

МОДЕЛИРОВАНИЕ
В ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

УДК 519.68

Ю. Г. Медведев
(Новосибирск)

МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ПОТОКОВ ЖИДКОСТИ
КЛЕТОЧНЫМИ АВТОМАТАМИ

Предлагается метод моделирования потоков жидкости в трехмерном пространстве с использованием трехмерной клеточно-автоматной модели. Представлена серия экспериментов, позволяющих сравнить результаты моделирования с аналитическими расчетами. Выведены соотношения, связывающие модельные и физические параметры.

Введение. Клеточно-автоматное моделирование потоков жидкости в последнее время получило большое развитие. Известен ряд двумерных моделей, а также псевдочетырехмерная модель, моделирующая трехмерные потоки [1]. В работе [2] предложена трехмерная клеточно-автоматная модель, имеющая гораздо меньшую сложность, чем псевдочетырехмерная. Результаты ее экспериментальных исследований [3] подтверждают, что она, действительно, моделирует поток вязкой жидкости. Количественные характеристики параметров потока до сих пор не были получены. Целью данной работы является определение этих характеристик и соотношений между ними и физическими характеристиками потока, такими как вязкость, геометрические размеры, давление.

В работе кратко рассмотрена клеточно-автоматная модель потока жидкости (разд. 1), подробно рассмотрены проведенные с ней эксперименты (разд. 2), получены соотношения физических и модельных величин (разд. 3), а также представлен алгоритм моделирования реальных задач (разд. 4).

1. Трехмерная модель. Клеточный автомат (КА) моделирует потоки жидкости следующим образом. В клетках находятся некоторые гипотетические частицы. Их масса и скорость единичны, количество возможных направлений вектора скорости совпадает с числом соседних клеток, а правила движения выбраны так, чтобы выполнялись законы сохранения массы и импульса. Каждый такт работы КА разбит на две фазы: столкновение и сдвиг. На фазе

* Работа выполнена при поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН (№ 17-6 (2004)).

столкновения происходит изменение направления движения частиц согласно некоторым правилам столкновения. На фазе сдвига каждая частица перемещается в соседнюю клетку, соответствующую направлению ее вектора скорости.

Рассматриваемая в работе трехмерная КА-модель является приближенной моделью потока. Каждая клетка автомата, используемого в этой модели, имеет 12 соседей. Это значительно меньше, чем у других КА-моделей [1], что обуславливает сравнительно малые затраты машинного времени при моделировании. Клетки рассматриваемого КА имеют форму ромбических додекаэдров. Если заполнить трехмерное пространство этими многогранниками с единичным расстоянием между двумя противоположными гранями, то координаты клеток автомата совпадут с координатами центров додекаэдров. При этом соседние клетки будут находиться в центрах додекаэдров, имеющих общую грань.

Состояние каждой клетки автомата представлено булевым вектором $s = (s_1, s_2, \dots, s_{13})$, $s_i \in \{0, 1\}$, каждый компонент s_i которого указывает на наличие или отсутствие в клетке частицы с определенным вектором скорости. Количество возможных направлений векторов скорости частиц равно количеству соседних клеток. В клетке не может быть более одной частицы с одинаковыми векторами скорости. Следовательно, длина вектора s равна сумме количества соседей и количества частиц покоя (частиц с нулевым вектором скорости). В декартовой системе координат КА расположен таким образом, что углы между направлениями векторов скорости частиц и координатными осями составляют либо 90° , либо 45° . Поэтому проекции единичных векторов на оси равны либо 0, либо $0,707$ соответственно.

В различных модификациях модели возможны различные варианты правил столкновения, но во всех случаях, разумеется, должны выполняться законы сохранения массы и импульса при каждом столкновении. Далее в экспериментах использовался полный набор правил с одной частицей покоя. Так как в структуре решетки модели 12 соседей и одна частица покоя, то число входных состояний будет 2^{13} . Каждому i -му из этих 8192 входных состояний таблицы переходов автомата соответствуют все такие выходные состояния, у которых суммарная масса и импульс частиц в клетке не изменялись бы при столкновении. Эти наборы из n_i выходных состояний ($i = 1, 2, \dots, 8192$) и приняты за правила столкновения с вероятностью срабатывания каждого варианта $1/n_i$, где n_i принимает значения от 1 до 56.

Одно из преимуществ КА-моделей – это простые граничные условия. Они определяются введением в модель дифференциации клеток по типам. При моделировании течения жидкости можно выделить следующие типы клеток: рабочая клетка, клетка-стенка и клетка-источник частиц. У всех клеток одного типа одинаковые функции переходов. У клеток разных типов – разные. На фазе сдвига клетки всех типов работают одинаково, различие в поведении есть только на фазе столкновения.

