

УДК 539.3

## ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЯЧЕИСТОГО ЗАПОЛНИТЕЛЯ И РАЗРУШЕНИЯ КОМПОЗИТНОЙ БАЛКИ ПРИ НАЛИЧИИ В СВЯЗУЮЩЕМ СЛОЕ ТРЕЩИНЫ НОРМАЛЬНОГО ОТРЫВА

М. Шишесаз, М. Дехгани, М. Хасанванд

Университет г. Ахваз им. Шахида Чамрана, Ахваз, Иран  
E-mails: mshishehsaz@scu.ac.ir, mohammad.dehghani.20@gmail.com,  
m.hasanvand89@gmail.com

Исследуется зависимость коэффициента интенсивности напряжений в вершине трещины нормального отрыва, расположенной в связующем слое пятислойной композитной балки, от свойств заполнителя. Ячейки заполнителя в форме сотов, равносторонних треугольников и квадратов изготовлены из листов номекса. Механические свойства двумерного и трехмерного ячеистых заполнителей определялись численно методом конечных элементов. Определен коэффициент интенсивности напряжений в вершине трещины нормального отрыва, расположенной в связующем слое композитной слоистой балки. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными. Установлено, что в балке с заполнителем, состоящим из ячеек в форме сотов, коэффициент интенсивности напряжений меньше, чем в балке с заполнителем, состоящим из ячеек в форме равносторонних треугольников или квадратов. Показано, что с увеличением толщины стенок ячеек коэффициент интенсивности напряжений увеличивается.

Ключевые слова: ячеистый заполнитель, трещина нормального отрыва, связующий слой, метод конечных элементов.

DOI: 10.15372/PMTF20200113

**Введение.** Слоистые балки, пластины и панели [1] являются слоистыми композитными конструкциями, которые широко используются в судо- и авиастроении, поскольку обладают большой прочностью при малой массе [2]. Такие конструкции состоят из двух несущих пластин, воспринимающих изгибные моменты, и находящегося между ними заполнителя. Несущие пластины и заполнитель скреплены двумя адгезионными (связующими) слоями. Ячеистые заполнители изготовлены из частиц с различными формой и массой [3], в частности, широко используются частицы в форме сотов.

Ячеистые заполнители слоистых балок и пластин могут быть изготовлены различным способом. Если стенки ячеек заполнителя изготовлены из изотропного материала, то их механические свойства можно определить на основе свойств одной ячейки с использованием уравнений классической механики. Если стенки ячеек изготовлены из композитных материалов, то их механические свойства можно определить экспериментально, используя блок ячеек, или с помощью численных методов [4].

В работе [5] механические свойства ячеистого заполнителя определялись с использованием двумерной модели в предположении, что стенка ячейки ведет себя так же, как балка Бернулли, в [6] — с помощью метода конечных элементов. В [7] механические свойства заполнителя с ячейками в виде сотов, изготовленными из листов номекса, определялись экспериментально, свойства заполнителя с ячейками в виде сотов в поперечном направлении определялись с помощью метода конечных элементов. В работе [8] с использованием метода конечных элементов и экспериментальных данных изучались механические свойства перфорированной слоистой композитной пластины. Установлено, что предел прочности неперфорированной слоистой панели на 3 % меньше по сравнению с перфорированной панелью. Свойства поверхности контакта после ее диффузионного наполнения алюминием исследовались в работе [9]. Заполнитель состоял из гладких и гофрированных листов сплава  $\text{Cr15Al5}$ , а несущие слои были выполнены из стали марки  $12\text{Cr18Ni10Ti}$ . Установлено, что после алюминизации поверхности контакта концентрация алюминия увеличивается равномерно по всей толщине листа.

