

ется более чем в 4 раза, а $\alpha_{i\max}$ увеличивается приблизительно в 3 раза.

Аналогичные расчеты для других видов распределения температуры поверхности при ее охлаждении здесь не приводятся. Их результаты носят такой же качественный характер, как вышеприведенные, если градиент температуры положительный.

Установленный аномальный эффект понижения устойчивости ламинарного пограничного слоя на охлаждаемой поверхности обусловлен тем, что благодаря резкому понижению температуры ядра слоя на максимально охлаждаемом участке вниз по течению тепловой поток направлен от поверхности, несмотря на то что ее температура в этой области ниже температуры внешнего потока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое.— Новосибирск: Наука, 1982.
2. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках.— Новосибирск: Наука, 1980.
3. Лебедев Ю. Б., Фомичев В. М. Влияние неравномерности распределения температуры поверхности на устойчивость ламинарного пограничного слоя // ПМТФ.— 1987.— № 2.
4. Казаков А. В., Коган М. Н., Купарев В. А. Об устойчивости дозвукового пограничного слоя при нагреве пластины вблизи передней кромки // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1985.— № 3.

Поступила 15/XII 1986 г.

УДК 533.526+536.24

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С УЧЕТОМ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛООБМЕНА

В. И. Зинченко, О. П. Федорова
(Томск)

В работе рассматривается решение задачи о прогреве конуса, затупленного по сфере, при обтекании химически равновесным либо сверхзвуковым потоком воздуха с учетом взаимного влияния процессов в газовой и твердой фазах, т. е. сопряженной постановки задачи. Использование отдельной постановки задачи, связанное с заданием коэффициента теплоотдачи α из газовой фазы для расчета уравнения теплопроводности в теле, затруднительно, так как отсутствуют надежные данные для α при пространственном обтекании неизотермических поверхностей.

1. Согласно [1, 2], характеристики сопряженного теплообмена будем отыскивать из решения системы уравнений пространственного пограничного слоя и нестационарного уравнения теплопроводности в оболочке тела с соответствующими граничными и начальными условиями. Для модели совершенного газа система уравнений ламинарного пространственного пограничного слоя приведена в [3]. Для диссоциированного воздуха в предположении обинаренной смеси легко показать, что концентрации элементов для неразрушающейся стенки постоянны в пограничном слое и равны своим значениям в набегающем потоке. Расчет равновесного состава можно провести автономно и коэффициенты переноса и молекулярного веса смеси аппроксимировать как функции p и T либо p и h [4], а затем использовать при интегрировании системы уравнений пограничного слоя.

В общем случае многокомпонентной диффузии элементный состав меняется в пограничном слое [5], это следует учитывать при решении конкретных задач. Для диссоциированной воздушной смеси при получении потоковых величин допущение о неизменности элементного состава в пограничном слое может быть использовано с достаточной степенью точности.

В соответствии с [6] расчет пограничного слоя на сферической части тела в системе координат, связанной с точкой торможения, проводился как осесимметричный, а далее осуществлялся переход к полугеодезической системе координат, связанной с осью симметрии тела. В переменных Дородницына — Лиза после введения функций тока f и φ система уравнений пространственного пограничного слоя имеет вид

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(l \frac{\partial \bar{u}}{\partial \zeta} \right) + (\alpha_4 f + \alpha_3 \varphi) \frac{\partial \bar{u}}{\partial \zeta} = \alpha_1 \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} - \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \zeta} \right) + \alpha_2 \left(\bar{\omega} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} - \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \zeta} \right) + \\ + \beta_1 \left(\bar{u}^2 - \frac{\rho_e}{\rho} \right) + \beta_2 \left(\bar{\omega}^2 - \frac{\rho_e}{\rho} \right) + \beta_3 \left(\bar{u} \bar{\omega} - \frac{\rho_e}{\rho} \right);$$

$$(1.2) \quad \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(l \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \zeta} \right) + (\alpha_4 f + \alpha_3 \varphi) \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \zeta} = \alpha_1 \left(\bar{u} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \xi} - \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \zeta} \right) + \alpha_2 \left(\bar{\omega} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \eta} - \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial \zeta} \right) + \\ + \beta_4 \left(\bar{\omega}^2 - \frac{\rho_e}{\rho} \right) + \beta_5 \left(\bar{u} \bar{\omega} - \frac{\rho_e}{\rho} \right);$$

$$(1.3) \quad \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ l \frac{\partial g}{\partial \zeta} + \gamma_1 l \left(1 - \frac{1}{Pr} \right) \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\bar{u}^2 + \left(\frac{\omega_e}{u_e} \bar{\omega} \right)^2 \right] \right\} + (\alpha_4 f + \alpha_3 \varphi) \frac{\partial g}{\partial \zeta} = \\ = \alpha_1 \left(\bar{u} \frac{\partial g}{\partial \xi} - \frac{\partial f}{\partial \xi} \frac{\partial g}{\partial \zeta} \right) + \alpha_2 \left(\bar{\omega} \frac{\partial g}{\partial \eta} - \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \frac{\partial g}{\partial \zeta} \right).$$