Функция переходов клеток стенки отличается от функции переходов рабочих клеток таким образом, что векторы скорости частиц изменяются по законам, обеспечивающим отражающие свойства стенки. Для стенок с трением законом отражения является изменение всех векторов скорости частиц на противоположные. Именно такие стенки были использованы в экспериментах, представленных в данной работе.

Каждая клетка-источник с некоторой вероятностью генерирует частицы со всевозможными направлениями вектора скорости. Если установить такие

клетки в пространстве в одну линию, то получится источник равномерного потока частиц. Изменяя вероятность рождения частиц, можно варьировать интенсивность потока.

Следует заметить, что при моделировании потоков наибольший интерес представляют не столько сами гипотетические частицы клеточного автомата с их скоростями движения, сколько осредненные для каждой точки значения их скоростей u и концентраций n в некоторой окрестности радиуса r . Осредненная скорость вычисляется как сумма всех векторов частиц в области осреднения. Именно она и сопоставляется с макроскопической скоростью реальной жидкости. Осредненная концентрация подсчитывается как среднее количество частиц по области осреднения.

2. Эксперименты. Для получения искомым соотношений, а также для проверки валидности модели был проведен эксперимент, результаты которого можно сравнить с законами движения жидкости в трубе, выведенными аналитически. КА представлял собой модель трубы в форме цилиндра, ограниченной клетками стенки по его боковой поверхности. Один конец трубы ограничивался клетками-источниками частиц, другой ее конец был открыт, так что частицы могли свободно «вылетать».

После достаточного числа итераций, когда процесс становится стационарным, скорость потока в поперечном сечении трубы должна быть распределена по параболическому закону в соответствии с аналитически выведенным параболоидом Пуазейля [4]. По форме параболоида можно сделать выводы о валидности модели. При изменении параметров эксперимента в сечении поля скоростей получается параболоид другой формы, что соответствует потоку жидкости с другой скоростью. В результате получается зависимость необходимых модельных размеров КА от геометрических размеров моделируемого объекта и от вязкости жидкости.

Для того чтобы сравнение экспериментально полученной скорости потока в трубе с аналитически рассчитанной по Пуазейлю скоростью было корректным, необходимо выполнение следующих условий.

1. Во-первых, процесс должен быть установившимся, т. е. скорость потока должна оставаться неизменной на протяжении достаточно большого числа итераций.

2. Во-вторых, размер КА должен быть достаточно большим, чтобы использовать радиус осреднения настолько большой, насколько это необходимо для минимизации уровня автоматного шума. Шум возникает вследствие дискретности автомата. Он неизбежен во всех КА-моделях. Автоматный шум тем меньше, чем больше дискретных частиц участвует в осреднении, т. е. больше радиус осреднения. Если радиус трубы не будет больше, чем радиус осреднения, то не удастся получить осредненное значение скорости потока ни в одной из точек трубы. Если в окрестность осреднения попадает хотя бы одна клетка стенки, то результат будет неточным. Поэтому имеет смысл подсчитывать осредненные значения только для тех точек, которые отстоят от стенки трубы более чем на радиус осреднения. Таким образом, диаметр внутренней части трубы, в которой могут быть получены значения скорости потока, равен $d - 2r$, где d – диаметр трубы, а r – радиус осреднения.

3. Третьим условием корректности эксперимента является $l \gg d$, где l – длина, а d – диаметр трубы. Это необходимо для того, чтобы исключить краевые эффекты на концах трубы. Давление вдоль длины трубы меняется линейно. На свободном конце трубы давление равно нулю. На конце, где находятся

клетки-источники частиц, оно максимально. Поэтому вблизи концов может наблюдаться отклонение от линейного закона изменения давления.

Эксперименты были поставлены следующим образом. КА имеет форму прямоугольного параллелепипеда размером $101 \times 101 \times 2000$ клеток, ориентированного вдоль осей X , Y и Z соответственно. В нем клетками стенки ограничен круговой цилиндр радиусом 50 клеток. На одной из перпендикулярных оси цилиндра граней параллелепипеда выстроена плоскость из клеток-источников частиц. Каждая из этих клеток на каждой итерации с заданной вероятностью может генерировать частицы со всеми возможными направлениями векторов скорости. Через какое-то количество итераций частицы заполнят всю трубу и некоторые из них, переместившись к краю параллелепипеда, противоположному плоскости источников, начнут погибать, как бы «вылетая» за пределы КА. Еще через некоторое количество итераций процесс генерации новых частиц источниками и процесс «вылета» частиц за пределы КА на другом конце трубы начнут компенсировать друг друга и процесс придет к стационарному виду. Именно этот стационарный процесс и был использован для получения значений скорости и концентрации, а также для подсчета числа Рейнольдса.

