

Для $\alpha < \alpha_*$ при увеличении интенсивности τ падающей ударной волны α_2 возрастает и всегда $\alpha_2 > \alpha_1$. Напряжения в зоне 2 резко возрастают с увеличением τ ; так, при $\alpha_1 = 30^\circ$, $\tau = 0,01$ $\sigma_{11}^{(2)} = -0,0167$, $\sigma_{12}^{(2)} = 0,0009$, $\sigma_{22}^{(2)} = -0,0102$, $\rho^{(2)}/\rho_0 = 1,0172$, при $\tau = 0,05$ значения безразмерных (отнесенных к $\lambda + 2\mu$) напряжений и относительной плотности приведены выше. Вычислительный эксперимент показал, что во всех случаях отраженная квазипродольная ударная волна ($\xi = \xi_2$) есть волна сжатия $\rho^{(2)}/\rho_0 > 1$. Центрированная волна приводит к расширению среды $\rho^{(4)}/\rho^{(2)} < 1$. В зоне 3 центрированной волны поведение искомым функций σ_{ij} , v_i , ρ/ρ_0 монотонное (фиг. 2, где $\tau = 0,05$, $\xi_1 = 1,732$, $\xi_2 = -1,632$, $\xi_3 = -3,248$, $\xi_4 = -3,618$). При этом относительная плотность убывает, v_1/G_0 возрастает, оставаясь отрицательной, v_2/G_0 убывает, напряжения σ_{11} , σ_{12} растут по абсолютной величине, σ_{22} убывает. Ширина центрированной волны $h = |\xi_3 - \xi_4|$ растет с увеличением интенсивности τ падающей ударной волны; например, при $\alpha_1 = 30^\circ$ и $\tau = 0,01$ $h = 0,05$, при $\tau = 0,05$ $h = 0,33$. С ростом угла падения ударной волны α_1 ширина центрированной волны увеличивается, так, при $\tau = 0,01$ от $h = 0,004$ ($\alpha_1 = 15^\circ$) до $h = 0,06$ ($\alpha_1 = 45^\circ$).

Если $\alpha_1 > \alpha_*$, решение задачи, как отмечалось выше, упрощается и находится решением восьми нелинейных алгебраических уравнений. Расчеты показали, что Σ_2 всегда является квазипродольной ударной волной сжатия, квазипоперечная ударная волна ($\xi = \xi_3 = \xi_4$) во всех случаях расширяет среду, это и отмечалось в теоретических исследованиях [2]. Приведем характерный численный результат изменения положений отраженных ударных волн при изменении интенсивности падающей волны ($\alpha_1 = 60^\circ$):

$$\tau = 0,01 \quad \alpha_2 = 60,10^\circ, \quad \alpha_3 = -\arctg \xi^{-1} = 29,02^\circ;$$