Во многих работах исследовалось разрушение слоистых конструкций вследствие наличия трещины в связующем слое. Предложен ряд соотношений, позволяющих оценить поведение конструкций, изготовленных из изотропных материалов. Для анализа поведения конструкций из композитных материалов использовались численные и экспериментальные методы. В работе [10] исследовалось поведение слоистой балки с несущими слоями из эпоксидного углерода и заполнителем из пеноподобного материала. В [11] изучено поведение двумерной трещины, расположенной вблизи поверхности раздела двух материалов, определена критическая длина трещины, расположенной параллельно среднему слою, и установлено, что мягкий несущий слой не препятствует распространению расположенной вблизи поверхности раздела трещины в направлении этой поверхности. В работе [12] с использованием метода конечных элементов исследовалось распространение трещины в слоистой пластине с заполнителем из пенообразного материала, а также изучалось влияние надрезов, расположенных вблизи нижнего и верхнего несущих слоев, на поведение пенообразного заполнителя.

Существует большое количество работ, в которых приведены результаты изучения процесса разрушения слоистых композитных конструкций. Однако, насколько известно авторам данной работы, исследование влияния наличия трещины в связующем слое, скрепляющем несущие слои с заполнителем, на поведение слоистой конструкции не проводилось.

В настоящей работе предлагается метод определения механических свойств ячеистого заполнителя на основе данных о свойствах отдельных ячеек и исследуется зависимость коэффициента интенсивности напряжений от формы ячеек при наличии в слоистой композитной балке трещины нормального отрыва.

### **1. Моделирование ячеистого заполнителя методом конечных элементов.**

На рис. 1 показаны двумерные и трехмерные модели ячеистых заполнителей, механические характеристики которых определялись с использованием метода конечных элементов. Определены упругие постоянные, характеризующие поведение заполнителя в направлениях 1 и 2, лежащих в его плоскости (модули упругости  $E_1$ ,  $E_2$ , модуль сдвига  $G_{12}$ , коэффициент Пуассона  $\nu_{12}$ ), в направлении 3 (модуль упругости  $E_3$ , модули сдвига  $G_{13}$ ,  $G_{23}$ ), а также коэффициенты Пуассона  $\nu_{21}$ ,  $\nu_{32}$ .

Для моделирования поведения двумерного и трехмерного ячеистых заполнителей использовались балочные и оболочечные элементы, а также двухузловые балочные элементы, построенные на основе теории балки Тимошенко, учитывающей поперечные сдвиги. Балочные и оболочечные элементы в каждом узле имеют шесть степеней свободы: перемещения в направлениях осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и повороты относительно этих осей.

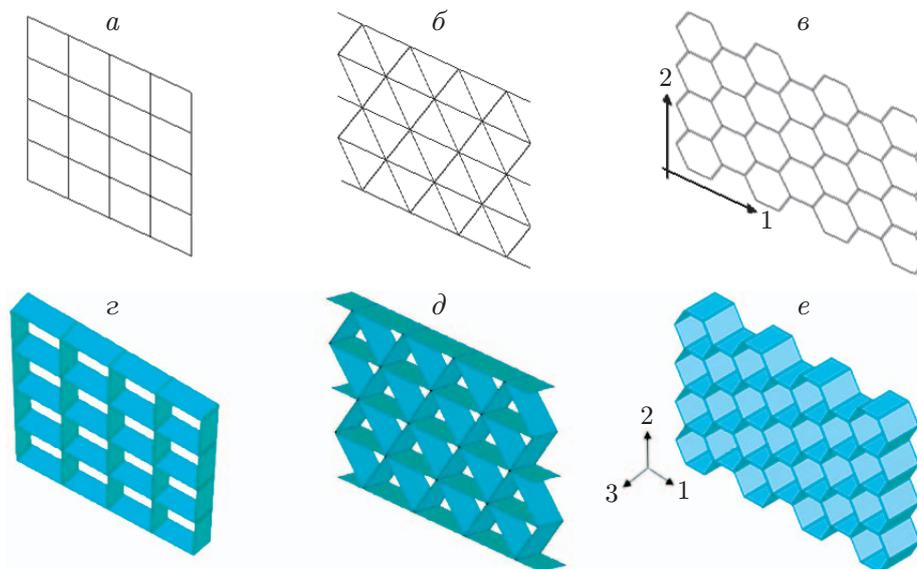


Рис. 1. Двумерные (*a–в*) и трехмерные (*г–е*) модели ячеистого заполнителя: *a, г* — ячейки в форме квадратов, *б, д* — ячейки в форме равносторонних треугольников, *в, е* — ячейки в форме сот