Выполнение первого требования проверено на примере распределения скорости потока вдоль диаметра в поперечном сечении трубы плоскостью $Z = 1000$ после 290 и 300 тысяч итераций от начала моделирования. Эти распределения практически совпадают, что служит основанием считать процесс через 300 тысяч итераций в данном эксперименте стационарным. Все дальнейшие результаты взяты именно после этого количества итераций. Также исследованы распределения скорости потока вдоль диаметров поперечных сечений трубы плоскостями от $Z = 1000$ до $Z = 1200$ с шагом 20. Они достаточно точно повторяют друг друга, что также является признаком стационарного процесса. Далее результаты приведены для сечения плоскостью $Z = 1000$.

Второе требование касается выбора радиуса осреднения. На рис. 1 приведены результаты осреднения с радиусами от $r = 1$ до $r = 10$ клеток для распределения скорости потока вдоль диаметра поперечного сечения. Из рисунка видно, что при малых радиусах осреднения автоматный шум недопустимо

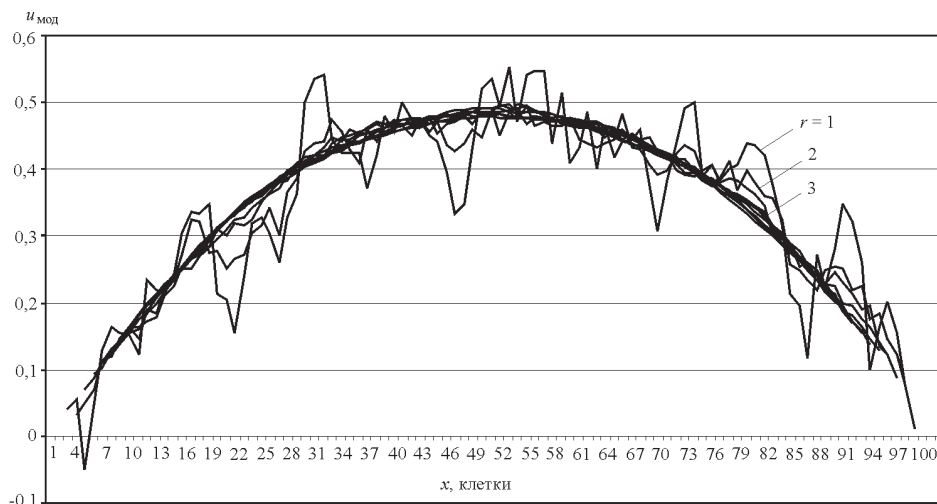


Рис. 1. Скорость потока при разных радиусах осреднения

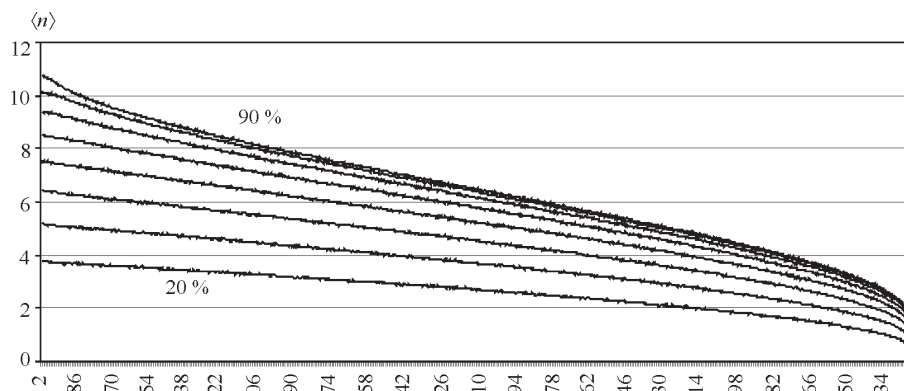


Рис. 2. Изменение концентрации частиц вдоль трубы при разных вероятностях генерации

большой. Радиуса $r = 10$ клеток вполне хватает, чтобы шум находился в пределах допустимой погрешности. Кривая имеет длину 80 клеток из-за того, что при этом радиусе значение скоростей определено только на расстоянии более 10 клеток до стенок трубы. В случаях, когда необходимо узнать скорость потока вблизи стенок, применяют осреднение по времени. При этом в осреднении участвуют частицы, находящиеся в одной клетке, на протяжении определенного числа подряд идущих итераций. Также пространственное и временное осреднение можно комбинировать.