С учетом допущения об одномерности процесса нестационарное уравнение теплопроводности в материале тела в ортогональной полугеодезической системе координат запишем как

$$(1.4) \quad \pi_\rho \frac{\partial \theta}{\partial \tau} - \frac{1}{H_1 r_1} \frac{\partial}{\partial n_1} \left[H_1 r_1 \pi_\lambda \frac{\partial \theta}{\partial n_1} \right].$$

Граничные и начальные условия следующие:

$$(1.5) \quad \bar{u}(\xi, \eta, \infty) = 1, \quad \bar{\omega}(\xi, \eta, \infty) = 1, \quad g(\xi, \eta, \infty) = 1, \\ \bar{u}(\xi, \eta, 0) = 0, \quad \bar{\omega}(\xi, \eta, 0) = 0, \quad f(\xi, \eta, 0) = \varphi(\xi, \eta, 0) = 0;$$

$$(1.6) \quad \tilde{q}_w(\xi, \eta, 0) \frac{H_{e0} \sqrt{V m \rho_{e0} \mu_{e0} R_N}}{\lambda_{1*} T_*} - \pi_\sigma \theta_w^e = -\pi_\lambda(\theta_w) \frac{\partial \theta}{\partial n_1}(\tau, 0);$$

$$(1.7) \quad \frac{\partial \theta}{\partial n_1} \left(\tau, \frac{L}{R_N} \right) = 0 \quad \text{или} \quad \theta \left(\tau, \frac{L}{R_N} \right) = \theta_H, \quad \theta(0, n_1) = \theta_H.$$

Здесь ξ — безразмерная длина дуги, отсчитываемая от оси симметрии; η — угол, отсчитываемый от наветренной стороны в плоскости симметрии

тела, рад; $\zeta = \frac{u_e r_w}{N} \int_0^n \rho dn$, $n_1 = -\frac{n}{R_N}$ направлены по нормали к внешнему

контуру в различные стороны; $g = H/H_{e0}$, $\bar{u} = \partial f / \partial \zeta = u/u_e$, $\bar{\omega} = \partial \varphi / \partial \zeta = \omega/\omega_e$ — безразмерные энтальпия и компоненты скорости в продольном и окружном направлениях;

$$\alpha_1 = \frac{2 \int_0^{\xi} \rho_e \mu_e u_e r_w^2 c^2 d\xi}{\rho_e \mu_e u_e r_w^2}, \quad \alpha_2 = \frac{\omega_e}{u_e r_w} \alpha_1,$$

$$\alpha_3 = \frac{\alpha_1}{r_w} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\omega_e}{u_e} \right) + \frac{\omega_e}{\rho_e \mu_e u_e r_w^3} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\int_0^{\xi} \rho_e \mu_e u_e r_w^2 d\xi \right),$$

$$\alpha_4 = 1, \quad \beta_1 = \frac{\alpha_1}{u_e} \frac{\partial u_e}{\partial \xi}, \quad \beta_2 = -\alpha_1 \left(\frac{\omega_e}{u_e} \right)^2 \frac{1}{r_w} \frac{dr_w}{d\xi}, \quad \beta_3 = \alpha_2 \frac{1}{u_e} \frac{\partial u_e}{\partial \eta}, \quad \beta_4 = \frac{\alpha_2}{\omega_e} \frac{\partial \omega_e}{\partial \eta},$$

$$\beta_5 = \alpha_1 \left(\frac{1}{r_w} \frac{\partial \bar{r}_w}{\partial \xi} + \frac{1}{\omega_e} \frac{\partial \omega_e}{\partial \xi} \right), \quad l = \frac{\rho \mu}{\rho_e \mu_e}, \quad \bar{r}_w = \frac{r_w}{R_N}, \quad \gamma_1 = \frac{u_e^2}{2H_{e0}}, \quad \pi_\rho = \frac{\rho_1 c_1}{\rho_{1*} c_{1*}},$$

$$\pi_\lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_{1*}}, \quad \pi_\sigma = \frac{\varepsilon \sigma T_*^3}{\lambda_{1*}}$$

— безразмерные коэффициенты и параметры; $\tilde{q}_w = \frac{\mu_w}{Pr_w} \frac{\partial H}{\partial n} \Big|_w \left(\frac{R_N}{V_m \rho_{e0} \mu_{e0}} \right)^{1/2} \times$
 $\times \frac{1}{H_{e0}}, \quad \theta = \frac{T}{T_*}, \quad \tau = \frac{t}{t_*}$ — безразмерный тепловой поток, температура и

время; $t_* = \frac{R_N^2 \rho_{1*} c_{1*}}{\lambda_{1*}}, \quad V_m = \sqrt{2H_{e0}}, \quad R_N, L$ — характерные время и скорость, радиус затупления и толщина оболочки; $H_1 = 1 - kn$, $r_1 = r_w - n_1 \cos \vartheta$ — коэффициенты Ламэ (k — кривизна образующей, ϑ — угол наклона образующей тела к оси симметрии); индексы $e, e0, w$ отвечают значениям на внешней границе пограничного слоя, на внешней границе в точке торможения, на поверхности тела, индексы 1, * — характеристикам твердой фазы и характерным величинам.