$$\tau = 0,03 \quad \alpha_2 = 62,27^\circ, \quad \alpha_3 = 28,84^\circ;$$

$$\tau = 0,05 \quad \alpha_2 = 72,00^\circ, \quad \alpha_3 = 28,83^\circ.$$

В расчетах не рассматривался случай с $\alpha_1 > 60^\circ$, поскольку при больших значениях α_1 возможно нерегулярное отражение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Буренин А. А., Лапыгин В. В., Чернышов А. Д. К решению плоских автомодельных задач нелинейной динамической теории упругости. — В кн.: Нелинейные волны деформации. Таллин, 1978, т. 2.
2. Буренин А. А., Чернышов А. Д. Ударные волны в изотропном упругом пространстве. — ПММ, 1978, т. 42, вып. 4.
3. Буренин А. А., Лапыгин В. В. Автомодельная задача об ударном нагружении упругого полупространства. — ПММ, 1979, т. 43, вып. 4.
4. Wright T. W. Reflection of oblique shock waves in elastic solids. — Int. J. Solids and Structures, 1971, v. 7, N 2.
5. Сабодаш П. Ф., Тихомиров Н. А., Навал И. К. Автомодельные движения физически нелинейной упругой среды, вызванные локальным выделением энергии. — В кн.: Нелинейные волны деформации. Таллин, 1978, т. 2.
6. Весоловский З. Динамические задачи нелинейной теории упругости. Киев: Наук. думка, 1981.
7. Куликовский А. Г., Свешникова Е. И. Об ударных волнах, распространяющихся по напряженному состоянию в изотропных нелинейных упругих средах. — ПММ, 1980, т. 43, вып. 3.
8. Годунов С. К. Элементы механики сплошной среды. М.: Наука, 1978.
9. Гольденблат И. И. Нелинейные проблемы теории упругости. М.: Наука, 1969.
10. Бленд Д. Нелинейная динамическая теория упругости. М.: Мир, 1972.
11. Гузь А. Н., Махорт Ф. Г., Гуца О. И., Лебедев В. К. Основы ультразвукового неразрушающего метода определения напряжений. Киев.: Наук. думка, 1974.

Поступила 15/VI 1984 г.

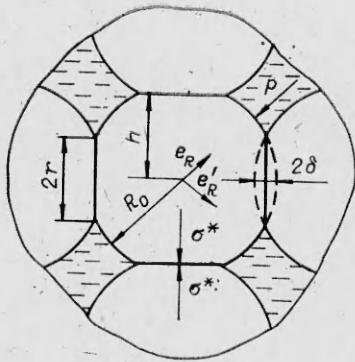
УДК 624.531.1

УПРУГАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ЗЕРНИСТОЙ СРЕДЫ, НАСЫЩЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Г. А. ХАЛИКОВ, В. Ш. ХАЛИЛОВ

(Уфа)

1. Вопрос о механизме упругой деформации неоднородной среды весьма актуальный. Известно, что значительное влияние на процессы деформации оказывает структура среды: размер и форма неоднородности, состав и физические свойства включений и т. д. [1]. Насыщенная зернистая среда представляет собой идеализированную модель двухфазного грунта, позволяющую произвести некоторый учет структуры. В [2] в качестве зернистой среды использованы упругие сферы четырех сортов, отличающиеся



Ф и г. 1

ся размерами. Упаковка бралась произвольной. Вклад в деформацию учитывался только от областей контакта для сфер одного сорта. Зависимость для изменения объема, включающего N сфер и жидкость, получена с помощью энергетической оценки. Модель из упорядоченных равных сфер в [3] применялась для расчета величины пористости и коэффициента фильтрации, а в [4] при расчете давления на неподвижную подпорную стенку. В [5] найдены эффективные модули для структуры из упругих сфер, погруженных в упругую жидкость. Использованы кубическая упаковка и предположение об отсутствии усилия в горизонтальной плоскости. В последнее время исследуемый вопрос находит приложение в задаче о продувке химического сырья через слой зернистого катализатора [6]. В [7] развит обобщенный подход к описанию деформации насыщенной пористой среды с учетом фильтрационных течений. Однако межфазное взаимодействие там учтено другим способом.

В данной работе рассчитан тензор напряжения твердой фазы как функция давления жидкости в порах и внешнего (горного) давления. Показан нелинейный характер деформации упругой зернистой среды.

1. Рассмотрим объем V зернистой среды, насыщенной жидкостью. Пусть упругие зерна, имеющие форму сферы, равны по величине и уложены произвольным способом. Они погружены в сжимаемую вязкую жидкость. На фиг. 1 показана часть объема V , включающая одну частицу и области контакта.

Обратим внимание на то, что исследуемая среда имеет некоторые особенности, отличающие ее от других структур, выделяемых в класс гетерогенных сред [7].

1. *Непрерывность обеих составляющих фаз.* Следствием этого является возможность независимого изменения давления жидкости p и напряжения Γ_{ij} , приложенного только к твердой фазе (горное давление) и передающегося через области контакта.

