

УДК 536.3+536.42

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООВОГО СОСТОЯНИЯ СЛОЯ ЛЬДА, СОДЕРЖАЩЕГО ПУЗЫРЬКИ ВОЗДУХА

С. Д. Слепцов, Н. А. Саввинова*, М. А. Гришин

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия

* Северо-Восточный федеральный университет им. М. К. Аммосова,
677000 Якутск, Россия

E-mails: sleptsov@itp.nsc.ru, nasavv@mail.ru, grishinmax1@yandex.ru

С использованием методов математического моделирования в однофазной постановке задачи Стефана проведено исследование таяния льда, содержащего пузырьки воздуха, при облучении слоя льда искусственным источником теплового излучения. Для численного решения радиационной части задачи радиационно-кондуктивного теплообмена в слое льда применен модифицированный метод средних потоков, учитывающий объемное поглощение и рассеяние излучения в среде, а также селективный характер излучения. Для учета анизотропного рассеяния излучения пузырьками воздуха использовалось транспортное приближение. Показано, что результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: лед, плавление, задача Стефана, анизотропное рассеяние, селективность, транспортное приближение.

DOI: 10.15372/PMTF20210311

Введение. Естественный лед представляет собой полупрозрачный светорассеивающий материал. Свет рассеивается на поверхности пузырьков воздуха и иных газов, а также трещинами, включениями из водных растений и организмов, частицами возможных загрязнений и т. п. Для расчета объемного нагрева слоя льда необходимо исследовать как радиационный, так и кондуктивный теплообмен с учетом спектральных оптических свойств льда [1–6].

Математическое моделирование нагрева и последующего таяния льда под действием излучения основано на решении задачи Стефана для полупрозрачных сред. В работах [7–9] показана возможность применения однофазной постановки задачи Стефана при расчете таяния плоского слоя льда, нагреваемого источником теплового излучения. Влияние рассеяния излучения на процесс таяния льда при различных альбедо рассеяния излучения исследовалось в работе [10]. Валидация вычислительной модели проводилась с использованием экспериментальных данных [11].

Для учета анизотропии рассеяния излучения в слое льда можно использовать разложение индикатрисы рассеяния в ряд по полиномам Лежандра [12] или, например, значи-

Работа выполнена в рамках государственного задания Института теплофизики СО РАН (код проекта АААА-121031800219-2).

© Слепцов С. Д., Саввинова Н. А., Гришин М. А., 2021

тельно более простое транспортное приближение [13–15]. При использовании транспортного приближения индикатриса рассеяния представляется в виде суммы изотропного слагаемого и слагаемого, соответствующего малоугловому рассеянию света. Транспортное приближение для индикатрисы рассеяния достаточно точно работает при многократном отражении излучения в среде. При этом математическая формулировка задачи переноса излучения совпадает с формулировкой гипотетического случая изотропного рассеяния, что существенно упрощает решение. Для этого достаточно заменить обычный коэффициент рассеяния на транспортный коэффициент рассеяния. Подобный подход использован в работе [10], но без учета влияния параметров пузырьков льда на коэффициент рассеяния.

Целью настоящей работы является обобщение результатов работы [10] с учетом реальных оптических свойств льда, содержащего пузырьки воздуха.

Постановка задачи. На рис. 1 приведена геометрическая схема задачи для случая, когда слой льда толщиной L_0 находится на вертикальной непрозрачной подложке, расположенной по нормали к источнику излучения, в среде с постоянной температурой $T_\infty = 273$ К. Будем полагать, что излучение во льду рассеивается пузырьками газа, равномерно распределенными по объему слоя льда (с объемной долей f_v) и имеющими средний радиус r_b . В качестве естественного допущения газ внутри небольших пузырьков считается полностью прозрачным для излучения. Правая поверхность плоского слоя льда освещается лампой с температурой накаливания нити 3200 К и постоянной плотностью падающего потока излучения $E_\nu^* = 4649$ Вт/м² [11]. В работах [5, 6, 11] указывается, что в диапазоне длин волн излучения $\lambda_1 = 0,3 \div 1,2$ мкм (далее — коротковолновый диапазон) коэффициент рассеяния излучения значительно больше коэффициента поглощения, а в диапазоне длин волн $\lambda_2 \geq 1,2$ мкм (длинноволновый диапазон), наоборот, поглощение излучения во льду значительно превышает рассеяние. В силу этого для учета селективности рассматриваются два диапазона длин волн: $\lambda_1 = 0,3 \div 1,2$ мкм (частота излучения $\nu_1 = 9,09 \cdot 10^{14} \div 2,02 \cdot 10^{14}$ Гц) и $\lambda_2 = 1,2 \div 3,0$ мкм ($\nu_2 = 2,02 \cdot 10^{14} \div 1,18 \cdot 10^{14}$ Гц), для которых в расчетах получены согласно [16] значения падающего потока излучения ($E_1^* = 2073$ Вт/м² и $E_2^* = 1883$ Вт/м²) и коэффициента поглощения ($\alpha_1 = 0,01$ м⁻¹ и $\alpha_2 = 1,00$ м⁻¹).