Для модели совершенного газа в качестве температуры T_* удобно использовать T_{e0} , тогда $\frac{H_{e0} \sqrt{V_m \rho_{e0} \mu_{e0} R_N}}{\lambda_{1*} T_*} = \sqrt{Re} Pr \frac{\lambda_{e0}}{\lambda_{1*}}, \quad Re = \frac{V_m \rho_{e0} R_N}{\mu_{e0}}$. Параметр $S = \sqrt{Re} Pr \lambda_{e0} / \lambda_{1*}$ используется для задач сопряженного теплообмена.

Для модели равновесного воздуха при записи системы уравнений и граничного условия (1.6) использовалось допущение о равенстве чисел Льюиса единице. Уравнение состояния и $\rho \mu$ взяты из [4]. На внешней границе пограничного слоя условия брались из расчетов невязкого обтекания [7] и аппроксимировались с помощью двумерных сглаживающих сплайнов [8].

Разностные схемы для расчетных областей в газовой фазе и теле получены с помощью итерационно-интерполяционного метода (ИИМ) [9] с погрешностью аппроксимации $O(\Delta \zeta)^2 + O(\Delta \xi) + O(\Delta \eta), O(\Delta n_1)^2 + O(\Delta \tau)$.

Решение задач в сопряженной постановке требует многократного расчета системы уравнений пространственного пограничного слоя, поэтому важен вопрос об оптимальности выбранных схем и ускорении практической сходимости. По методике [10] проведен сравнительный анализ ряда известных разностных схем и схем ИИМ и показано, что схемы ИИМ имеют второй порядок скорости сходимости. Методика расчета связана с квазистационарностью процессов в газовой фазе и заключается в последовательном решении системы уравнений в газовой фазе и уравнения теплопроводности в теле. При интегрировании (1.1)—(1.3) в качестве начальных условий по переменной η использовались решения асимптотической системы уравнений, выписанной в окрестности плоскости симметрии течения.

При проведении численных расчетов исследовалось задание угла атаки χ , параметра сопряженности S , анализировалось влияние неизотермичности температуры поверхности на тепловой поток и коэффициент теплоотдачи.

2. Рассмотрим результаты решения краевой задачи (1.1)—(1.3), (1.5), (1.6) для модели совершенного газа и закона Сазерленда для μ в случае заданной температуры поверхности. На рис. 1 приведены распределения безразмерных теплового потока \tilde{q}_w и напряжения трения $\tilde{\tau}_w = \mu_w [(\partial u / \partial n|_w)^2 + (\partial \omega / \partial n|_w)^2] \sqrt{Re} / (\rho_{e0} V_m^2)$ вдоль образующих конической части в различных меридиональных сечениях η . Здесь $\chi = 10^\circ$, $\gamma = 1, 4, g_w = \theta_w = 0,05$, геометрия тела (угол полураствора $\vartheta = 10^\circ$) и M_∞ взяты из [3]. Кривые 1—4 отвечают $\eta = 0; \pi/2; 2,27; \pi$ соответственно, кривые 1' получены в окрестности плоскости симметрии на наветренной стороне $\eta = 0$ для тех же определяющих параметров задачи, за

исключением $\chi = 20^\circ$. Как видно из рис. 1, максимальные значения теплового потока и напряжения трения достигаются на линии растекания при $\eta = 0$, где давление максимально. Вследствие подтормаживания потока на наветренной стороне конической поверхности давление вдоль образующей возрастает, что приводит к увеличению \tilde{q}_w и $\tilde{\tau}_w$ в этой области течения, причем размеры области существенно зависят от угла атаки.

Вдоль меридионального сечения $\eta = \pi/2$ тепловой поток близок к расчетному значению $\tilde{q}_w(\xi)$ (помечено крестиками), полученному при осесимметричном обтекании того же конуса. Отсюда следует, что на данном меридиане для используемого значения χ расхождение линий тока на внешней границе пограничного слоя и вблизи поверхности тела не играет большой роли при определении локального теплового потока, что экспериментально зафиксировано в [11].

В окрестности линии растекания представляет интерес сравнить \tilde{q}_w с результатами расчетов осесимметричного обтекания для одинаковых местных углов атаки. В этом случае $\chi = 0$, $\phi = 20^\circ$ и $\phi = 30^\circ$ для штриховых кривых 1, 1' соответственно. Давление на внешней границе различается за счет перетекания газа в окружном направлении при $\chi \neq 0$. При увеличении угла атаки повышается градиент давления по окружной координате, что приводит к росту интенсивности вторичных течений и погрешности осесимметричного расчета для эквивалентного конуса.