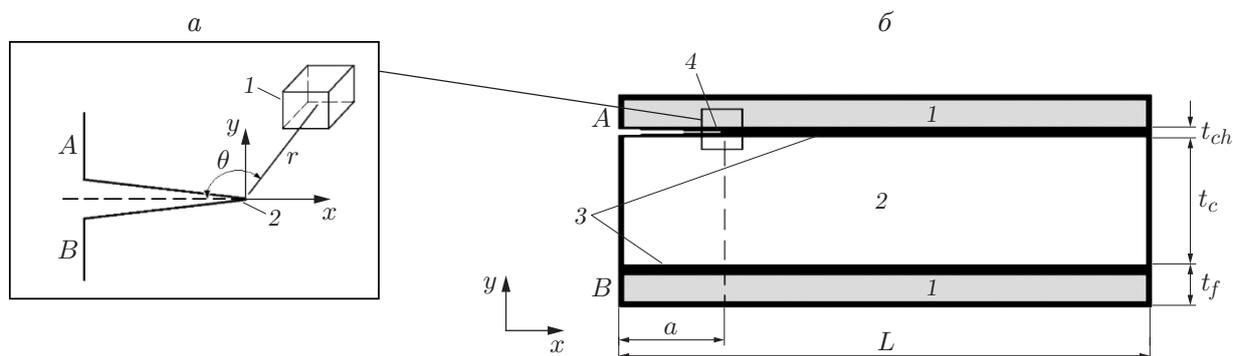


Рис. 2. Разрушение слоистой балки по первой моде: *a* — схема трещины (1 — элемент среды, 2 — вершина трещины), *б* — схема слоистой балки (1 — несущие слои, 2 — ячеистый заполнитель, 3 — связующие слои, 4 — вершина трещины)

При определении механических свойств ячеистого заполнителя крайние условия для конечно-элементных моделей задавались в соответствии с условиями экспериментов [13]. При определении упругих постоянных, характеризующих поведение заполнителя в направлении 1, узлы, расположенные вдоль кромки, нормальной к направлению 1, полагались неподвижными, а к противоположной кромке прикладывалась растягивающая сила. Аналогичные крайние условия задавались при определении упругих постоянных, характеризующих поведение заполнителя в направлении 2. При определении упругих постоянных, характеризующих поведение заполнителя в направлении 3, одна из лицевых поверхностей полагалась неподвижной, а ко второй прикладывалась сжимающая нагрузка. Такой способ нагружения использовался в экспериментах (см. [7, 14]).

**2. Конечно-элементное моделирование слоистой балки.** При моделировании разрушения слоистой балки по первой моде предполагалось, что трещина с начальной длиной  $a$  располагается в адгезионном (связующем) слое, скрепляющем лицевые пластины с заполнителем (рис. 2). На рис. 2 использованы следующие обозначения:  $L$  — длина

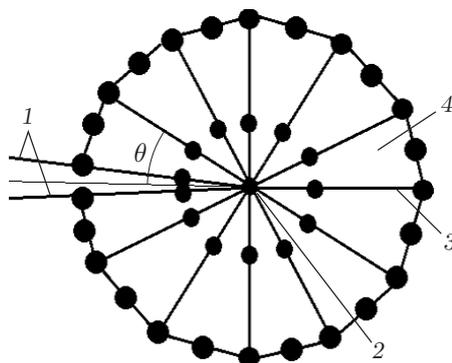


Рис. 3. Шестиузловые плоские конечные элементы в окрестности вершины трещины:  
 1 — берега трещины, 2 — вершина трещины, 3 — продолжение трещины, 4 — шести-  
 узловой конечный элемент

