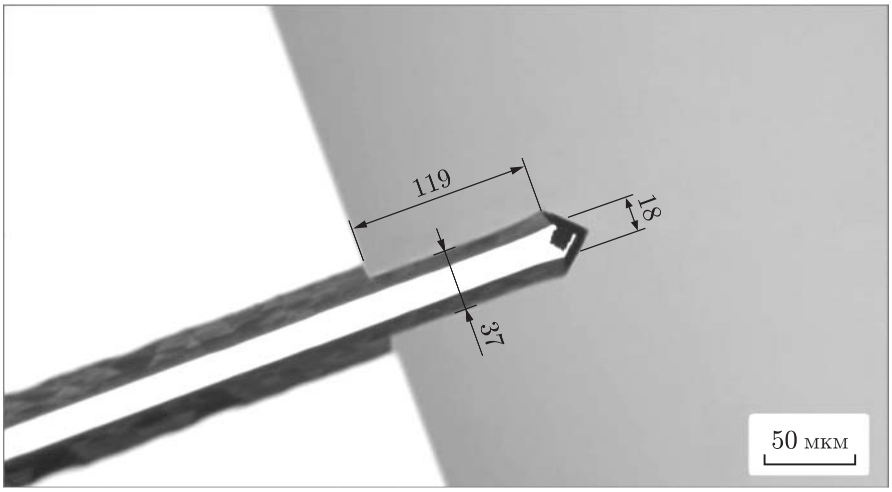

Рис. 2. Силиконовая консоль атомно-силового микроскопа, имеющая кинжальную форму (MikroMasch HQNSC15)

Таблица 1

Первая ω_1 и вторая ω_2 резонансные частоты для различных жидкостей при наличии и в отсутствие сил взаимодействия зонда и образца в случае консоли АСМ, имеющей кинжальную форму

Жидкость	ρ_{liq}, кг/м^3	$\eta \cdot 10^4$, Па · с	При наличии сил взаимодействия		В отсутствие сил взаимодействия	
			ω_1, Гц	ω_2, Гц	ω_1, Гц	ω_2, Гц
CCl_4	1585	9,01	222 073,577	1 091 171,362	143 765,663	989 497,378
Метанол	786	5,44	280 276,432	1 019 171,362	182,765,198	1 225 397,074
Ацетон	785	3,04	288 409,445	1 280 368,752	189 136,078	1 243 931,317

3. Результаты численного решения. С использованием соотношений теории балок Тимошенко исследовано динамическое поведение силиконовой консоли АСМ, имеющей кинжальную форму, при различных значениях его параметров: длины зонда, толщины балки и угла между консолью и поверхностью образца. Во всех случаях массой зонда пренебрегается, полагается, что коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}28$. В качестве силиконовой консоли АСМ, имеющей кинжальную форму, использовалась консоль MikroMasch HQNSC15 (рис. 2). В большинстве работ при моделировании полагалось, что консоль имеет форму параллелепипеда. Однако, поскольку часть консоли имеет трапециевидную форму, целесообразно рассматривать консоль кинжальной формы. Размерные параметры определялись с использованием оптического микроскопа Huvitz HR3-TRF-P. Вычисления проводились при следующих значениях параметров консоли: длина $L_0 = 119$ мкм, $L_1 = 11$ мкм, толщина $h = 3{,}59$ мкм, ширина $b_0 = 37$ мкм, плотность $\rho = 2230$ кг/м^3, модуль Юнга $E = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ Па, коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}28$, радиус зонда $R_t = 10$ нм, $\alpha = 15°$, $H = 15$ мкм. Параметры, определяющие взаимодействие консоли и образца из высокоупорядоченного пиролитического графита, имели следующие значения: $E^* = 10{,}2$ ГПа, $G^* = 4{,}2$ ГПа, $Z_0 = 0{,}38$ нм, $D = 0{,}08$ нм.

Исследовано влияние различных жидкостей на нелинейные резонансные частоты и разупрочнение материала консоли. Значения плотности и вязкости жидкостей при температуре, равной 25 °C, приведены в табл. 1. Из результатов, приведенных на рис. 3,