Расчеты, проведенные в окрестности плоскости симметрии на подветренной стороне, показали, что, начиная с некоторых значений ξ , соответствующих появлению максимума $p_e(\eta)$ на подветренной стороне, компонента вектора напряжения трения $\mu \partial \omega / \partial n|_w$ становилась отрицательной, это характеризует смену направления течения внутри пограничного слоя по отношению к плоскости симметрии. Смена направления течения приводит к перестройке течения и образованию области растекания, что может сопровождаться при увеличении углов атаки возрастанием теплового потока и напряжения трения. На рис. 1 линиями 5 приведены распределения $\tilde{q}_w(\xi)$, $\tilde{\tau}_w(\xi)$ при $\eta = \pi$ для параметров [11] ($M_\infty = 5$, $\chi = 20^\circ$, 9° , $\phi = 9^\circ$), что подтверждает вышесказанное. Такое поведение $\tilde{q}_w(\xi)$ при $\eta = \pi$ было отмечено в ряде экспериментальных работ, и расчет, проведенный по данным [12], показал согласование теоретических и экспериментальных результатов. Рассмотрим влияние задания изотермической

температуры поверхности на характеристики течения в пограничном слое. На рис. 2 представлено отношение $\frac{St}{St_0} = \frac{q_w(\xi, \eta) [1 - \theta_{w0}]}{\tilde{q}_w(\xi) [1 - \theta_w(\xi, \eta)]}$ вдоль координаты ξ

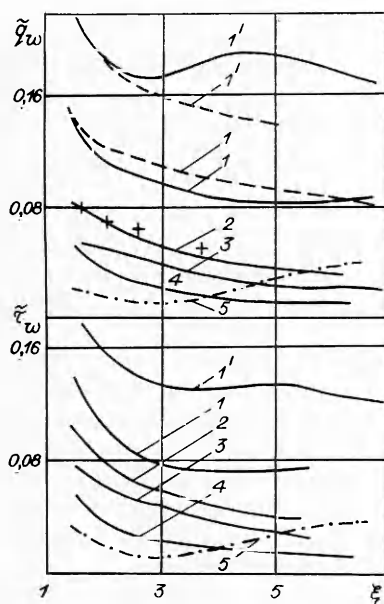


Рис. 1

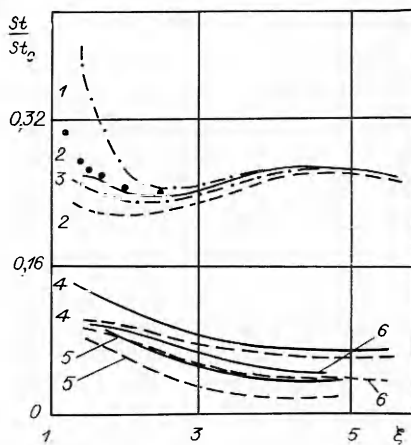


Рис. 2

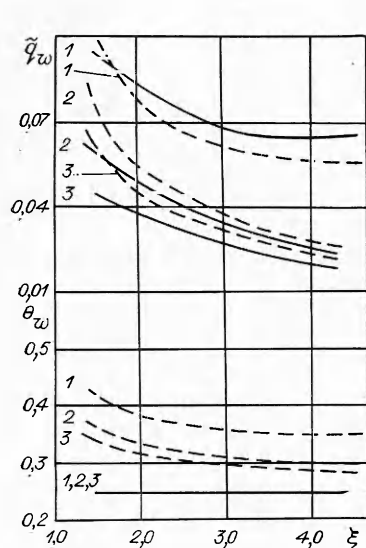


Рис. 3

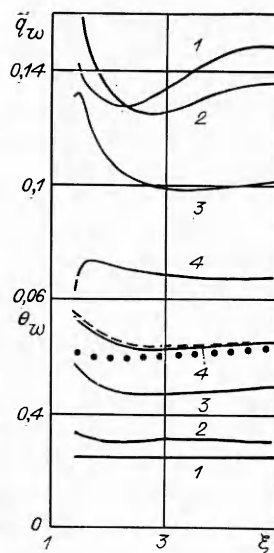


Рис. 4

при различных значениях η (кривые 2, 4 — $\eta = 0$; 5, 6 — $\eta = \pi/2$). Здесь q_{w0} , θ_{w0} отвечают величинам в точке торможения, кривые 2, 5 получены при $\chi = 20^\circ$; 4, 6 — $\chi = 5^\circ$. Сплошные линии соответствуют $\theta_w = 0,05$, штриховые — $\theta_w = 0,5$. Прочие определяющие параметры совпадают с данными рис. 1. Видно, что с ростом θ_w на порядок St/St_0 уменьшается во всех меридиональных сечениях и имеется тенденция к увеличению