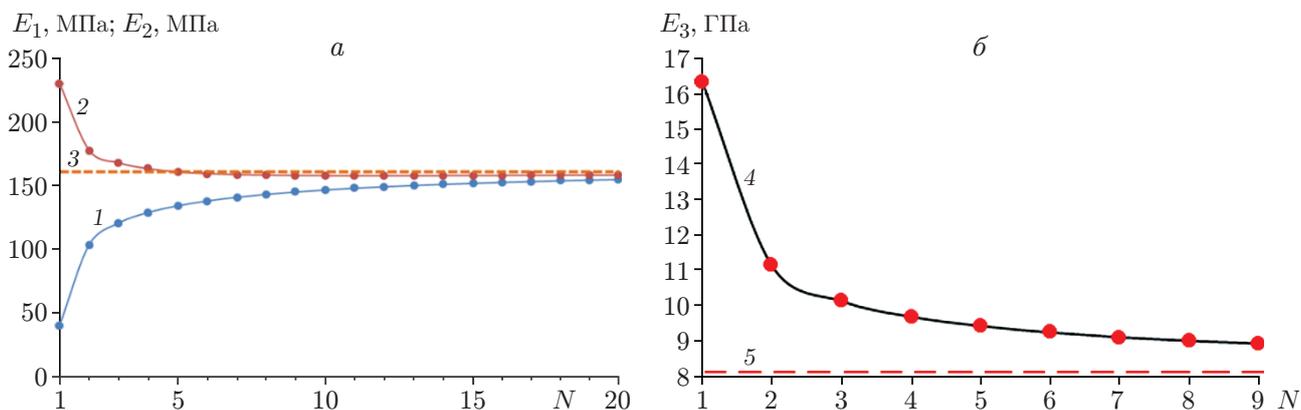


Рис. 4. Зависимости модулей упругости  $E_1$ ,  $E_2$  (а) и  $E_3$  (б) ячеистого заполнителя с ячейками в форме сотов от количества ячеек  $N$ :  
 1, 2, 4 — результаты численного моделирования (1 — модуль упругости  $E_1$ , 2 — модуль упругости  $E_2$ , 4 — модуль упругости  $E_3$ ), 3, 5 — аналитическое решение [5]

балки,  $t_f$  — толщина несущих слоев,  $t_c$  — толщина заполнителя,  $t_{ch}$  — толщина связующего слоя. При моделировании сингулярного напряженного состояния в окрестности вершины трещины использовался специальный шестиузловой плоский конечный элемент (рис. 3). В остальных областях двумерной слоистой балки использовались плоские конечные элементы. Моделирование краевых условий, имевших место в эксперименте [10], осуществлялось следующим образом. Смещения в точках сечений  $A$  и  $B$  в направлении оси  $x$  (см. рис. 2) полагались равными нулю. В точках сечения  $B$  смещение в направлении оси  $y$  (см. рис. 2) также полагалось равным нулю. Ограничения на смещение точек сечения  $A$  в направлении оси  $y$  не накладывались. Такие условия позволяют рассматривать смещение точек сечения  $A$  в направлении оси  $y$  как результат действия в этом сечении сосредоточенной силы.

**3. Верификация результатов исследования и их обсуждение.** Механические характеристики двумерного и трехмерного ячеистых заполнителей, состоящих из ячеек в виде сотов, полученные в результате численного моделирования с использованием конечных элементов и с использованием аналитического решения [5], приведены на рис. 4, 5 и в табл. 1 ( $E_{c,w}$ ,  $\nu_{c,w}$  — модуль упругости и коэффициент Пуассона для материала стенки

