ПМТФ, № 5, 1971

УДК 533.9

О ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ

Б. М. Маркеев

(Москва)

Исследуется устойчивость слабоионизованной однородной плазмы, помещенной в слабое сверхвысокочастотное (СВЧ) электрическое и постоянное магнитное поля. Получены выражения для инкрементов раскачки продольных волн в слабоионизованной плазме, а также пороговые значения внешнего СВЧ поля, начиная с которых система становится неустойчивой. Показано, что наличие внешнего магнитного поля обусловливает как стабилизирующее воздействие на систему при определенной ориентации СВЧ поля, так и дестабилизирующее. В частности, когда направление магнитного поля **B** перпендикулярно направлению электрического поля **E** и ленгмюровская частота электронов $\omega_{Le} = (4\pi n_e e_e^2 / m_e)^{1/2}$ меньше циклотронной частоты электронов $\Omega_e = e_e B / m_e c$, пороговое значение напряженности СВЧ поля в $(\omega_{Le} / \Omega_e)^3$ меньше соответствующего значения для изотропной плазмы.

В работах [1,2] было показано, что уже слабое СВЧ поле при частотах $\omega_0 \sim \omega_{Le} = (4\pi n_e e_e^2 / m_e)^{1/2}$ обусловливает параметрическую неустойчивость плазмы относительно раскачки потенциальных возмущений. Наличие внешнего магнитного поля определяет изменение как основного состояния плазмы, помещенной в СВЧ поле, так и появление новых спектров. Поэтому естественно ожидать существенного влияния магнитного поля на пороговые значения напряженности внешнего СВЧ поля, начиная с которых происходит возбуждение плазмы. В работе [3] при исследовании параметрического возбуждения циклотронных волн в сильноионизованной плазме был сделан вывод о возможности как стабилизирующего воздействия внешнего магнитного поля при соответствующей его ориентации и величине на систему, так и дестабилизирующего.

В первой части данной работы получены частоты и инкременты возбуждения колебаний слабоионизованной однородной плазмы внешним СВЧ полем. Во второй части для частного случая столкновительной плазмы исследуется влияние внешнего магнитного поля. Показано, что наряду со стабилизирующим воздействием магнитного поля в некоторых случаях возможно уменьшение величины порогового поля по сравнению с соответствующим значением для изотропной плазмы.

1. Рассмотрим устойчивость однородной слабоионизованной плазмы относительно потенциальных возмущений, помещенной в постоянное однородное магнитное **B** и СВЧ электрическое **E** (t) поля. Внешнее электрическое поле будем считать однородным в пространстве

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E} \sin \omega_0 t$$

а электронную функцию распределения — максвелловской.

При наличии интенсивного внешнего электрического поля электронная функция распределения отнюдь не обязана быть максвелловской. Однако если частоты СВЧ электрического поля ω_0 больше частоты столкновений электронов с нейтралами ν_{en}, то распределение электронов можно считать максвелловским [4].

Дисперсионное уравнение потенциальных колебаний однородной плазмы в слабом СВЧ поле для частот $\omega_0 \gg \omega$ имеет вид [5]

$$\frac{1}{1+\delta\varepsilon_e^{(0)}}+\frac{1}{\delta\varepsilon_i^{(0)}}+\frac{1}{4}(kr_E)^2 f_r\left\{\frac{1}{\varepsilon^{(1)}}+\frac{1}{\varepsilon^{(-1)}}\right\}=0 \tag{1.1}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$f_r=\left\{\frac{\omega_0^2\Omega_e^2}{\omega_0^2-\Omega_e^2}\sin^2\theta\sin^2\varphi+\left[\cos\theta\cos\chi_0+\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2-\Omega_e^2}\sin\theta\,\sin\chi_0\cos\varphi\right]^2\right\} \tag{1.2}$$

$$r_E=u_E\,/\,\omega_0,\quad u_E=e_eE\,/\,m_e\omega_0,\quad \varepsilon^{(n)}=1+\delta\varepsilon_e^{(n)}+\delta\varepsilon_i^{(n)}$$

где χ_0 — угол между векторами $\mathbf{B}$ и $\mathbf{E}$; θ — угол между $\mathbf{k}$ и $\mathbf{B}$; φ — угол между плоскостями, проходящими через $\mathbf{k}$ и $\mathbf{B}$, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$; $\delta\varepsilon_a^{(n)}=\delta\varepsilon_a\,(n\omega_0+\omega,\,k)$ — парциальная продольная диэлектрическая проницаемость, вывод, а также выражение для которой можно найти, например, в работе [6].