влияния изменения температурного фактора на относительный тепловой поток при повышении χ . Точками при $\eta = 0$, $\chi = 20^\circ$, $\theta_w = 0,248$ нанесены данные [13], согласно которым в окрестности линии растекания

$$(2.1) \quad \frac{St}{St_0} = \frac{0,8 \frac{p_e}{p_{e0}} \frac{u_e}{\bar{v}_m} \left[\theta_e + \sqrt{\text{Pr}} \left(\frac{u_e}{V_{*a}} \right)^2 - \theta_w \right]}{k^{0,5} \left(\frac{r_w}{R_N} \right)^{0,3} [1 - \theta_{w0}]}$$

Для модели совершенного газа

$$k = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}, \quad \theta_e = \frac{T_e}{T_{e0}} = \left(\frac{p_e}{p_{e0}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \quad \left(\frac{u_e}{V_m} \right)^2 = 1 - \left(\frac{p_e}{p_{e0}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Как следует из рис. 1, 2, распределение теплового потока на обтекаемой поверхности носит сложный характер, что определяет при решении задачи прогрева формирование $T_w(\xi, \eta)$ и поля температур в материале тела. Результаты решения задачи в сопряженной постановке приведены на рис. 3 для $\theta_n = 0,248$, $T_{e0} = 1210$ К, $\sqrt{\text{Re}} \text{Pr} \frac{\lambda_{e0}}{\lambda_{1*}} = 3,187$ (остальные параметры те же, что для рис. 1). Теплофизические характеристики материала принимались постоянными, $L/R_N = 0,1$, $\partial\theta/\partial n_1(\tau, L/R_N) = 0$. Зависимости $\tilde{q}_w(\xi, \eta)$ и $\theta_w(\xi, \eta)$ найдены в различные моменты времени τ , сплошные кривые отвечают $\tau = 0$, штриховые — $\tau = 0,046$, 1—3 для $\eta = 0$; $\pi/2$; 2, 27.

Для указанных моментов времени интересно отметить повышение теплового потока, которое наиболее заметно в области сопряжения сферической и конической частей тела. Рост $\tilde{q}_w(\xi, \eta)$ обусловлен тем, что в моменты времени, близкие к начальному, θ_w меняется от $\theta_n = \text{const}$ к неизотермическому распределению $\theta_w(\xi, \eta)$, что, в свою очередь, приводит к возрастанию коэффициента теплоотдачи к телу и повышению теплового потока. При дальнейшем увеличении T_w вследствие уменьшения температурного перепада $T_{e0} - T_w(\xi, \eta)$ $\tilde{q}_w(\xi, \eta)$ начинает убывать.

На рис. 4 представлены результаты решения сопряженной задачи в наиболее теплонапряженной области при $\eta = 0$, которые иллюстрируют

указанное выше поведение \tilde{q}_w . Расчетные параметры выбирались теми же, что и для рис. 3, за исключением $\chi = 20^\circ$, кривые 1—4 отвечают $\tau = 0; 0,01; 0,051; 0,108$.

Влияние неизотермичности температуры поверхности на коэффициент теплоотдачи показано на рис. 2, где приведена обработка данного на рис. 4 численного решения в виде отношения St/St_0 для $\tau = 0,01$ и 0 (кривые 1, 3). Видно, что для постоянной и переменной температур поверхности значения St/St_0 различаются существенно, в то время как для изотермической поверхности при параметрическом переборе различие в St/St_0 не превышает 15%.

Немонотонное поведение $\tilde{q}_w(\tau)$ из-за неизотермического распределения температуры поверхности можно видеть из аналитического решения в окрестности плоскости симметрии, полученного с помощью метода последовательных приближений [14] для переменной температуры $\theta_w(\xi)$:

$$(2.2) \quad \frac{q_w(\xi)}{q_w(\xi_*)} = \sqrt{\frac{\rho_e \mu_e u_e \delta_g(\xi_*)}{2 \frac{du_e}{d\xi} \Big|_{\xi=\xi_*} \rho_{e0} \mu_{e0} \alpha \delta_g(\xi)}} \frac{B(\xi_*)}{B(\xi)} \times \\ \times \left\{ (1 - \psi) + 2Pr \delta_g(\xi) \alpha B(\xi) \beta \left(1 - \frac{\Phi_1}{2B(\xi)} \right) \right\} \frac{1 - g_w(\xi)}{1 - g_w(\xi_*)}, \\ \Phi_1 = 0,068 + 0,091A, \quad B(\xi) = 0,068 + 0,057A, \\ \beta = \frac{\partial \ln(1 - g_w)}{\partial \xi}, \quad \psi = \frac{1 - Pr}{1 - g_w} \left(\frac{u_e}{V_m} \right)^2, \quad A = \left(\frac{g_w}{1 - \left(\frac{u_e}{V_m} \right)^2} \right)^{0,5}, \quad m = \rho_e \mu_e u_e r_w^{-2},$$