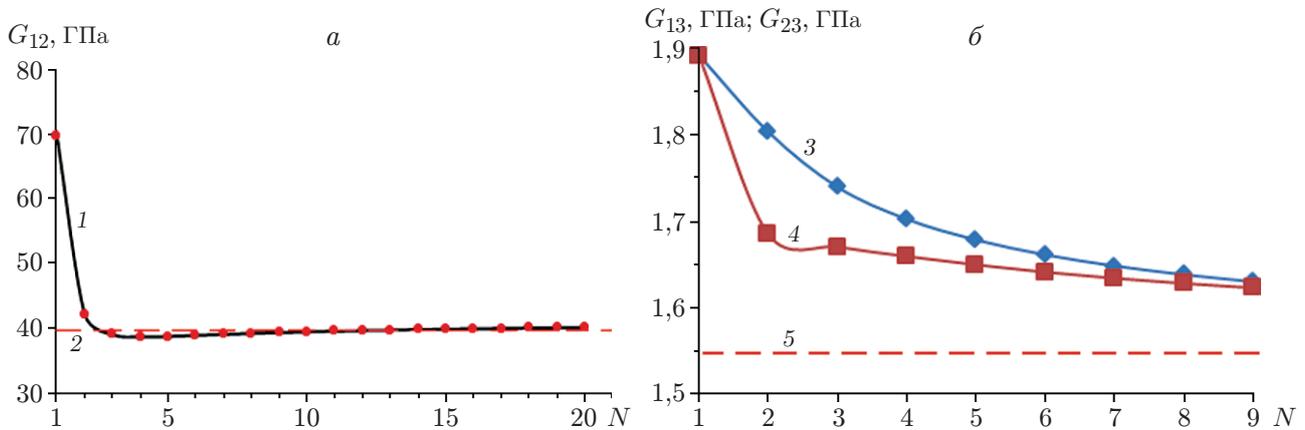


Рис. 5. Зависимости модулей сдвига  $G_{12}$  (а) и  $G_{13}$ ,  $G_{23}$  (б) ячеистого заполнителя с ячейками в форме сотов от количества ячеек  $N$ :

1, 3, 4 — результаты численного моделирования (1 — модуль сдвига  $G_{12}$ , 3 — модуль сдвига  $G_{13}$ , 4 — модуль сдвига  $G_{23}$ ), 2, 5 — аналитическое решение [5]

Таблица 1

Механические характеристики алюминиевого ячеистого заполнителя, определенные методом конечных элементов и на основе аналитического решения [5], при  $h = 1$  мм,  $E_{c.w} = 70$  ГПа,  $l = 10$  мм,  $\nu_{c.w} = 0,3$

Метод решения	$E_1$	$E_2$	$\nu_{12}$	$G_{12}$	$E_3$	$G_{13}$	$G_{23}$
Аналитическое решение [5]	$1,61 \cdot 10^8$	$1,61 \cdot 10^8$	1,00	$3,99 \cdot 10^7$	$8,08 \cdot 10^9$	$1,55 \cdot 10^9$	$1,55 \cdot 10^9$
Метод конечных элементов	$1,55 \cdot 10^8$	$1,55 \cdot 10^8$	1,06	$3,96 \cdot 10^7$	$8,80 \cdot 10^9$	$1,63 \cdot 10^9$	$1,63 \cdot 10^9$
Относительная погрешность, %	3,73	1,86	6,00	1,50	8,18	4,91	4,91

ячейки,  $l$  — длина грани ячейки). Толщина стенки ячейки составляла  $H = 1$  мм. В работе [5] решение получено методами строительной механики с учетом механических и геометрических свойств одной ячейки. Из полученных результатов следует, что в случае симметричных ячеек в виде сотов при увеличении числа ячеек значения модулей упругости  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ , так же как и модулей сдвига  $G_{12}$ ,  $G_{13}$ ,  $G_{23}$ , приближаются к теоретическим значениям (см. рис. 4, 5). Аналогичные закономерности имеют место для заполнителя, состоящего из ячеек другой формы (в форме треугольников или квадратов). Согласно результатам, полученным с использованием теоретического решения и метода конечных элементов, имеет место равенство модулей упругости  $E_1$  и  $E_2$ , а также модулей сдвига  $G_{13}$  и  $G_{23}$ , что обусловлено симметрией структуры заполнителя в плоскостях (1, 2), (2, 3), (1, 3). Результаты, приведенные на рис. 4, 5 и в табл. 1, получены для заполнителя с числом ячеек в виде сотов  $20 \times 20$ . Согласно полученным данным при большом числе ячеек механические свойства заполнителя определяются на основе аналитического решения с достаточной точностью.