2. *Влияние структуры среды на величину деформации составляющих фаз.* Оно состоит в том, что величина среднего напряжения в твердой фазе не равна внешнему Γ_{ij} . Отклонение определяется взаимодействием фаз, а также строением межфазной поверхности. Аналогично для жидкости изменение объема порового пространства при деформации не соответствует в точности изменению объема жидкости в порах, что приводит либо к скачку средних напряжений в фазах, либо к перетеканию жидкости в соседний элементарный объем V . Действительно, поровое пространство ограничено межфазной поверхностью S_* , которая деформируется вместе с изменением объема V . На поверхности S_* всегда имеет место равенство напряжений

$$-p\delta_{ij} = T_{ij}|_{S_*}$$

где T_{ij} — тензор напряжений твердой фазы. Пусть деформация твердой фазы подчиняется закону Гука $\theta_1 = \sigma[3E(1-2\nu)]^{-1}$ ($\sigma = T_{11} + T_{22} + T_{33}$ — сумма нормальных напряжений, ν — коэффициент Пуассона, E — модуль упругости), а деформация жидкости — уравнению Тейта:

$$(1.1) \quad \theta_2 = (1/a) \ln |p/p_0 + 1|$$

(θ — относительное изменение объема). Если V_0 — объем до деформации, то в общем случае $V = V_0(1 - \theta)$. Для величин θ и p имеет место соотношение $\theta = 1 - \rho_0/\rho$ (V_0, ρ_0, p_0, a — постоянные). Отсюда найдем связь между θ_1, θ_2 на границе S_* :

$$\theta_1 = \frac{p_0}{E(1-2\nu)} (\exp \{a\theta_2\} - 1).$$

Однако жидкость деформируется вследствие изменения всего объема V и изменения объема зерен. Это не позволит точно рассчитать изменение пористости при деформации. В [2, 8] сделаны попытки рассчитать изменение пористости Δm , но они весьма приближены. Например, в [8] принято $\theta_1 = \theta_2$, что может иметь место лишь в частном случае близкой сжимаемости фаз.

Получим соотношения, свойственные наиболее общему случаю деформации насыщенной зернистой среды. Из аддитивности масс элемента, занимающего объем $V(M = M_1 + M_2)$, и аддитивности изменения объемов после деформации ($\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$) следует

$$(1.2) \quad \rho = \rho_1(1 - m) + \rho_2 m, \quad \theta = \theta_1(1 - m_0) + \theta_2 m_0.$$

Подставляя в (1.2) $m_0 = V_{02}/V_0$, а также выражения, связывающие величины V и θ , можем убедиться в справедливости (1.2).

Отметим, что, выбирая неупорядоченное расположение зерен, теряем возможность точного расчета самой величины пористости. Однако это не мешает принять существование некоторого определенного порядка около каждой одиночной частицы. Основанием этому служат данные статистического анализа по расположению контак-

тов. Таким образом, выбор симметричного расположения поверхностей контакта на зерне служит лишь для удобства расчетов. Известно, что при деформации исследуемой среды имеет место как сохранение массы составляющих фаз твердой и жидкой в единице объема, так и нарушение сохранения [7]. Первый случай назовем деформацией первого рода. Очевидно, что она может осуществляться при такой скорости деформирования, когда перетоки жидкости не успевают произойти. При этом, как замечено выше, в фазах может устанавливаться разность напряжений. Когда имеет место равенство напряжений, величина пористости должна измениться вполне определенным образом. Выражая величины ρ через θ и исключая θ с помощью уравнений (1.2), после преобразований получим

$$m = m_0(1 - \theta_2)/[1 - \theta_1 + m_0(\theta_1 - \theta_2)].$$

В случае отсутствия деформаций $\theta_1 = \theta_2 = 0$ $m = m_0$. Назовем деформацией второго рода условия, когда имеются перетоки жидкости в масштабе объема V , т. е. происходит относительное смещение фаз и вследствие фильтрации жидкости появляются касательные напряжения на межфазной поверхности S_* . Это сопровождается нарушением сохранения массы фаз в объеме V . Отметим, что для сохранения твердой фазы должно выполняться условие отсутствия переупаковки частиц. Выражение (1.2) по-прежнему справедливо.