$$E = \exp \left(2 \int_{\xi_*}^{\xi} \frac{\omega_e}{u_e} \frac{1}{r_w} d\xi \right), \quad \alpha = \frac{\int_{\xi_*}^{\xi} \rho_e \mu_e u_e r_w^2 d\xi}{\rho_e \mu_e u_e r_w^2}; \\ (2.3) \quad \delta_g(\xi) = \left[\int_{\xi_*}^{\xi} \frac{(1 - \psi) m}{Pr B(\xi)} \exp \left(\int_{\xi_*}^{\xi} \beta \frac{\Phi_1}{B(\xi)} d\xi \right) E d\xi \right] \left[\alpha m E \exp \left(\int_{\xi_*}^{\xi} \beta \frac{\Phi_1}{B(\xi)} d\xi \right) \right]^{-1}.$$

Здесь ξ_* — координата точки торможения, а для $\delta_g(\xi_*)$, используя разложение функций в окрестности критической точки, можно записать

$$\delta_g(\xi_*) = \frac{1}{Pr B(\xi_*) \left(1 + \frac{R_1(\xi_*)}{R_2(\xi_*)} \right)}, \quad B(\xi_*) = 0,068 + 0,057g_w^{0,5}$$

($R_1(\xi_*)$, $R_2(\xi_*)$ — главные радиусы кривизны в точке торможения). В данном случае сферического затупления для $\xi_* \leq \xi \leq \xi_1$, где ξ_1 отвечает координате перехода на коническую часть тела,

$$\omega_e = u_e \frac{\sin \xi_*}{\sin(\xi - \xi_*)},$$

и для этой области

$$(2.4) \quad \delta_g(\xi) = \left[\int_{\xi_*}^{\xi} \frac{(1 - \psi) m}{Pr B(\xi)} \exp \left(\int_{\xi_*}^{\xi} \beta \frac{\Phi_1}{B(\xi)} d\xi \right) \frac{(\operatorname{tg} \xi - \operatorname{tg} \xi_*)^2}{\operatorname{tg}^2 \xi} d\xi \right] \times \\ \times \left[\alpha m \exp \left(\int_{\xi_*}^{\xi} \beta \frac{\Phi_1}{B(\xi)} d\xi \right) \frac{(\operatorname{tg} \xi - \operatorname{tg} \xi_*)^2}{\operatorname{tg}^2 \xi} \right]^{-1}.$$

Как вытекает из анализа формулы (2.2), а также из результатов численных решений, второе слагаемое в (2.2), связанное с $\partial g_w / \partial \xi$, может вносить существенный вклад в значение коэффициента теплоотдачи для неизо-

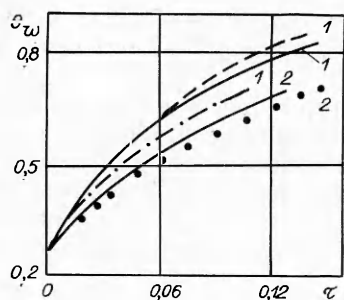


Рис. 5

термической поверхности. В области положительных значений $\partial g_w / \partial \xi$ отношение St/St_0 убывает, а при отрицательных — возрастает по сравнению с изотермическим случаем. Это может приводить к занижению θ_w в областях, где $\partial \theta_w / \partial \xi < 0$, при расчете температурного поля в теле с использованием коэффициента теплоотдачи из газовой фазы, найденного для изотермической поверхности.

Сравнение результатов решения задачи в точной постановке (сплошные кривые) с учетом сопряженного теплообмена с результатами решения задачи в раздельной постановке приведено на рис. 4, 5. Здесь штриховые кривые отвечают решению уравнения теплопроводности при задании теплового потока из газовой фазы в виде $\tilde{q}_w(\xi) = \frac{q_w(\xi)}{q_w(\xi_*)} \tilde{q}_w(\xi_*)$, где $q_w(\xi)/q_w(\xi_*)$ берется из (2.2), а для $\tilde{q}_w(\xi_*)$ используется известная формула [15], выписанная для совершенного газа. Штрихпунктирные кривые получены для случая, когда в (2.2)—(2.4) членами с $\partial g_w / \partial \xi$ пренебрегалось, т. е. $\beta = 0$. Кривые, обозначенные кружочками, найдены для задания теплового потока из газовой фазы в виде $\tilde{q}_w(\xi) = \frac{St(\xi)}{St_0} \tilde{q}_{w0}$, где отношение $St(\xi)/St_0$ бралось из (2.1).

На рис. 4 сравнение различных подходов приведено для $\tau = 0,108$, а на рис. 5 показана динамика изменения θ_w в зависимости от времени в различных сечениях вдоль образующей (кривые 1 — $\xi = 1,41$, 2 — $\xi = 5,01$).