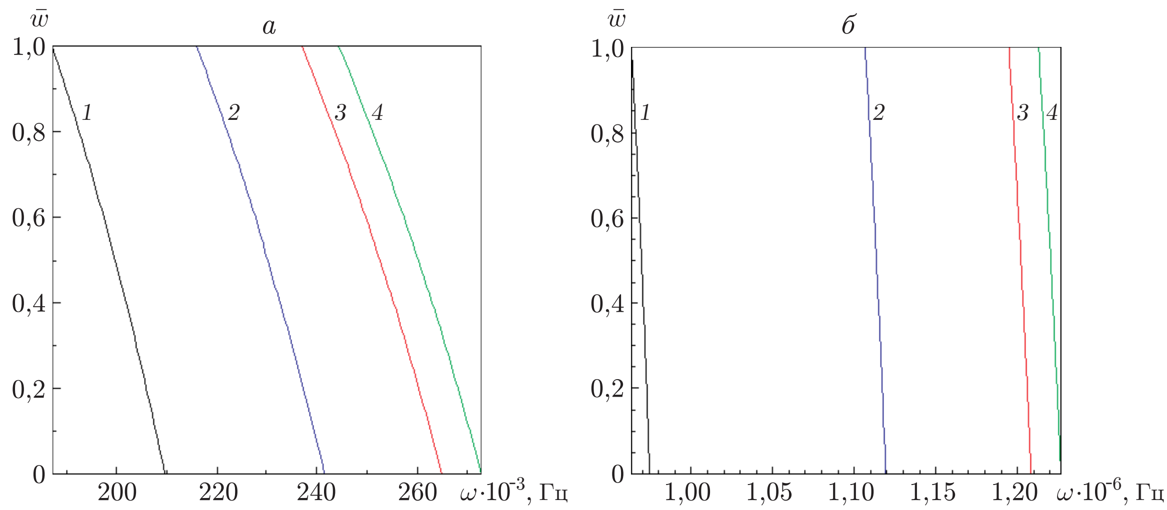

Рис. 3. Зависимость амплитуды от частоты для первой моды для различных жидкостей:
а — $175 \cdot 10^3$ Гц $\leqslant \omega_1 \leqslant 275 \cdot 10^3$ Гц, *б* — $0{,}6 \cdot 10^6$ Гц $\leqslant \omega_1 \leqslant 1{,}4 \cdot 10^6$ Гц; *1* — CCl_4, *2* — вода, *3* — метанол, *4* — ацетон

следует, что резонансная частота зависит от вязкости жидкости. С увеличением вязкости жидкости резонансная частота уменьшается. В случае углеродистого тетрахлорида (CCl_4), имеющего наибольшую вязкость, резонансная частота наименьшая, в случае ацетона, имеющего наименьшую плотность, резонансная частота наибольшая. Разупрочнение не зависит от вязкости жидкости. Значения резонансных частот при наличии сил взаимодействия зонда и образца и при их отсутствии приведены в табл. 1. Из табл. 1 следует, что с увеличением вязкости резонансные частоты уменьшаются. Кроме того, наличие сил взаимодействия зонда и образца оказывает существенное влияние на резонансную частоту, а именно приводит к ее увеличению. В данной работе рассматриваются линейные силы взаимодействия зонда и образца.

В табл. 2 приведены экспериментальные и расчетные данные для консоли кинжальной формы и консоли, имеющей форму параллелепипеда, в случаях, когда в качестве окружающей среды используются воздух и вода. Из приведенных данных следует, что результаты, полученные при использовании в качестве модели консоли кинжальной формы, являются более точными. При использовании в качестве окружающей среды воздуха эксперименты проводились с помощью многомодового атомно-силового микроскопа Ara-Research, при использовании воды — с помощью атомно-силового микроскопа JPK Instruments-NanoWizard 2 (рис. 4). Полученные в экспериментах данные хорошо согласуются с результатами расчетов.

На рис. 5 приведены зависимости первой и второй частот от времени для консоли АСМ, имеющей кинжальную форму, в случаях, когда в качестве окружающей среды используется воздух или вода. Согласно полученным данным в случае использования воздуха резонансные частоты больше, чем в случае использования воды, что обусловлено большей вязкостью воды. Резонансные нелинейные частоты не зависят от времени.

Заключение. Изучено нелинейное динамическое поведение консоли АСМ, имеющей кинжальную форму. Для решения нелинейных уравнений движения использован метод дифференциальных квадратур. Установлено, что разупрочнение материала происходит

Таблица 2

Расчетные и экспериментальные значения первой и второй линейных собственных частот консоли кинжальной формы и консоли, имеющей форму параллелепипеда, при наличии и в отсутствие сил взаимодействия зонда и образца

Окружающая среда	При наличии сил взаимодействия		В отсутствие сил взаимодействия				Δ_1, %	Δ_2, %
			Расчет		Эксперимент			
	ω_1, Гц	ω_2, Гц	ω_1, Гц	ω_2, Гц	ω_1, Гц	ω_2, Гц		
			Консоль кинжальной формы					
Воздух	430 194,784	1 824 448,254	286 891,805	1 788 444,973	287 530,124	1 815 785,440	0,22	1,50
Вода	255 850,676	1 169 396,125	165 841,652	1 135 581,260	179 411,924	1 272 204,695	7,56	10,73
			Консоль, имеющая форму параллелепипеда					
Воздух	413 591,510	1 757 764,917	275 170,405	1 718 160,719	287 530,124	1 815 785,440	4,29	5,37
Вода	242 570,469	1 109 975,765	156 509,698	1 084 068,302	179 411,924	1 272 204,695	12,76	14,79

Примечание. Δ_1, Δ_2 — погрешность расчета первой и второй частот соответственно.