2. Пусть условия деформации соответствуют деформации первого рода. Кроме того, отсутствуют касательные напряжения в контакте. Это достигается тем, что до деформации зерна имеют возможность смещения друг относительно друга. А сама величина деформации и состояние поверхности создают условия для отсутствия значительных касательных напряжений. Данные условия позволяют записать $\Gamma_{ij} = \Gamma_* \delta_{ij}$. Зерна представляют собой упругие равные сферы, упакованные таким образом, что ближний порядок близок к кубической структуре. Опишем деформацию сфер в контакте с помощью результатов задачи Гертца. Напомним, что для радиуса поверхности контакта r и величины смятия сферы δ (см. фиг. 1) имеем выражения [9]

$$(2.1) \quad r = \left(\frac{3}{4} Q \frac{\nu - 1}{G} R_0 \right)^{1/3}, \quad \delta = \left(\frac{3}{4} Q \frac{\nu - 1}{G} R_0^{-1/2} \right)^{2/3},$$

где G — модуль упругости; $Q = 2\pi r^2 \sigma^*$; σ^* — напряжение в контакте или, согласно [7], эффективное напряжение. В наиболее простом случае запишем $\sigma^* = \Gamma_* - p$. Учитывая связь величин ν , G с модулем Юнга E , преобразуем выражение (2.1) к виду

$$r = \frac{4}{3} \pi \frac{\sigma^*}{E} R_0, \quad \delta = \left(\frac{4}{3} \pi \frac{\sigma^*}{E} \right)^2 R_0,$$

где R_0 — радиус сферы.

Таким образом, вследствие выбранной идеализации среды, величина деформации твердой фазы может быть рассчитана путем осреднения по объему сферы величины тензора напряжений. Данное осреднение произведем с помощью соотношения

$$(2.2) \quad \langle T_{ij} \rangle = \frac{3}{4\pi R_0^3} \int_0^{R_0} dR \int_0^{2\pi} d\lambda \int_0^\pi T_{ij} R^2 \sin^2 \varphi d\varphi.$$

Заметим, что частичное пространственное осреднение структуры произведено путем перехода от неоднородных частиц к частицам сферической формы равного размера. Таким образом, в выражении (2.2) слева имеем полностью осредненное выражение компонент тензора $\langle T_{ij} \rangle$. Компоненты тензора T_{ij} , стоящие под знаком интеграла, могут быть найдены путем решения краевой задачи о деформации упругой сферы с кусочно-неоднородной нагрузкой, показанной на фиг. 1. Используем здесь известное решение задачи, приведенное в [9]. Условие отсутствия касательных напряжений позволяет записать выражение для радиального вектора \mathbf{P}_R внутри сферы в виде

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \mathbf{P}_R = & \frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \left(\frac{R}{R_0} \right)^{n-1} \int_0^{2\pi} d\lambda' \int_0^\pi d\varphi' \mathbf{P}_R^0(\lambda', \varphi') P_n(\gamma) + \\ & + \frac{1}{4\pi} \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(2n+1)(2n-2)}{2[n^2 - (1-2\nu)n + 1 - \nu]} \left[\left(\frac{R}{R_0} \right)^{n-3} - \right. \\ & \left. - \left(\frac{R}{R_0} \right)^{n-1} \right] \int_0^{2\pi} d\lambda' \int_0^\pi d\varphi' \mathbf{P}_R^0(\lambda', \varphi') [IP_{n-1}(\gamma) + \\ & + \mathbf{e}_R \mathbf{e}_R P_{n-2}''(\gamma) + \mathbf{e}'_R \mathbf{e}'_R P_n''(\gamma) - (\mathbf{e}'_R \mathbf{e}_R + \mathbf{e}_R \mathbf{e}'_R) P_{n-1}''(\gamma)], \\ & \gamma = \cos \varphi \cos \varphi' + \sin \varphi \sin \varphi' \cos(\lambda - \lambda'), \end{aligned}$$