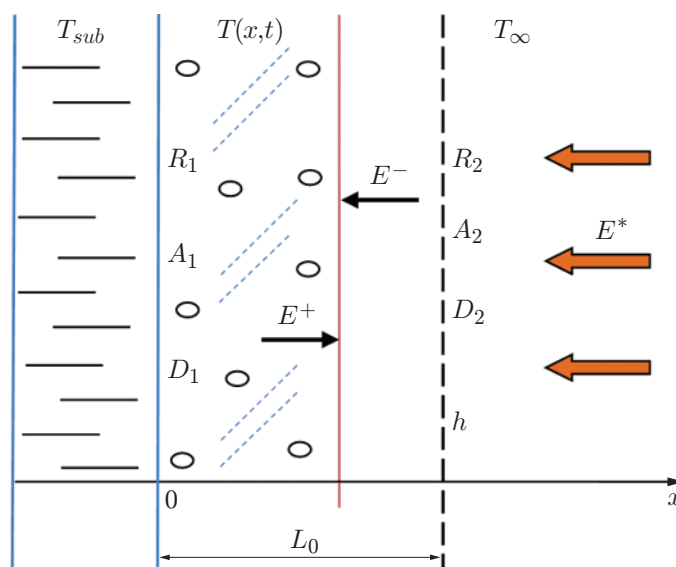


Рис. 1. Схема задачи

Полагается, что поверхности слоя льда диффузно поглощают, отражают и пропускают излучение таким образом, что $A_i + R_i + D_i = 1$ (A_i , R_i , D_i — поглощательная, отражательная и пропускательная способности поверхности льда, $i = 1, 2$). Также полагается, что выполняется закон Кирхгофа $A_i = \varepsilon_i$ (ε_i — степень черноты поверхности).

Предполагается, что подложка поглощает всю поступающую энергию и не влияет на тепловое состояние слоя льда.

Задача решается в два этапа. На первом этапе рассматривается радиационно-кондуктивный теплообмен, при котором падающее излучение поглощается, рассеивается и нагревает слой льда до момента, когда температура правой поверхности достигнет температуры плавления T_f . Далее начинается второй этап, на котором температура правой облучаемой поверхности льда считается постоянной: $T(L(t), t) = T_f$ и начинается таяние льда. Таким образом, в этой точке выполняется условие Стефана. Предполагается, что образующаяся на облучаемой поверхности вода стекает под действием силы тяжести, оставляя за собой тонкую пленку воды, температура T_{fil} которой превышает температуру фазового перехода льда. Толщина пленки пренебрежимо мала по сравнению с толщиной слоя льда, поэтому перепадом температуры по ее толщине можно пренебречь, считая пленку изотермичной. Таким образом, наличие пленки воды может быть учтено с помощью условия на межфазной границе в рамках однофазной задачи Стефана.

Нестационарное уравнение энергии для плоского слоя льда с температурой $T(x, t)$ с учетом переноса энергии излучением записывается следующим образом:

$$c_p \rho \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} - E(x, t) \right), \quad 0 < x < L(t). \quad (1)$$

Здесь c_p — теплоемкость при постоянном давлении; ρ — плотность; λ — теплопроводность; $E(x, t)$ — плотность результирующего радиационного потока: $E(x, t) = E^+(x, t) - E^-(x, t) = 2\pi \int_0^1 (I_\nu^+(x, \mu, t) - I_\nu^-(x, \mu, t)) \mu d\mu$; I — интенсивность излучения; μ — косинус угла между направлением распространения излучения и осью x .

Граничные условия для уравнения (1) на первом этапе процесса записываются следующим образом:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \varepsilon_1 E^-(x, t), \quad x = 0, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x} - h(T_\infty - T) - |E_{res,2}| = 0, \quad x = L_0, \quad (2)$$

где $|E_{res,2}| = A_2(E^+(x, t) + E_\nu^*) - \varepsilon_2 \sigma_0 (T^4(x, t) - T_\infty^4)$.

На левой границе учитывается отвод тепла за счет теплопроводности и излучения. На правой границе слоя льда происходят облучение от источника излучения и теплоотдача за счет конвекции. Уравнения (1), (2) дополняются начальным условием $T(x, 0) = T_{sub}$.