Исходя из третьего требования была выбрана длина трубы 2000 клеток. На рис. 2 показано распределение концентрации модельных частиц с ненулевым вектором скорости вдоль трубы для разных вероятностей генерации частиц от (20% до 90%) клетками-источниками. Очевидно, что чем больше эта вероятность, тем больше концентрация. В средней части каждой кривой есть линейный участок. Это дает основание полагать, что концентрация частиц в КА изменяется по такому же закону, как и давление моделируемой жидкости ($dp/dz = \text{const}$). Имеющиеся нелинейные участки кривых обусловлены краевыми эффектами, возникающими на концах трубы. На рис. 3 приведены распределения скорости потока для разных начальных концентраций. Из рисунка видно, что чем больше градиент давления, обусловленный различными вероятностями генерации частиц (от 20% до 90%), тем больше скорость потока. Зависимость средней скорости потока от градиента концентрации частиц получается линейной, что соответствует теории.

Таким образом, поставленные эксперименты удовлетворяют всем предъявленным требованиям и могут быть использованы для получения соотношений между физическими величинами, характеризующими поток, и параметрами КА-модели.

3. Соотношения между модельными и физическими характеристиками. Важными параметрами КА-моделей потоков являются модельная вязкость $\mu_{\text{мод}}$ и структурный коэффициент g , вносящий поправку на дискретность модели. Подробно методика их вычисления для всего класса КА-моделей потоков представлена в [5]. Здесь же только приведены общие формулы их вычисления и произведен расчет этих параметров для исследуемой модели. Модельная вязкость в общем виде вычисляется по формуле

$$\frac{c^2}{(D-2)} - \frac{c^2}{2(D-2)}, \quad (1)$$

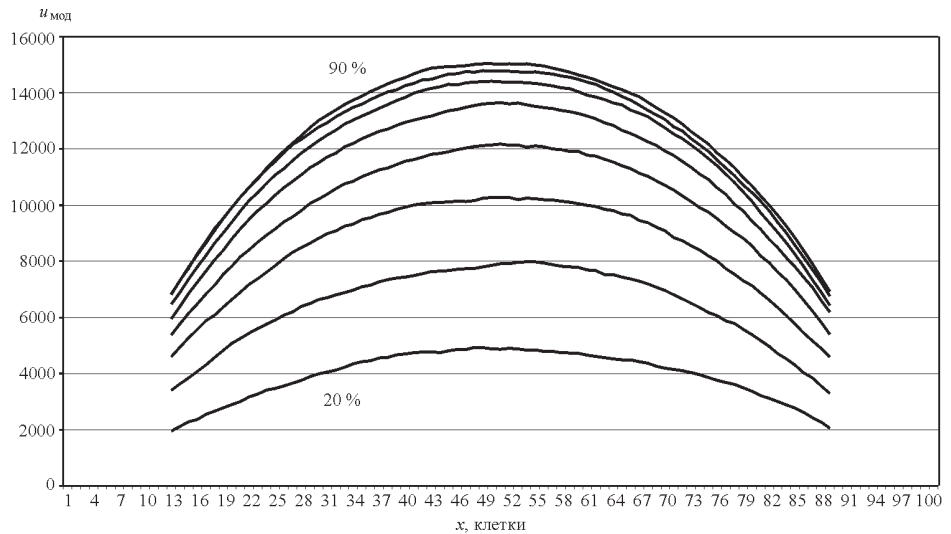


Рис. 3. Скорость потока при разных вероятностях генерации

где c – модуль вектора скорости (для исследуемой модели $c = 1$); D – размерность пространства ($D = 3$), а параметр A_{ij} имеет вид

$$A_{ij} = \frac{Q_i Q_j}{Q_i^2} \quad (2)$$

Здесь $Q_i = c_i / c_i$ ($i, j = 0, 1, \dots, 12$; $\{x, y, z\}$; c_i и c_i – проекции вектора c_i на оси x, y, z ; δ_{ij} – символ Кронекера); A_{ij} – вероятность перехода из s_i в s_j , вычисляемая по формуле

$$A_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{s, s} (s_i - s_i) A(s - s) d^{\hat{n}-1} (1 - d)^{b - \hat{n} - 1} (s_j - s_j), \quad (3)$$

где $A(s - s)$ – вероятность перехода из s в s ; $\hat{n} = \sum_{k=0}^{12} s_k$ – число единиц в векторе s ; $b = 13$ – максимальное количество частиц в клетке; $b_m = 12$ – количество соседних клеток; $d = \hat{n} / b$ – относительная концентрация модельных частиц (\hat{n} – концентрация модельных частиц).