где φ', λ' — сферические координаты, позволяющие определить краевое условие на поверхности сферы; $P_n, P'_{n-1}, P''_{n-2}, P'_{n-1}, P''_i$ — полиномы Лежандра; I — единичный тензор; e_R, e'_R — единичные векторы. Выражение для суммы главных напряжений [9]

$$(2.4) \quad \sigma = \frac{1+\nu}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^2-1}{n^2-(1-2\nu)n+1-\nu} \left(\frac{R}{R_0}\right)^{n-1} \int_0^{2\pi} d\lambda' \int_0^{\pi} d\varphi' P_n^0(\lambda', \varphi') \times \\ \times [e'_R P'_n(\gamma) - e_R P'_{n-1}(\gamma)].$$

Таким образом, величины компонент T_{ij} будут вполне определены умножением слева выражения (2.3) скалярно на единичные векторы $e_R, e_\varphi, e_\lambda$. Легко убедиться, что отлично от нуля лишь произведение $e_\lambda \cdot P_R = T_{RR}$. Разобьем пределы интегрирования двойного интеграла в соотношении (2.3) в соответствии с заданием краевого условия

$$(2.5) \quad \int_0^{2\pi} d\lambda' \int_0^{\pi} d\varphi' = \int_0^{2\pi} d\lambda' \left[\int_{h/R_0}^1 + \int_{-1}^{-h/R_0} \right] d(\cos \varphi') + \int_0^{2\pi} d\lambda' \left[\int_{r/R_0}^{h/R_0} + \int_{-h/R_0}^{-r/R_0} \right] \times \\ \times d(\cos \varphi') + \left[\int_0^{\text{arctg } r/R_0} + \int_{\text{arctg } h/r}^{\pi - \text{arctg } h/r} + \int_{\pi - \text{arctg } r/h}^{\pi + \text{arctg } r/h} + \int_{\pi + \text{arctg } h/r}^{2\pi - \text{arctg } h/r} + \int_{2\pi - \text{arctg } r/h}^{2\pi} \right] \times \\ \times d\lambda' \int_{-r/R_0}^{r/R_0} d(\cos \varphi') + \left[\int_{\text{arctg } r/h}^{\text{arctg } h/r} + \int_{\pi - \text{arctg } h/r}^{\pi - \text{arctg } r/h} + \int_{\pi + \text{arctg } h/r}^{\pi + \text{arctg } r/h} + \int_{2\pi - \text{arctg } r/h}^{2\pi - \text{arctg } h/r} \right] \times \\ \times d\lambda' \int_{-r/R_0}^{r/R_0} d(\cos \varphi').$$

Подставляя (2.5) в (2.3) и (2.4), производя дифференцирование в формулах для P_n , а также сохраняя в бесконечном ряду выражения (2.3), по крайней мере, шесть членов, можно записать