Зависимости механических характеристик ячеистого заполнителя от толщины стенки ячейки для заполнителей, состоящих из ячеек в форме сотов, равносторонних треугольников и квадратов, приведены в табл. 2–4 ( $H$  — толщина листа номекса). Для изготовления заполнителя толщиной 3 мм использовались пластины из номекса (HRH-10-F50GR5.5-0.308"-Non-Metallic Honeycomb) толщиной 0,0370; 0,0572; 0,0763 мм. Во всех рассматриваемых случаях с увеличением толщины стенки ячейки модули упругости и сдвига заполнителя увеличиваются. Следует отметить, что в случае ячеек в форме сотов коэффициенты Пуассона  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{13}$ ,  $\nu_{23}$  не зависят от толщины стенки ячейки. При этом

Таблица 2

Механические характеристики заполнителя, состоящего из ячеек в форме сот

$H$ , мм	$E_1$ , МПа	$E_2$ , МПа	$E_3$ , МПа	$\nu_{12}$	$\nu_{23}$	$\nu_{13}$	$G_{12}$ , МПа	$G_{23}$ , МПа	$G_{13}$ , МПа
0,0370	0,08	0,08	82,72	1	0	0	0,02	20,30	20,30
0,0572	0,31	0,31	127,73	1	0	0	0,80	31,40	31,65
0,0763	0,73	0,73	170,23	1	0	0	0,19	41,93	41,93

Таблица 3

Механические характеристики заполнителя, состоящего из ячеек в форме равносторонних треугольников

$H$ , мм	$E_1$ , МПа	$E_2$ , МПа	$E_3$ , МПа	$\nu_{12}$	$\nu_{23}$	$\nu_{13}$	$G_{12}$ , МПа	$G_{23}$ , МПа	$G_{13}$ , МПа
0,0370	125,80	106,68	246,82	0,36	0	0	87,85	76,07	82,07
0,0572	194,54	165,00	380,37	0,36	0	0	135,86	117,51	126,63
0,0763	259,59	220,22	507,00	0,36	0	0	181,32	156,78	168,81

Таблица 4

Механические характеристики заполнителя, состоящего из ячеек квадратной формы

$H$ , мм	$E_1$ , МПа	$E_2$ , МПа	$E_3$ , МПа	$\nu_{12}$	$\nu_{23}$	$\nu_{13}$	$G_{12}$ , МПа	$G_{23}$ , МПа	$G_{13}$ , МПа
0,0370	108,26	108,26	157,11	0	0	0	15,56	36,36	36,36
0,0572	167,36	167,36	236,48	0	0	0	24,26	56,26	56,26
0,0763	223,25	223,25	309,59	0	0	0	32,72	75,15	75,15

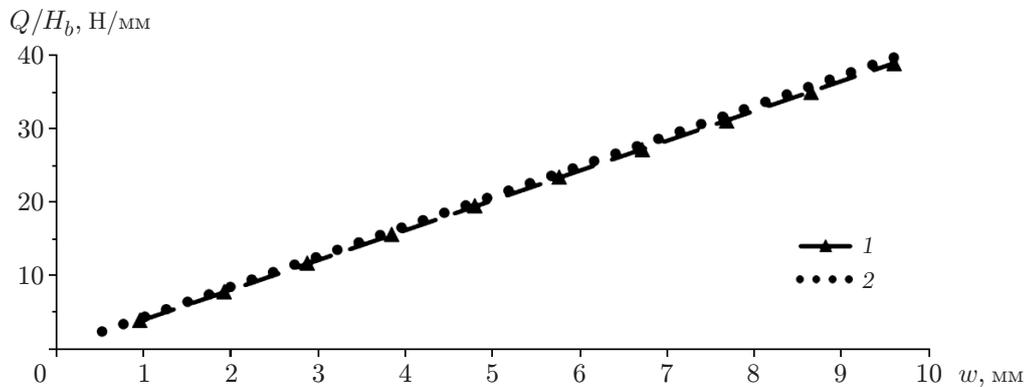


Рис. 6. Зависимость силы реакции  $Q/H_b$  от величины смещения  $w$ :  
 1 — расчет с использованием метода конечных элементов, 2 — эксперимент [10]

$\nu_{12} = 1, \nu_{23} = \nu_{13} = 0$ . Аналогичная закономерность имеет место в случае ячеек в форме равносторонних треугольников, за исключением того, что в этом случае  $\nu_{12} = 0,36$ . Для заполнителя с ячейками в форме квадратов  $\nu_{12} = \nu_{23} = \nu_{13} = 0$ .