Для подсчета модельной вязкости по этим формулам была создана специальная программа. На ее вход подавались правила столкновения, которые использовались при моделировании, и концентрация частиц, а на выходе получалась вязкость. Результаты работы этой программы для концентраций от $n = 0,25$ до $n = 12,75$ с шагом $0,25$ приведены на рис. 4. Из графика видно, что на рабочем участке плотности (от 4 до 9) модельная вязкость лежит в пределах $0,11$ – $0,12$ и практически не изменяется. Это дает возможность при расчетах принять модельную вязкость за константу, равную $0,115$. Следует заме-

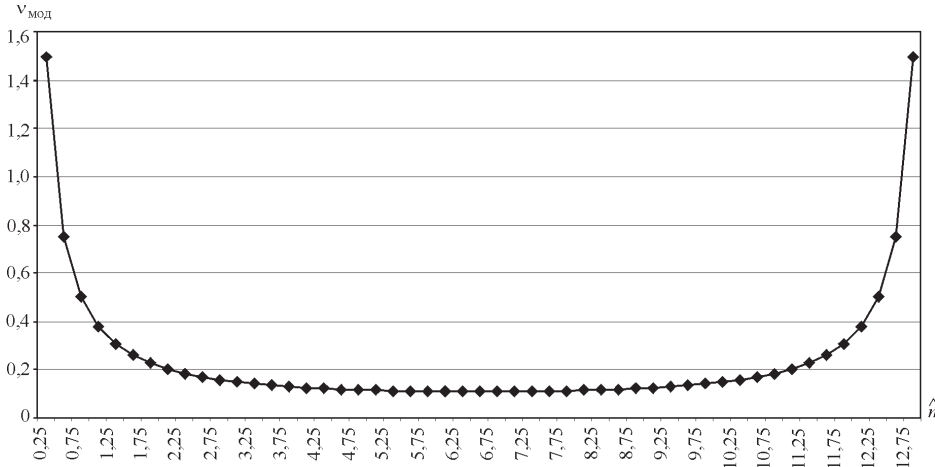


Рис. 4. Модельная вязкость. Кривая построена согласно формулам (1)–(3)

тить, что зависимость вязкости от концентрации получилась такой же, как и для более сложной псевдочетырехмерной модели [1].

Зависимость коэффициента g от концентрации модельных частиц можно вычислить по формуле из [5]:

$$g(\hat{n}) = \frac{bD}{b_m(D-2)} \frac{1}{2} \frac{2\hat{n}/b}{\hat{n}/b}. \quad (4)$$

Значения коэффициента g также были вычислены для плотностей от 0,25 до 12,75 с шагом 0,25. Результаты приведены на рис. 5.

Таким образом, основываясь на теоретических выкладках, справедливых для всех КА-моделей потоков, были вычислены модельная вязкость и структурный коэффициент g для исследуемой модели.

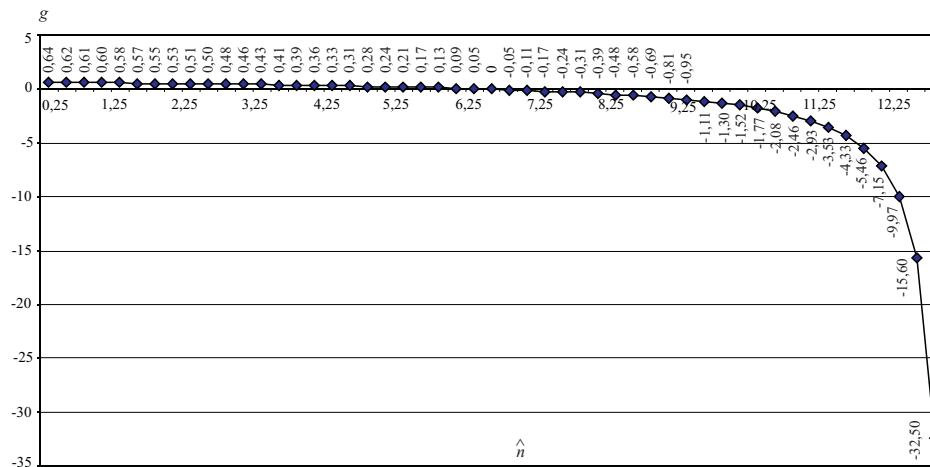


Рис. 5. Коэффициент g . Кривая построена согласно формуле (4)

Введем некоторые соотношения, связывающие физические и модельные параметры, используя известные законы физики:

$$f_l = \frac{l}{l_{\text{мод}}}; \quad f = \frac{\eta}{\eta_{\text{мод}}}; \quad f_t = \frac{f_l^2}{f}; \quad (5)$$

$$f_u = \frac{u}{u_{\text{мод}}}; \quad g = \frac{f}{f_l}; \quad f_p = \frac{p - p_0}{n} = \frac{p}{n},$$

где l, η, u, p – физические длина, вязкость, скорость и давление соответственно; $l_{\text{мод}}, \eta_{\text{мод}}, u_{\text{мод}}, n$ – модельные длина, вязкость, скорость и концентрация частиц соответственно; f_l, f, f_u, f_t, f_p – соотношения, связывающие физические параметры с модельными, а g вычисляется в соответствии с (4).