а

б

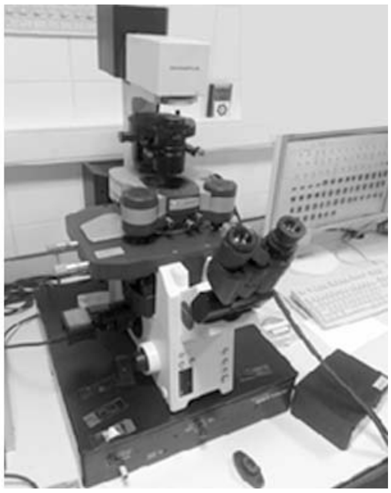

Рис. 4. Многомодовый атомно-силовой микроскоп Ara-Research (*а*) и атомно-силовой микроскоп JPK Instruments-NanoWizard 2 (*б*)

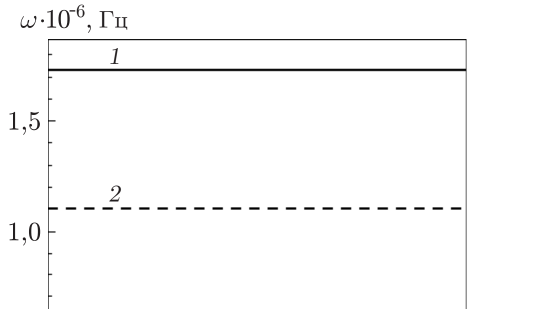

Рис. 5. Зависимости первой (сплошные линии) и второй (штриховые линии) частот от времени для консоли кинжальной формы в случаях, когда в качестве окружающей среды используются воздух (*1*) и вода (*2*)

при погружении консоли как в воздух, так и в воду. При увеличении вязкости жидкости резонансные частоты существенно уменьшаются. Разупрочнение не зависит от вязкости жидкости. Результаты, полученные с использованием предложенной теоретической модели, хорошо согласуются с экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Binning G., Quate C. F., Gerber C.** Atomic force microscope // J. Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56, N 9. P. 930–933.
2. **Turner J. A., Wiehn J. S.** Sensitivity of flexural and torsional vibration modes of atomic force microscope cantilevers to surface stiffness variations // J. Nanotechnol. 2001. V. 12, N 3. P. 322–330.
3. **Chang W.** Sensitivity of vibration modes of atomic force microscope cantilevers in continuous surface contact // J. Nanotechnol. 2002. V. 13, N 4. P. 510–514.
4. **Sadeghi A.** Flexural vibration of double tapered atomic force microscope cantilevers studied by considering the contact position and using the differential quadrature method // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 2013. V. 54, N 4. P. 622–635.
5. **Sedighi H. M., Shirazi K. H.** Accurate investigation of lateral vibrations of a quintic nonlinear beam on an elastic foundation: Using an exact formulation of the beam curvature // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 2014. V. 55, N 6. P. 1066–1074.
6. **Wang Yi-Ren, Fang Zhi-Wei.** Vibrations in an elastic beam with nonlinear supports at both ends // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 2015. V. 56, N 2. P. 337–346.
7. **Timoshenko S. P.** Theory of elasticity / S. P. Timoshenko, J. N. Goodier. N. Y.: McGraw-Hill, 1951.
8. **Chen G. Y., Warmack R. J., Huang A., Thundat T.** Harmonic response of near-contact scanning force microscopy // J. Appl. Phys. 1995. V. 78, N 3. P. 1465–1469.
9. **Hosaka H., Itao K., Kuroda S.** Damping characteristics of beam-shaped micro-oscillators // Sensors Actuators. 1995. V. 49, N 1/2. P. 87–95.
10. **Turner J. A.** Non-linear vibrations of a beam with cantilever-Hertzian contact boundary conditions // J. Sound Vibrat. 2004. V. 275, N 1/2. P. 177–191.
11. **Shu C.** Differential quadrature and its application in engineering. Singapore: Springer, 1999.

Поступила в редакцию 2/XII 2019 г.,
после доработки — 28/II 2020 г.
Принята к публикации 30/III 2020 г.