С учетом приведенных выше результатов и с использованием метода конечных элементов определен коэффициент интенсивности напряжений  $K_I$  для трещины нормального отрыва, расположенной в адгезионном (связующем) слое. Несущие слои трехслойной балки были изготовлены из алюминия, модуль упругости которого равен  $70 \cdot 10^9$  Па, коэффициент Пуассона — 0,34. Модуль упругости материала адгезионного слоя FM73 составлял  $35 \cdot 10^9$  Па, коэффициент Пуассона — 0,4. Зависимости силы реакции  $Q$  в сечении  $A$ , отнесенной к толщине балки  $H_b$ , от смещения  $w$  этого сечения представлены на рис. 6.

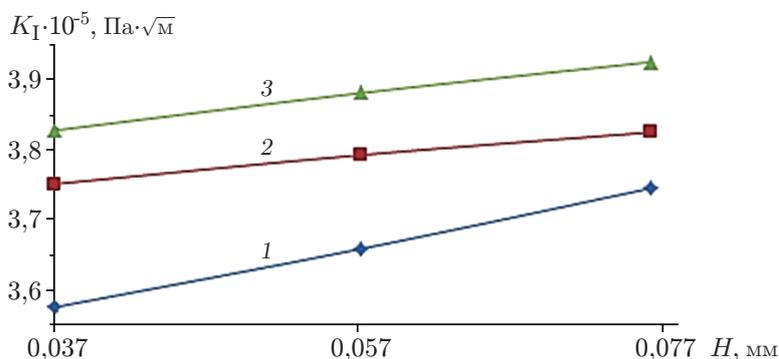


Рис. 7. Зависимость коэффициента интенсивности напряжений в вершине трещины от толщины стенки ячейки  $H$  для ячеистых заполнителей с ячейками различной формы:

1 — ячейки в форме сот, 2 — ячейки в форме квадратов, 3 — ячейки в форме равносторонних треугольников

Результаты, полученные методом конечных элементов, согласуются с экспериментальными данными. Если нормальное напряжение на бесконечности  $\sigma_y$  известно, то коэффициент интенсивности напряжений  $K_I$  при  $\theta = \pi$  (значение  $\theta = \pi$  соответствует точкам, находящимся на продолжении трещины (см. рис. 2, 3)) можно вычислить по формуле

$$K_I = \sigma_y \sqrt{2\pi r}.$$

Поскольку из этой формулы следует, что  $K_I = 0$  при  $r = 0$ , сначала вычислялись значения  $K_I$  в точках, в которых  $r \neq 0$  (в точках 1, 2 (см. рис. 3), для которых  $\theta = \pi$ ), а затем путем экстраполяции вычислялось значение  $K_I$  в вершине трещины ( $r = 0$ ).

На рис. 7 приведены значения коэффициента интенсивности  $K_I$  при различных значениях толщины стенки ячейки для заполнителей, состоящих из ячеек различной формы (см. табл. 2–4). Зависимости, представленные на рис. 7, получены при следующих значениях геометрических параметров:  $a = 80$  мм,  $L = 240$  мм,  $t_f = 1,5$  мм,  $t_c = 3$  мм,  $t_{ch} = 0,3$  мм. Из рис. 7 следует, что коэффициент интенсивности напряжений увеличивается с увеличением толщины стенки ячейки. В случае заполнителя, состоящего из ячеек в форме сот, значение коэффициента интенсивности напряжений  $K_I$  является наименьшим при всех рассмотренных значениях толщины стенки ячейки.