Как следует из сравнения кривых $\theta_w(\xi)$, в области, прилегающей к сферическому затуплению, где значения производных $\partial \theta_w / \partial \xi$ существенны, необходимо учитывать вклад локальной производной наряду с учетом предыстории развития теплового пограничного слоя. Для участка конической поверхности, где характеристики течения меняются слабо, при раздельном способе решения задачи в формуле для коэффициента теплоотдачи членом с $\partial g_w / \partial \xi$ можно пренебречь. В этом случае неплохое согласование с точным решением дает задание St/St_0 из (2.1), которое отвечает заданию коэффициента теплоотдачи из газовой фазы для изотермической поверхности.

Отметим, что для больших моментов времени τ при заданном адиабатическом условии на внутренней стенке оболочки температура поперек оболочки выравнивается и для малого значения параметра π_σ θ_w становится близкой к температуре адиабатической поверхности, которая может быть заранее оценена. Рассмотрим далее результаты расчетов краевой задачи (1.1)—(1.7) при типичных условиях движения для диссоциированного воздуха.

На рис. 6 показаны распределения тепловых потоков q_w и температуры поверхности T_w на наветренной стороне конуса $\eta = 0$ в различные моменты времени (кривая 1 — $t = 2$ с, 2 — $t = 0$). Расчеты проведены

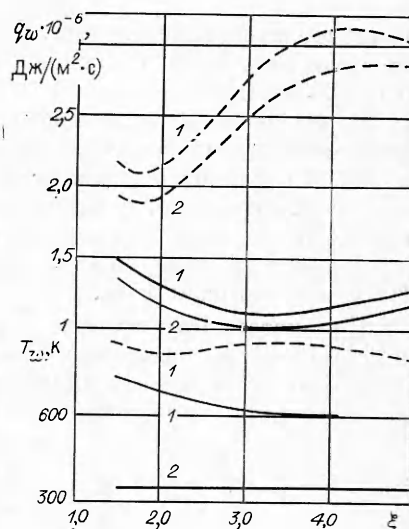


Рис. 6

для $R_N = 0,1$ м, $L/R_N = 0,1$, $T_{вн} = 350$ К. На внутренней стенке обло-
лочка, выполненной из графита, выставлялось адиабатическое условие,
а теплофизические характеристики материала брались из [16]. Сплошные
кривые отвечают $\chi = 10^\circ$, штриховые — $\chi = 20^\circ$.

Для рассмотренных моментов времени тепловые потоки возрастают
при снижении высоты за счет повышения плотности воздуха в набегаю-
щем потоке, причем при движении с $\chi = 20^\circ$ q_w существенно увеличивается
по сравнению с $\chi = 10^\circ$, что приводит в первом случае к большему
значению T_w . Вид распределения $T_w(\xi)$ по обводу тела обусловлен поведе-
нием давления на внешней границе пограничного слоя для различных
углов атаки. Обработаны были настоящие результаты, а также резуль-
таты, полученные при полете с постоянными параметрами торможения в
виде отношения

$$\frac{St}{St_0} = \frac{q_w(\xi, \eta) [1 - g_{w0}]}{q_{w0} [1 - g_w(\xi, \eta)]}$$

Для данных рис. 6 энтальпийный фактор мал и меняется в пределах от
0,011 до 0,030. При этом отношения St/St_0 для постоянной начальной и
переменной текущей температур поверхности близки, что также следует
из анализа полученного аналитического решения. При значительном воз-
растании температуры поверхности значения St/St_0 в различные моменты
времени могут заметно отличаться в области, прилегающей к ξ_1 . Поэтому
для таких условий при решении задачи прогрева в раздельной постановке
при задании потоковой величины либо коэффициента теплоотдачи из га-
зовой фазы необходимо учитывать неизотермическое распределение тем-
пературы поверхности вдоль образующей в этой области. При увеличе-
нии ξ в области, где характеристики течения меняются слабо, может быть
использован коэффициент теплоотдачи, найденный для изотермической
поверхности тела.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А. В. Теплообмен: Справочник.— М.: Энергия, 1972.
2. Зинченко В. И., Трофимчук Е. Г. Решение неавтономных задач теории лами-
нарного пограничного слоя с учетом сопряженного теплообмена // Изв. АН СССР.
МЖГ.— 1977.— № 4.
3. Шевелев Ю. Д. Трехмерные задачи теории ламинарного пограничного слоя.—
М.: Наука, 1977.
4. Мурзинов И. Н. Ламинарный пограничный слой на сфере в гиперзвуковом потоке
равновесно диссоциирующего воздуха // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1966.— № 2.
5. Сулов О. И., Тирский Г. А., Щенников В. В. Описание химически равновесных
течений многокомпонентных ионизированных смесей в рамках уравнений Навье —
Стокса и Праудтля // ПМТФ.— 1971.— № 1.
6. Введенская Н. Д. О трехмерном ламинарном пограничном слое на затупленном
теле // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1966.— № 5.
7. Антонов А. В. Расчет пространственного сверхзвукового обтекания затупленных
тел с изломами образующей с учетом равновесного и замороженного состояний
газа в ударном слое // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1970.— № 2.
8. Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л. Методы сплайн-функций.—
Новосибирск: Наука, 1980.
9. Гришин А. М., Берцун В. Н., Зинченко В. И. Итерационно-интерполяционный
метод и его приложения.— Томск: ТГУ, 1981.
10. Blottner F. G. Investigation of some finite-difference techniques for solving the bo-
undary layer equations // Computer methods in applied mechanics and engineering.—
1975.— N 6.
11. Widhopf G. F., Hall R. Transitional and turbulent heat-transfer measurements on
a yawed blunt conical nosetip // AIAA J.— 1972.— V. 10, N 10.
12. Cleary J. W. Effects of angle of attack and nose bluntness on the hypersonic flow
over cones.— N. Y., 1966.— (Paper/AIAA; N 66—414).
13. Землянский Е. А., Степанов Г. Н. О расчете теплообмена при пространственном
обтекании тонких затупленных конусов гиперзвуковым потоком воздуха // Изв.
АН СССР. МЖГ.— 1981.— № 5.
14. Брыкина И. Р., Гершбейн И. А., Пейгин С. В. Ламинарный пространственный
пограничный слой на провищаемой поверхности в окрестности плоскости сим-
метрии // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1980.— № 5.