$$(2.6) \quad T_{RR} = \frac{\sigma^*}{4\pi} \left\{ 7 \left(1 - \frac{h}{R_0} \right) + 6 \left(1 - \frac{h^3}{R_0^3} \right) + \pi \left(\frac{2}{3} - \frac{h}{R_0} + \frac{h^3}{3R_0^3} \right) + 6 \frac{r}{R_0} + \frac{r^3}{R_0^3} + \right. \\ \left. + \frac{r}{R_0} \left(\pi + 2 \text{arctg } \frac{r}{h} - 2 \text{arctg } \frac{h}{r} \right) + \left(\frac{r}{R_0} - \frac{r^3}{3R_0^3} \right) \times \right. \\ \left. \times \left(\pi + 2 \text{arctg } \frac{r}{h} - 2 \text{arctg } \frac{h}{r} \right) \right\} + \frac{p}{4\pi} \left\{ 5 \left(\frac{h}{R_0} - \frac{r}{R_0} \right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{h^3}{R_0^3} - \frac{r^3}{R_0^3} \right) + \pi \left(\frac{h}{R_0} - \frac{h^3}{3R_0^3} - \frac{r}{R_0} + \frac{r^3}{3R_0^3} \right) + 2 \frac{r}{R_0} \left(\text{arctg } \frac{h}{r} - \text{arctg } \frac{r}{h} \right) + 2 \left(7 \frac{r}{R_0} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{r^3}{R_0^3} - \frac{h^3}{3R_0^3} \right) \left(\text{arctg } \frac{h}{r} - \text{arctg } \frac{r}{h} \right) \right\}.$$

Для суммы нормальных напряжений

$$(2.7) \quad \sigma = \sigma^* \left[1 - \frac{h}{R_0} + \frac{16}{9} \left(1 - \frac{h^3}{R_0^3} \right) + \frac{16}{3} \left(\frac{2}{3} - \frac{h}{R_0} + \frac{h^3}{3R_0^3} \right) + 4 \frac{r}{R_0} + 16 \frac{r^3}{R_0^3} + \right. \\ \left. + \frac{8}{5\pi} \left(\frac{r}{R_0} - \frac{r^3}{3R_0^3} \right) \right] \left(\pi + 2 \text{arctg } \frac{r}{h} - 2 \text{arctg } \frac{h}{r} \right) + \left[\frac{2}{3} \left(\frac{h}{r} - \frac{r}{h} \right) + \right. \\ \left. + \frac{16}{9} \left(\frac{h^3}{R_0^3} - \frac{r^3}{R_0^3} \right) + \frac{16}{3} \left(\frac{h}{R_0} - \frac{h^3}{3R_0^3} \right) - \frac{r}{R_0} + \frac{r^3}{3R_0^3} + 8 \frac{r}{R_0} + \frac{32}{3} \frac{r^3}{R_0^3} + \right. \\ \left. + \frac{32}{\pi} \left(\frac{r}{R_0} - \frac{r^3}{3R_0^3} \right) \right] \left(\text{arctg } \frac{h}{r} - \text{arctg } \frac{r}{h} \right).$$

Произведя далее ряд преобразований, включающих пространственное осреднение по объему частицы $(4/3)\pi R_0^3$ с помощью формулы (2.2), пренебрегая в формулах (2.6) и (2.7) малыми величинами по сравнению со значением $(\sigma^*/E)^2$ и имея в виду равенство $\frac{r}{R_0} = \frac{4}{5} \pi \frac{\sigma^*}{E}$, получим упрощенные выражения

$$(2.8) \quad \langle T_{RR} \rangle = p \left(0,83 + 12,45 \frac{p}{E} - 12,45 \frac{\Gamma_*}{E} \right);$$

$$(2.9) \quad \sigma = p \left(2,51 + 27,3 \frac{p}{E} - 27,3 \frac{\Gamma_*}{E} \right).$$