Дисперсионное уравнение (1.1) при частоте внешнего поля, близкой к одной из электронных гибридных частот ω_*, имеет два решения. Первое из них соответствует колебаниям первой гармоники неравновесного потенциала с гибридной частотой

$$\begin{gathered}\omega^2=(\Delta\omega_0)^2-\left(\frac{r_E}{r_{De}}\right)^2 f\,\frac{(\Delta\omega_0)\,\omega\omega_0\delta\omega_\pm}{(\delta\omega_\pm)^2+(\gamma_\pm)^2}\\ \gamma=\gamma_0-\frac{1}{2}\left(\frac{r_E}{r_{De}}\right)f\,\frac{\gamma_\pm\omega_0\Delta\omega_0}{(\delta\omega_\pm)^2+(\gamma_\pm)^2}\end{gathered} \tag{1.3}$$

второе — колебаниям нулевой гармоники

$$\begin{gathered}\omega^2=(\omega_\pm)^2+2\left(\frac{r_E}{r_{De}}\right)^2 f\,\frac{\Delta\omega_0\,[(\Delta\omega_0)^2+\gamma_0^2-\omega_\pm^2]\,\omega_0\omega_\pm^2}{[(\Delta\omega_0)^2+\gamma_0^2-\omega_\pm^2]^2-4\,(\omega_\pm\gamma_0)^2}\\ \gamma=\gamma_\pm-2\left(\frac{r_E}{r_{De}}\right)^2 f\,\frac{\Delta\omega_0\gamma_0\omega_0\,\omega_+}{[(\Delta\omega_0)^2+\gamma_0^2-(\omega_\pm)^2]^2+4\,(\omega_\pm\gamma_0)^2}\end{gathered} \tag{1.4}$$

Здесь используются следующие обозначения:

$$\Delta\omega_0=\omega_0-\omega_*\left[1+\delta\varepsilon_{eT}'(\omega_*)\left(\omega_*\frac{\partial\delta\varepsilon_e'(\omega_*)}{\partial\omega_*}\right)^{-1}\right]$$

$$\delta\omega_\pm=\omega-\omega_+$$

$$\begin{gathered}\gamma_0=\frac{\nu_{en}}{2}\,\frac{3\omega_0^2-2\omega_{Le}^2-\Omega_e^2}{2\omega_0^2-\omega_{Le}^2-\Omega_e^2}+\frac{\omega_0^2\,\omega_{Le}^2\,(\omega_0^2-\Omega_e^2)}{2\omega_0^2-\omega_{Le}^2-\Omega_e^2}\times\\ \times\frac{\sqrt{\pi}}{(kv_{Te})^3}\left[\frac{\omega_0^2\,(\omega_{Le}^2-\Omega_e^2-\omega_0^2)}{\omega_{Le}^2\Omega_e^2}\right]^{-1/2}\exp\left\{-\left(\frac{\omega_0}{kv_{Te}}\right)^2\frac{\omega_{Le}^2\Omega_e^2}{\omega_0^2\,(\omega_{Le}^2+\Omega_e^2-\omega_0^2)}\right\}\end{gathered} \tag{1.5}$$