Чтобы получить искомые соотношения для исследуемой модели, рассмотрим пример потока жидкости через трубу длиной $l = 10^5$ м с круглым сечением радиуса $r = 0,35$ м. Плотность жидкости $\rho = 844$ кг/м³, вязкость жидкости $\eta = 0,11$ Па·с, кинематическая вязкость $\nu = 1,3 \cdot 10^{-4}$ м²/с. Сопоставив аналитические расчеты с результатами численного эксперимента в разд. 2, получим коэффициенты связи физических параметров потока с параметрами исследуемой модели.

Параметры эксперимента из разд. 3 были выбраны следующим образом. Модельная длина трубы $l_{\text{мод}} = 2000$ клеток, модельный радиус трубы $r_{\text{мод}} = 50$ клеток.

Градиент концентрации модельных частиц на концах среднего участка $l_{\text{мод. ух}} = 1000$ клеток (от 500 до 1500 клеток), как видно из рис. 2 (кривая 60 %), получился равным $n = n(500) = n(1500) = 2,81$. Рассчитанная кинематическая вязкость $\eta_{\text{мод}} = 0,115$ взята из рис. 4. Модельная средняя скорость частиц, как видно из рис. 3 (кривая 60 %), $u_{\text{мод}} = 0,96$. Структурный коэффициент $g = 0,4$ (см. рис. 5).

Для подсчета скорости вначале из (5) вычислим соотношения модельной и физической длин и вязкостей: $f_l = 7 \cdot 10^3$, $f = 1,13 \cdot 10^3$. Теперь найдем длину моделируемого участка трубы $l_{\text{ух}} = f_l l_{\text{мод. ух}} = 7$ м. Соотношение скоростей $f_u = 6,46 \cdot 10^2$, и средняя скорость потока $u = 6,2 \cdot 10^2$ м/с.

Теперь найдем давление на концах участка и из (5) вычислим соотношение f_p :

$$p = \frac{8 \eta u}{r^2} = 4,45 \cdot 10^4 \text{ Па}; \quad p_{\text{ух}} = \frac{\rho l_{\text{ух}}}{l} = 3,12 \text{ Па}; \quad f_p = 1,11.$$

Для того чтобы убедиться в соответствии результата моделирования физическим законам, подсчитаем физическое и модельное числа Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{u d}{\eta}; \quad \text{Re}_{\text{мод}} = g \frac{u_{\text{мод}} d_{\text{мод}}}{\eta_{\text{мод}}}, \quad (6)$$

где u и $u_{\text{мод}}$ – физическая и модельная средние скорости потока, а в качестве характерного размера объектов d и $d_{\text{мод}}$ выбран диаметр трубы. Подставив соответствующие величины в (6), получим $\text{Re} = \text{Re}_{\text{мод}} = 334$. Совпадение

модельного числа Рейнольдса с числом Рейнольдса для физической среды дает основание полагать, что проведенные расчеты по вычислению коэффициентов связи модельных и физических параметров корректны, а исследуемая КА-модель применима для моделирования потоков.

4. Алгоритм моделирования стационарного потока. Рассмотрим типовую задачу моделирования скорости потоков. Заданными параметрами являются геометрические размеры объектов, плотность и вязкость жидкости, а также давление на границах. Искомые величины – это скорость потока и давление в каждой точке внутри объекта. При моделировании используется специально созданный для этого пакет программ [2]. Алгоритм моделирования состоит из следующих шагов.

1. Выбор размеров автомата и вычисление f_i . На этом шаге оценивается размер КА с учетом размера моделируемого объекта и его сложности, а также имеющейся вычислительной мощности. Размер КА не должен быть слишком большим, чтобы вычисления на третьем шаге этого алгоритма могли быть произведены за приемлемое время, но в то же время не должен быть слишком маленьким, чтобы на четвертом и шестом шагах можно было использовать достаточно большой радиус осреднения и тем самым уменьшить погрешность.

2. Конструирование автомата путем задания клеток-стенок и клеток-источников. Этот шаг выполняется с использованием конструктора граничных условий из пакета программ. Конфигурация КА определяется трехмерным массивом на языке Си. Источники и стенки маркируются путем присвоения соответствующих значений некоторым элементам этого массива. Сформированная конфигурация записывается в файл в формате ALT [6].

3. Выполнение такого количества итераций, при котором процесс станет стационарным. В пакете моделирования имеется внутренний язык описания эксперимента, спецификация которого содержится в документации. На этом языке задаются параметры эксперимента, такие как количество итераций, имя файла с начальной конфигурацией КА и имя файла для записи полученной конфигурации. После этого запускается симулятор. Он может быть запущен как на последовательной машине, так и на мультипроцессорном вычислительном комплексе. Результаты исследования эффективности распараллеливания изложены в [7].