3. На фиг. 2 показана зависимость радиальной компоненты тензора $\langle \bar{T}_{RR} \rangle$ как функция величин p , Γ_* . При расчете здесь и далее использованы значения $E = 3,5 \times 10^{10}$ Па, $p_0 = 3,125 \cdot 10^8$ Па, $m = 0,2$, которые соответствуют песчаной среде, насыщенной водой. Относительный вклад данных величин в компоненту $\langle T_{RR} \rangle$ обоснован выбором краевого условия на поверхности сферы, т. е. характер зависимостей (2.8), (2.9), полученных в результате пространственного осреднения по выражению (2.2), зависит от соотношения площади контакта и поверхности сферы; следовательно, связан со структурой среды. Сравнение выражений (2.8) и (2.9) позволяет записать приближенное соотношение $\langle T_{RR} \rangle = \sigma/3$, что свидетельствует об изотропном характере распределения напряжений твердой фазы. Этого следовало ожидать в связи с тем, что мы и не накладывали никаких ограничений на относительное расположение сфер в масштабе объема. Отметим, что вклад величин p и Γ_* в $\langle T_{RR} \rangle$ не одинаков и в общем случае имеет нелинейный характер. Погрешность формул (2.8) и (2.9) довольно велика, что обусловлено слабой сходимостью бесконечного ряда в выражении (2.3). Подставляя величину (2.9) в выражение для θ_1 и величины θ_1 , θ_2 из формул (1.1) в (1.2), получим зависимость

$$(3.1) \quad \theta = \frac{p(1-m_0)}{E(1-2\nu)} \left(0,83 + 12,45 \frac{p}{E} - 12,45 \frac{\Gamma_*}{E} \right) + \frac{m_0}{a} \ln \left| 1 + \frac{p}{p_0} \right|.$$

Это есть изменение полной деформации объема V от напряжений p и Γ_* , т. е. обобщенное уравнение состояния. Ход данной зависимости от выбранных условий показан на фиг. 3. Нелинейный характер кривой $\theta(p, \Gamma_*)$ имеет место даже при относительно монотонных зависимостях упругих свойств составляющих фаз. В [2] зависимость модуля объемного сжатия среды от величины давления p с показателем степени $1/6$ объяснялась только условиями деформации сфер в контакте. Из выражения (3.1), однако, вытекает, что слагаемое, описывающее сжимаемость жидкой фазы, также дает вклад в величину θ . Другими словами, упругое сжатие данной двухфазной среды обуславливается как величиной деформации сфер в области контакта, т. е. структурой среды, так и сжимаемостью жидкости. Действительно, в формуле (1.4) значение a для воды весьма близко к $1/6$, что дает в (3.1) зависимость, соответствующую экспериментальным данным [2].

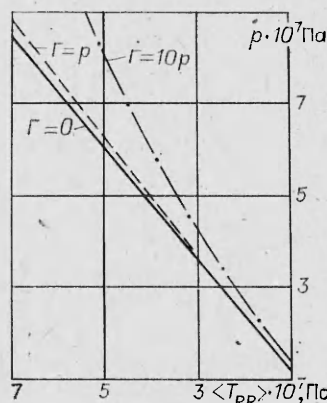
В [10] приведены экспериментальные значения параметров, описывающих упругое состояние насыщенной пористой среды в рамках феноменологической модели Био — Николаевского. Используя полученные результаты, рассчитаем параметр сжимаемости β (β по обозначению [10]):

$$(3.2) \quad \beta = \frac{\frac{1-m_0}{E(1-2\nu)} \left(0,83 + 12,45 \frac{2p - \Gamma_*}{E} \right) + \frac{m_0}{p_0 a} \left(1 - \frac{p}{p_0} \right)^{-1}}{1 - \frac{(1-m_0)p}{(1-2\nu)E} \left(0,83 + 12,45 \frac{p - \Gamma_*}{E} \right) - \frac{m_0}{a} \ln \left| 1 + \frac{p}{p_0} \right|}.$$

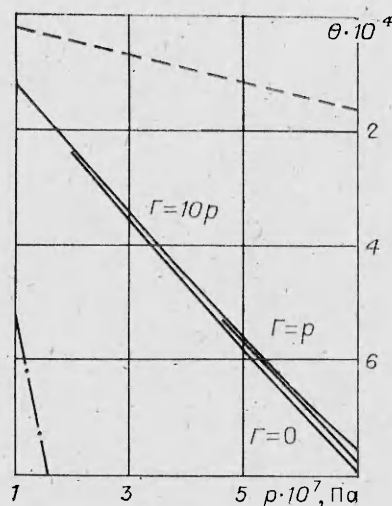
Соответственно для параметра α имеем

$$(3.3) \quad \alpha = 3 - \frac{\Gamma_*}{p} + \frac{0,83E}{12,45p} + \frac{m_0(1-2\nu)E^2}{12,45(1-m_0)ap \left(1 + \frac{p}{p_0} \right) p_0}.$$