15. Фэй Д., Риддел Ф. Теоретический анализ теплообмена в передней критической точке, омываемой диссоциированным воздухом // Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций.— М.: ИЛ, 1962.
 16. Соседов В. П. Свойства конструкционных материалов на основе углерода: Справочник.— М.: Металлургия, 1975.

Поступила 19/XI 1986 г.

УДК 532.517.4

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВУМЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОЙ КОНВЕКЦИИ В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ЩЕЛИ

В. А. Баранников, П. Г. Фрик, В. Г. Шайдунов
 (Пермь)

Пространственные спектры двумерной турбулентной конвекции получены в [1]: энергия пульсации скорости в развитом турбулентном конвективном потоке следует закону $E(k) \sim k^{-11/5}$, а энергия пульсаций температуры — закону $E_T(k) \sim k^{-7/5}$. Там же показана возможность реализации турбулентного течения с такими спектральными зависимостями в вертикальной щели с теплоизолированными границами. Распределение энергии по спектру существенно зависит от условий теплоотдачи на боковых стенках щели. В данной работе рассмотрено течение в щели с идеально теплопроводными стенками. Описана экспериментальная реализация плоского турбулентного течения в подогреваемой снизу конвективной ячейке Хеле — Шоу, образованной хорошо проводящими тепло пластинами с линейным по высоте распределением температуры.

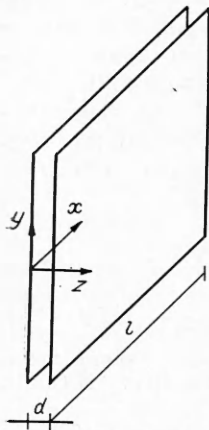


Рис. 1

1. Рассматривается течение несжимаемой вязкой жидкости в плоском вертикальном слое толщиной d с характерным размером $l \gg d$ (рис. 1), с границами бесконечной теплопроводности и вертикальным градиентом температуры $\partial T/\partial y = -a$. Движение считается плоским ($\mathbf{v} \gg (v_x, v_y, 0)$) с заданным профилем скорости и температуры поперек слоя:

$$(1.1) \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}(x, y, t) \sin(\pi z/d), \quad T = -ay + \Theta(x, y, t) \sin(\pi z/d).$$

Подстановка (1.1) в уравнения термогравитационной конвекции в приближении Буссинеска [2] с последующим интегрированием по z от 0 до d приводит к двумерным уравнениям, которые после обезразмеривания принимают вид

$$(1.2) \quad \partial \mathbf{v} / \partial t = -(\pi/4)(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} - \nabla p + \Delta \mathbf{v} - D \mathbf{v} + \xi \text{Gr}(\Theta - y);$$

$$(1.3) \quad \partial \Theta / \partial t = -(\pi/4)(\mathbf{v} \nabla) \Theta + (\Delta \Theta - D \Theta) / \text{Pr} + \mathbf{v} \xi;$$

$$(1.4) \quad \nabla \mathbf{v} = 0.$$

Здесь $\text{Pr} = \nu/\chi$ — число Прандтля; $\text{Gr} = g\beta l^4 a/\nu^2$ — число Грасгофа; ν — вязкость; χ — температуропроводность; β — коэффициент теплового расширения; ξ — единичный вектор вдоль оси y ; $D = \pi^2 l^2/d^2$ — трение (вязкое в (1.2) и тепловое в (1.3)) о боковые стенки полости. За единицы измерения длины, времени, скорости и температуры выбраны l , l^2/ν , ν/l , al .

Спектральные характеристики исследуются на основе иерархической модели турбулентной конвекции, построенной в [1] путем проектирования уравнений движения (1.2), (1.3) на специальный базис, описывающий