$$\begin{gathered}\gamma_\pm=\frac{\nu_{in}}{2}\,\frac{3\omega^2-2\omega_s^2-\Omega_i^2}{2\omega^2-\omega_s^2-\Omega_i^2}+\frac{\sqrt{\pi}}{(kv_{Ti})^3}\left[\frac{\omega_s^2\Omega_i^2}{\omega^2\,(\omega_s^2+\Omega_i^2-\omega^2)}\right]^{1/2}\frac{\omega^2\omega_s^2\,(\omega^2-\Omega_i^2)}{2\omega^2-\omega_s^2-\Omega_i^2}\times\\ \times\left[\frac{\omega_{Le}^2}{\omega_{Li}^2}\frac{v_{Ti}^3}{v_{Te}^3}+\exp\left\{-\left(\frac{\omega_0}{kv_{Ti}}\right)^2\frac{\omega_s^2\Omega_i^2}{\omega^2\,(\omega_s^2+\Omega_i^2-\omega^2)}\right\}\right]\end{gathered} \tag{1.6}$$

где $\delta\varepsilon_{aT}'$ — тепловая добавка к действительной части тензора парциальной диэлектрической проницаемости

$$\delta\varepsilon_a=\delta\varepsilon_a'+\delta\varepsilon_{aT}'+i\delta\varepsilon_a''$$

И, наконец,

$$f = {}^1/_8 f_e f_i f_z \tag{1.7}$$

где

$$f_e = \frac{\omega_0^2 - \Omega_e^2}{2\omega_0^2 - \omega_{Le}^2 - \Omega_e^2}, \quad f_i = \frac{\omega^2 - \Omega_i^2}{2\omega^2 - \omega_s^2 - \Omega_i^2}$$

$$\omega_\pm^2 = \frac{1}{2}\left\{(\omega_s^2 + \Omega_i^2) \pm \sqrt{(\omega_s^2 + \Omega_i^2)^2 - 4\omega_s^2\Omega_i^2 \frac{\omega_0^2(\omega_{Le}^2 + \Omega_e^2 - \omega_0^2)}{\omega_{Le}^2\Omega_e^2}}\right\} \tag{1.8}$$

$$\omega_s = \frac{kv_s}{\sqrt{1 + (kr_{De})^2}}; \quad v_s = \left(\frac{T_e}{m_i}\right)^{1/2}; \quad r_{De} = \frac{v_{Te}}{\omega_{Le}}; \quad v_{Te} = \left(\frac{T_e}{m_e}\right)^{1/2}; \quad \omega_{Le} = \left(\frac{4\pi n_e e_e^2}{m_e}\right)^{1/2}$$

ν_{an} — частота столкновений заряженных частиц с нейтралами.

Выражения (1.5) и (1.6) описывают возбуждение гибридных электронных колебаний и низкочастотных колебаний с холодными замагниченными $((k_\perp v_{Ti})^2 / 2\Omega_i^2 < 1)$ ионами, но горячими электронами плазмы внешним СВЧ полем. Если в (1.5),(1.6) положить $f = {}^1/_8$, то получим формулу, описывающую параметрическое возбуждение периодической неустойчивости в изотропной плазме [1,2]. Выражения для возбуждения СВЧ полем слабоионизованной плазмы с незамагниченными ионами $((k_\perp v_{Ti})^2 / 2\Omega_i^2 > 1)$ получаются из (1.5), (1.6), если положить $f_i = 1$.

2. Рассмотрим пороговые значения напряженностей внешнего СВЧ поля, выше которых система становится неустойчивой. Сначала исследуем случай малых высокочастотных инкрементов ($\gamma_0 < \omega$). Легко видеть, что наименьшее значение СВЧ поля достигается в распадных условиях $\Delta\omega_0 = \omega_\pm$. Полагая инкремент в (1.5), (1.6) равным нулю, получим пороговую напряженность СВЧ поля

$$\lambda^\pm = \left(\frac{r_E}{r_{De}}\right)^2 = \frac{2}{f}\frac{\gamma_\pm\gamma_0}{\omega\omega_0} \tag{2.1}$$