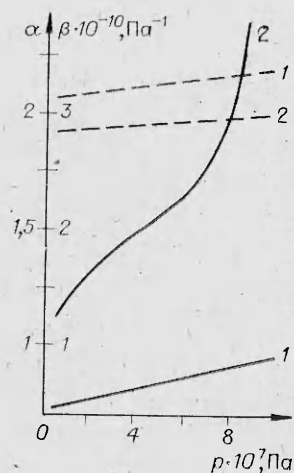
Данные зависимости показаны на фиг. 4. Характер зависимости относительной величины (3.3) от p качественно соответствует экспериментальному. Количественное различие обусловлено видом функциональной зависимости (2.8), т. е. микроструктурой. В частности, вид (2.8) не позволяет провести анализ деформации при $p = 0$.



Фиг. 2



Ф и г. 3



Ф и г. 4

Отличие изменения параметра сжимаемости по формуле (3.2) как функции давления p от результатов, полученных в [10], свидетельствует о степени упрощения, используемого в данной работе. Для реальных условий деформации исследуемой среды на начальном этапе, по-видимому, характерно влияние неупругой составляющей (перенаковки зерен).

Таким образом, рассмотрены особенности деформации двухфазной среды, состоящей из контактирующих упругих частиц, погруженных в сжимаемую жидкость. Отсутствие влияния диаметра зерна на деформацию связано с пространственным осреднением и использованием основных приближений механики неоднородных сред [7]. На величину деформации данной среды существенным образом влияет структура среды (размеры и форма частиц, геометрия трещин и т. д.). Она определяет вид функциональных зависимостей (2.8), (2.9). В частности, расчет изменения величины пористости возможен только для некоторой фиксированной упорядоченной структуры.

Кроме того, деформация в области контакта частиц вносит определяющий вклад в характер нелинейной зависимости общей деформации среды. При числе контактов, соответствующих кубической упаковке, величина деформации зернистой песчаной среды, насыщенной водой, обусловлена поровым давлением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Добрынин В. М. Деформация и изменение физических свойств коллекторов нефти и газа. М.: Недра, 1970.
2. Brandt H. A. Study of the speed of sound in porous granular media.— J. Appl. Mech., 1955, v. 22, N 4.
3. Кузнецов С. В. Об одной модели пористого грунта (геометрические параметры и коэффициент фильтрации).— ПМТФ, 1961, № 1.
4. Шеляпин Р. С., Черняев В. Ф. Некоторые вопросы давления песчаных грунтов на неподвижную подпорную стену по теории зернистой среды.— В кн.: Основание, фундаменты и механика грунтов. Материалы III Всесоюз. совещ. Киев: Будивельник, 1971.
5. Walton K. The effective elastic moduli of model sediments.— Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 1975, v. 43, N 2.
6. Гольдштик М. А., Лебедев А. В., Сорокин В. П. Клапанный эффект в зернистом слое.— ИФЖ, 1978, т. 34.
7. Механика насыщенных пористых сред/Николаевский Б. Н., Басинев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А. М.: Недра, 1970.
8. Френкель Я. И. К теории сейсмических и сейсмoeлектрических явлений во влажной почве.— Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геоф., 1944, т. 8, № 4.
9. Лурье А. И. Теория упругости. М.: Наука, 1970.
10. Fatt I. The Biot-Willis elastic coefficients for a sandstone.— J. Appl. Mech., 1959, v. 26, N 28.

Поступила 19/VI 1984 г.