4. Вычисление осредненных значений концентрации модельных частиц и расчет f_p . При помощи того же модуля, что и на предыдущем шаге, вычисляются осредненные значения концентрации в заданном ортогональном одной из декартовых осей сечении КА в окрестности заданного радиуса. Результат осреднения записывается в текстовый файл и впоследствии может быть импортирован в MS Excel или какую-либо другую программу для визуализации.

5. Вычисление давления в каждой точке. Результаты предыдущего шага могут быть использованы для вычисления давления в любой точке с использованием соотношений (5).

6. Вычисление осредненных значений модельной скорости и расчет f_u . Действия на этом шаге аналогичны тем, что производились на четвертом. Полученные скорости записываются в три текстовых файла по проекциям на декартовы оси. Результаты могут быть импортированы в MathCAD или другую программу, позволяющую их визуализовать.

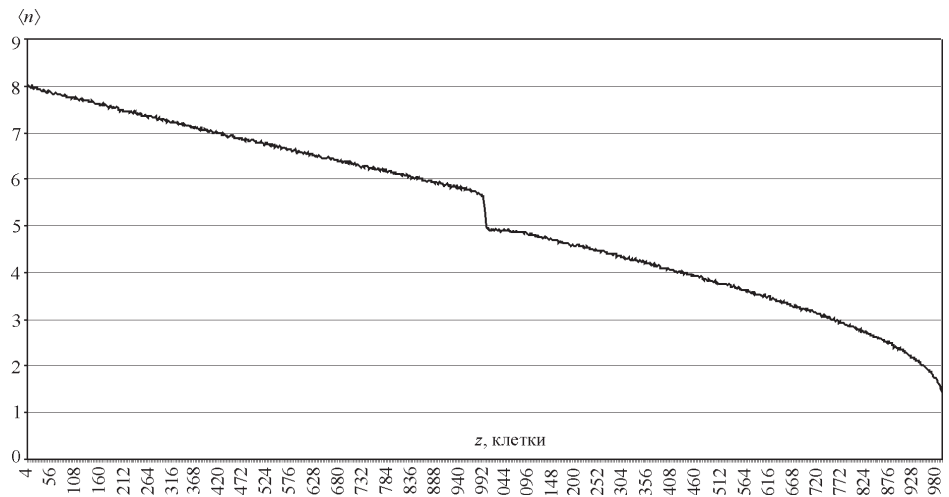


Рис. 6. Изменение концентрации частиц вдоль трубы с задвижкой

7. Вычисление скорости в каждой точке. Этот шаг выполняется так же, как и пятый. Получившиеся скорости равны скоростям реальной жидкости в соответствующих точках.

Приведем пример моделирования движения нефти с такими же физическими характеристиками (см. разд. 3) в трубе с частично закрытой задвижкой и с давлением на границах моделируемого участка $p_1 = 1,0002 \cdot 10^5$ Па, $p_2 = 1,0001 \cdot 10^5$ Па. Длина трубы $l_{\text{мод}} = 2000$ клеток, модельный радиус трубы $r_{\text{мод}} = 50$ клеток. В плоскости $Z = 1000$ (в поперечном сечении трубы) установлена наполовину закрытая задвижка, имеющая форму полукруга. Коэффициент f_l , как и в предыдущем примере, принимает значение $7 \cdot 10^{-3}$, $l_{\text{мод. ух}} = 1000$ клеток (от 500 до 1500 клеток), $l_{\text{ух}} = f_l \cdot l_{\text{мод. ух}} = 7$ м. Соотношение скоростей $f_u = 6,46 \cdot 10^{-2}$. После 300 тысяч итераций, когда процесс стал стационарным, получены осредненные значения концентрации частиц и модельной скорости. На рис. 6 приведена зависимость концентрации от расстояния вдоль трубы. Используя (5), можно вычислить коэффициент f_p , а затем и давление нефти в любом поперечном сечении трубы. Из эксперимента $n = n(500) = n(1500) = 3,02$, $n_3 = 0,66$. Соотношение давления и концентрации частиц $f_p = 3,31$. Из рисунка видно, что в том месте, где установлена задвижка, существует перепад давления. Тогда из выражения (5) $p_3 =$

$2,18$ Па. На рис. 7, а изображено поле проекции модельной скорости в продольном сечении трубы на плоскость сечения. Стрелками обозначены проекции скорости в точках. Длина стрелки прямо пропорциональна модулю проекции скорости. На рисунке хорошо видно, что поток обтекает задвижку, в узкой части потока скорость больше, в широкой – меньше. В области за задвижкой наблюдается ожидаемое завихрение, которое показано в увеличенном виде на рис. 7, б. Подсчитаем скорость потока в точке А, которая находится в центре узкой части потока над задвижкой. Осредненная модельная скорость в этой точке $u_{\text{мод}}(A) = 3,625$. Тогда из (5) $u(A) = 0,23$ м/с. Таким образом, по результатам моделирования можно найти давление и скорость в любой точке трубы.