Ограничимся анализом столкновительного случая, когда $\gamma_\pm$ и γ_0 определяются столкновениями заряженных частиц с нейтралами. Представим величину порога для столкновительного случая в более удобной форме

$$\lambda^\pm = 4K/\nu_{en}\nu_{in}/\omega_s\omega_{Le} \tag{2.2}$$

где

$$K = K_e K_i f_r^{-1} \tag{2.3}$$

$$K_i = \frac{\omega_s}{\omega}\frac{3\omega^2 - 2\omega_{Li}^2 - \Omega_i^2}{\omega^2 - \Omega_i^2} \tag{2.4}$$

$$K_e = \frac{\omega_{Le}}{\omega_0}\frac{3\omega_0^2 - 2\omega_{Le}^2 - \Omega_e^2}{\omega_0^2 - \Omega_e^2} \tag{2.5}$$

В случае достаточно большого высокочастотного инкремента ($\gamma_0 > \omega$) для столкновительного предела пороговое значение при оптимальной расстройке $\Delta\omega_0 = \gamma_0/\sqrt{3}$ имеет вид

$$\lambda^\pm = \frac{8}{3\sqrt{3}} K \frac{\nu_{en}^2\nu_{in}}{\omega_{Le}^2\omega_s} \tag{2.6}$$

Здесь K определяется соотношением (2.3), в котором K_i и f_r по-прежнему выражаются посредством формул (2.4) и (1.2) соответственно. Электронная часть коэффициента K имеет в этом случае следующий вид:

$$K_e = \frac{\omega_{Le}}{\omega_0} \frac{(3\omega_0^2 - 2\omega_{Le}^2 - \Omega_e^2)^2}{(\omega_0^2 - \Omega_e^2)(2\omega_0^2 - \omega_{Le}^2 - \Omega_e^2)} \tag{2.7}$$

Выражения (2.2) — (2.7) определяют пороги для плазмы с замагниченными ионами. В случае незамагниченных ионов нужно в (2.2) — (2.7) положить $K_i = 1$. Для плазмы без магнитного поля коэффициент $K = 1$. Таким образом, влияние магнитного поля на параметрическую неустойчивость выражается через коэффициент K, так что по его зависимости от напряженности магнитного поля можно судить об изменении величины порога по отношению к соответствующему значению для изотропной плазмы.

Известно, что в плазме с замагниченными холодными ионами и горячими электронами существует две ветви слабозатухающих колебаний (1.8). В случае сильно неизотермической плазмы ($\omega_s > \Omega_i$) для ветви спектра с частотой $\omega_+ = \omega_s$ пороговое значение СВЧ поля определяется соотношениями (2.2), (2.6) с $K_i = 1$. Как можно показать, пороговое значение для этой ветви в $(\Omega_i \omega_s^{-1})^4$ раз меньше соответствующего значения для другой ветви этого спектра

$$\omega_-^2 = \Omega_i^2 \frac{\omega_0^2(\omega_{Le}^2 + \Omega_e^2 - \omega_0^2)}{\omega_{Le}^2 \Omega_e^2}$$

т. е. с падением частоты ($\omega_+ > \omega_-$) порог растет.

Рассмотрим обратный случай ($\omega_s < \Omega_i$) длинноволновых колебаний. Коэффициенты K_i для соответствующих ветвей колебаний принимают вид

$$K_i(\omega_+) = \frac{\Omega_i}{\omega_s} \left[\frac{\omega_{Le}^2 \Omega_e^2}{(\omega_0^2 - \omega_{Le}^2)(\omega_0^2 - \Omega_e^2)} \right] \tag{2.8}$$

$$K_i(\omega_-) = \left[\frac{\omega_{Le}^2 \Omega_e^2}{\omega_0^2(\omega_{Le}^2 + \Omega_e^2 - \omega_0^2)} \right]^{1/2} \tag{2.9}$$

Таким образом, как это следует из (2.2), (2.3), пороговые напряженности для соответствующих спектров отличаются на значение коэффициентов (2.8) и (2.9). В частности, при приближении частоты внешнего поля к максимальной ($\omega_0^2 \approx \omega_{Le}^2 + \Omega_e^2$) либо к минимальной ($\omega_0^2 \ll \omega_{Le}^2, \Omega_e^2$) гибридным наименьшим становится порог для верхней ветви спектра (1.8). Аналогично для частот внешнего поля, лежащих в окрестности либо $\omega_0^2 \approx \omega_{Le}^2$, либо $\omega_0^2 \approx \Omega_e^2$, сильно возрастает порог для верхней ветви спектра (1.8) по сравнению с нижней.