**Заключение.** Предложена конечно-элементная модель определения механических свойств заполнителя, состоящего из ячеек в форме сот. Проведено сравнение результатов с известными результатами, полученными на основе аналитических решений. Показано, что при числе ячеек, приближенно равном 20, результаты численных расчетов лучше согласуются с теоретическими данными. Установлено, что с увеличением толщины стенок ячеек увеличиваются модули упругости и сдвига заполнителя. Для заполнителей, состоящих из ячеек в форме сот и квадратов, с увеличением толщины стенок ячеек коэффициент Пуассона практически не меняется. С использованием предложенной модели можно с большой точностью определить коэффициент интенсивности напряжений в вершине трещины нормального отрыва, расположенной в связующем слое композитной балки. В балке с заполнителем, состоящим из ячеек в форме сот, коэффициент интенсивности напряжений меньше, чем в балке с заполнителем, состоящим из ячеек в форме равносторонних треугольников или квадратов. С увеличением толщины стенок ячеек коэффициент интенсивности напряжений увеличивается.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Aleksandrov A. Y.** Calculation of three-layered structures / A. Y. Aleksandrov, L. E. Brukker, L. M. Kurshi, A. P. Prusakov. M.: Oborongiz, 1960.
2. **Kobelev V. N.** Calculation of three-layered structures: Reference book / V. N. Kobelev, L. M. Kovarskii, S. I. Timofeev. M.: Mashinostroenie, 1984.
3. **Stepanov N. V., Savel'ev D. I., Petrova O. L., Perova I. E.** Experimental dependence of the stiffness characteristics of a cellular core on its height // *Konstr. Komposit. Mater.* 2009. N 1. P. 48–53.
4. **Pershin A. M.** Numerical study of static stability of cellular cores made of composite materials // *Vestn. Samar. Gos. Aerokosm. Univ.* 2014. V. 47. P. 118–123.
5. **Gibson L. J.** Cellular solids: Structures and properties. 2nd ed. / L. J. Gibson, M. F. Ashby. N. Y.: Cambridge Univ. Press, 1997.
6. **Osadchii N. V., Shepel V. T.** Estimation of mechanical properties of a cellular core by the finite element method // *Vestn. Rybinsk. Gos. Aviats. Tekhnol. Akad.* 2015. V. 1. P. 129–135.
7. **Roy R., Park S. J., Kweon J. H., Choi J. H.** Characterization of Nomex honeycomb core constituent material mechanical properties // *Composite Structures.* 2014. V. 117. P. 255–266.
8. **Anoshkin A. N., Zuiko V. Y., Tchugaynova A. V., Shustova E. N.** Experimental-theoretical research of mechanical properties of perforated composite sandwich panels // *Solid State Phenomena.* 2016. V. 243. P. 1–10.
9. **Pugacheva N. B., Zamaraev L. M., Igumnov A. S.** Study the structure and properties of the material of the nodes a honeycomb structure after diffusion aluminizing // *Diagnostics, Resour. Mech. Mater. Struct.* 2016. N 4. P. 71–88.
10. **Ramantani D. A., Moura M. F. S. F., Campilho R. D. S. G., Marques A. T.** Fracture characterization of sandwich structures interfaces under mode I loading // *Composites Sci. Technol.* 2010. V. 70. P. 1386–1394.
11. **Lu H., Lardner T. J.** Mechanics of subinterface cracks in layered material // *Intern. J. Solids Structures.* 1992. V. 29. P. 669–688.
12. **Caner F. C., Bazant Z. P.** Size effect on strength of laminate-foam sandwich plates: finite element analysis with interface fracture // *Composites.* 2009. V. 40. P. 337–348.
13. **Foo C. C., Chai G. B., Seah L. K.** Mechanical properties of Nomex material and Nomex honeycomb structure // *Composite Structures.* 2007. V. 80. P. 588–594.
14. **Roy R., Kweon J. H., Choi J. H.** Meso-scale finite element modeling of Nomex honeycomb cores // *Adv. Composite Materials.* 2014. V. 23. P. 17–29.

*Поступила в редакцию 8/II 2019 г.,  
после доработки — 6/VI 2019 г.  
Принята к публикации 24/VI 2019 г.*