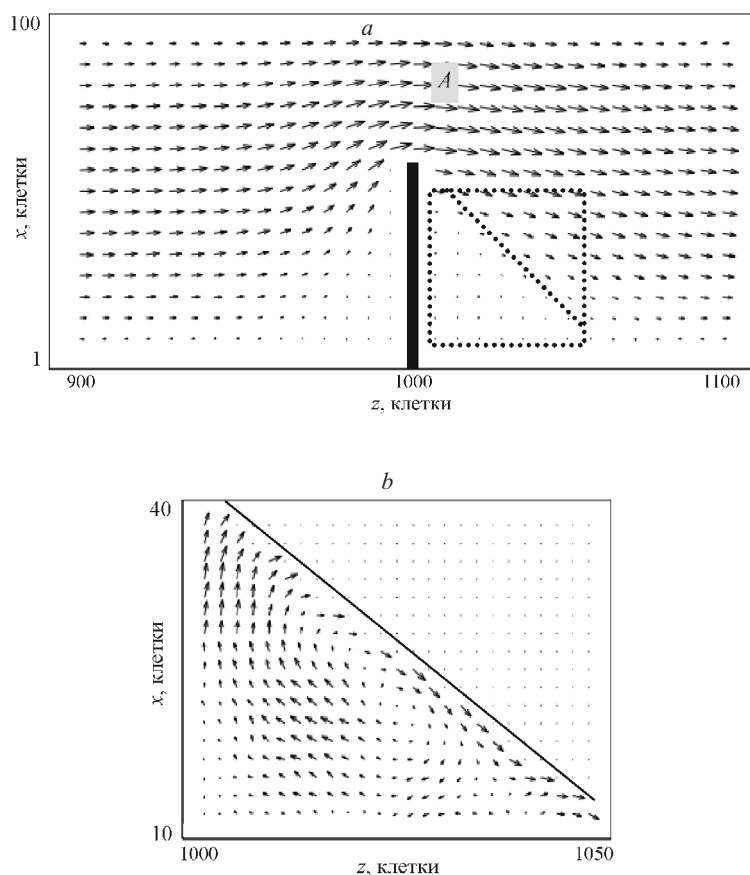


Рис. 7. Поле векторов скорости в трубе с задвижкой

Заключение. На основании законов, общих для всех КА-моделей потоков, вычислены параметры трехмерной КА-модели потока жидкости. Из этих параметров получены соотношения модельных и физических величин. В результате экспериментов построено распределение скорости жидкости внутри трубы. Оно совпадает с аналитически рассчитанным по закону Пуазейля распределением скорости, что показывает валидность исследуемой модели. Предложен алгоритм моделирования стационарного потока. Он выполняется с помощью специального пакета программ моделирования. По этому алгоритму обработаны результаты эксперимента моделирования движения нефти в трубе с наполовину закрытой задвижкой. Используя предложенный алгоритм, можно решать типовые задачи с граничными условиями любой сложности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Frisch U., D'Humieres D., Hasslacher B. et al. Lattice gas hydrodynamics in two and three dimensions // *Complex Systems*. 1987. 1. P. 649.
2. Медведев Ю. Г. Трехмерная клеточно-автоматная модель потока жидкости // Тр. конф. молодых ученых ИВМиМГ. Новосибирск: Изд-во ИВМиМГ, 2002. С. 98.

3. Медведев Ю. Г. Моделирование трехмерных потоков клеточными автоматами // Вестн. ТГУ. N1(II). Приложение. Томск: Изд-во ТГУ, 2002. С. 236.
4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987.
5. Rothman D. H., Zaleski S. Lattice-Gas Cellular Automata. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
6. Pogudin Yu., Bandman O. Simulating cellular computations with ALT. A Tutorial // Lecture Notes in Comput. Sci. Berlin: Springer, 1997. 1277. P. 424.
7. Медведев Ю. Г. Параллельная реализация трехмерной клеточно-автоматной модели потока жидкости // Мат. междунар. сем. «Вычислительные методы и решение оптимизационных задач». Новосибирск: РИЦ Прайс Курьер, 2004. С. 107.

Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН,
E-mail: medvedev@ssd.sccc.ru

Поступила в редакцию
9 июля 2004 г.