Рассмотрим два предельных случая, когда в выражении (1.2) можно пренебречь первым членом в квадратных скобках (случай поперечных ориентаций), и обратный предел, когда указанный член наибольший (случай продольных ориентаций). Электронную часть коэффициента K для указанных выше случаев, например при распадной неустойчивости, можно представить соответственно в следующем виде:

$$K_e f_r = \frac{\omega_{Le}^3}{\omega_0^3} \frac{3\omega_0^2 - 2\omega_{Le}^2 - \Omega_e^2}{\omega_0^2 - \omega_{Le}^2} \{[\sin^2\varphi + \omega_0^2\Omega_e^{-2}\cos^2\varphi]\sin^2\chi_0\}^{-1} \tag{2.10}$$

$$K_e f_r = \frac{\omega_{Le}}{\omega_0} \frac{3\omega_0^2 - 2\omega_{Le}^2 - \Omega_e^2}{\omega_0^2 - \Omega_e^2} \left[\frac{\omega_{Le}^2 \Omega_e^2}{\omega_0^2(\omega_{Le}^2 + \Omega_e^2 - \omega_0^2)} \right] \cos^{-2}\chi_0 \tag{2.11}$$

Из выражения для случая поперечной ориентации (2.10) следует, что при частотах внешнего поля, близких либо к максимальной ($\omega_0^2 \approx \omega_{Le}^2 + \Omega_e^2$), либо к минимальной ($\omega_0^2 \ll \omega_{Le}^2, \Omega_e^2$) электронным гибридным, для системы с $\omega_{Le} < \Omega_e$ пороговое поле снижается в $(\omega_{Le}, \Omega_e^{-1})^3$ раз по сравнению с соответствующим значением в изотропной плазме. Заметим также, что для области частот $\omega_0^2 \approx \omega_{Le}^2 + \Omega_e^2$ и $\omega_0^2 \ll \omega_{Le}^2, \Omega_e^2$ в случае продольных ориентаций (2.11) коэффициент $K \gg 1$, т. е. наблюдается сильное стабилизирующее воздействие магнитного поля на систему. Стабилизирующего воздействия магнитного поля можно добиться также за счет соответствующей ориентации внешнего СВЧ поля. Например, в случае продольных ориентаций при $\omega_0 \approx \Omega_e$, как это следует из (2.11), оно получается за счет увеличения $\cos^{-2}\chi_0$. Аналогичными свойствами обладает порог нераспадной неустойчивости.

В заключение автор благодарит А. А. Рухадзе за интерес к работе.

Поступила 15 XII 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Nishikawa K., Parametric Excitation of coupled wawes. 2. Parametric Plasmon—Photon Interaction. J. Phys. Soc. Japan, 1968, vol. 24, № 5.
2. Dubois D. F., Goldman M. V. Radiotion-induced instability of electron plasma oscillation. Phys. Rev. Letters, 1965, vol. 14, № 14.
3. Градов О. М., Зюндер Д. Параметрическое возбуждение потенциальных волн в полностью ионизованной плазме вблизи электронного циклотронного резонанса. ЖЭТФ, 1970, т. 58, вып. 3.
4. Гинзбург В. Л., Гуревич А. В. Нелинейные явления в плазме, находящейся в переменном электромагнитном поле. 1960, т. 70, вып. 2.
5. Силин В. П. Диссипативно-параметрическая раскачка колебаний с аномальной дисперсией в плазме, находящейся в высокочастотном поле. Письма в ЖЭТФ, 1968, т. 7, вып. 7, стр. 242.
6. Маркеев Б. М. О колебаниях слабоионизованной столкновительной плазмы. Ж. техн. физ., 1969, т. 39, вып. 3, стр. 47.