На втором этапе процесса температура поверхности на правой границе при $x = L(t)$ фиксированна: $T(x, t) = T_f$. Граничное условие для левой поверхности (2) не изменяется, а на правой поверхности слоя льда учитывается наличие пленки воды:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} - h(T_{fil} - T_\infty) - |E_{res,fil}| = \rho \gamma \frac{\partial L}{\partial t}, \quad (3)$$

где

$$|E_{res,fil}| = A_2(E^+(x, t) + E_\nu^*) - \varepsilon_2 \sigma_0 (T_f^4 - T_{fil}^4 - T_\infty^4), \quad x = L(t), \quad (4)$$

γ — скрытая теплота фазового перехода. В условии (3) учтена теплоотдача с внешней поверхности пленки воды, в (4) — собственное излучение пленки.

Входящие в уравнения (1)–(4) плотности результирующих радиационных потоков излучения E^\pm , $E_\nu = \sum_j (E_j^+ - E_j^-)$ определяются из решения уравнения переноса излучения в плоском слое излучающей, поглощающей и рассеивающей среды с известным распределением температур по слою (j — номер спектральной полосы) [4, 12].

Расчет переноса излучения проводится с использованием простого, но достаточно точного модифицированного метода средних потоков [4, 12, 17]. Согласно этому подходу интегродифференциальное уравнение переноса излучения

$$\frac{\partial I_\nu(\tau, \mu, t)}{\partial \tau_\nu} + I_\nu(\tau_\nu, \mu, t) = (1 - \omega_\nu)n^2 B_\nu(T) + \frac{\omega_\nu}{2} \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') I_\nu(x, \mu') d\mu'$$

сводится к системе двух дифференциальных уравнений для плоского слоя полупрозрачной поглощающей и рассеивающей среды. Дифференциальный аналог уравнения переноса для полусферических потоков E_j^\pm с учетом рассеяния излучения записывается в виде [4, 12]

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau_j} (E_j^+ - E_j^-) + (1 - \omega_{j,tr})(m_j^+ E_j^+ - m_j^- E_j^-) &= (1 - \omega_{j,tr})n^2 B_\nu, \\ \frac{d}{d\tau_j} (m_j^+ l_j^+ E_j^+ - m_j^- l_j^- E_j^-) + (1 - \omega_{j,tr})(E_j^+ - E_j^-) &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

соответствующие граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} \tau_{j,tr} = 0: \quad E_j^- &= \varepsilon_1 B_j/4 + R_1 E_j^+, \\ \tau_{j,tr} = \tau_j: \quad E_j^+ &= (1 - R_2)E_j^* + (1 - (n^{*2}/n^2)(1 - R_2))E_j^-. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь B_j — функция Планка; $\omega_{j,tr} = \beta_{tr}/\varkappa_{j,tr}$ — транспортное альbedo однократного рассеяния; n — показатель преломления среды; n^* — показатель преломления окружающего воздуха; β_{tr} — транспортный коэффициент рассеяния; $\varkappa_{j,tr} = \beta_{tr} + \alpha_j$ — транспортный коэффициент ослабления; α_j — коэффициент поглощения; $\tau_{j,tr} = \varkappa_{j,tr} L(t)$ — оптическая толщина. Значения коэффициентов m^\pm , l^\pm определяются из рекуррентного соотношения, полученного с помощью формального решения уравнения переноса излучения [4, 7–10]. В работе [6] приведено значение транспортного коэффициента рассеяния для льда, содержащего пузырьки газа, радиус r_b которых значительно превышает длину волны излучения:

$$\beta_{tr} = 0,675(n - 1)f_v/r_b.$$

Уравнение (1) с граничными условиями (2)–(4) и уравнение (5) с граничными условиями (6) приводятся к безразмерному виду аналогично тому, как это сделано в работах [7–10]. Решение краевой задачи сводится к определению толщины тающего слоя, температурного распределения и плотностей потоков результирующего излучения в области, представляющей собой плоский слой селективно поглощающего, излучающего и рассеивающего льда. Краевая задача (1)–(4) решается с помощью конечно-разностного метода, нелинейная система неявных разностных уравнений — с помощью метода прогонки и итераций. При решении радиационной задачи используются итерации, на каждой из которых краевая задача (5), (6) решается методом матричной факторизации. Быстрая сходимость такого метода решения позволяет получать достаточно точные результаты.

Результаты исследования и их анализ. Проанализируем результаты численного моделирования таяния рассеивающего излучение слоя льда со следующими физическими параметрами: начальная толщина слоя льда $L_0 = 0,045$ м, начальная температура льда $T_{sub} = 260$ К, температура воздуха внутри камеры поддерживается при постоянном

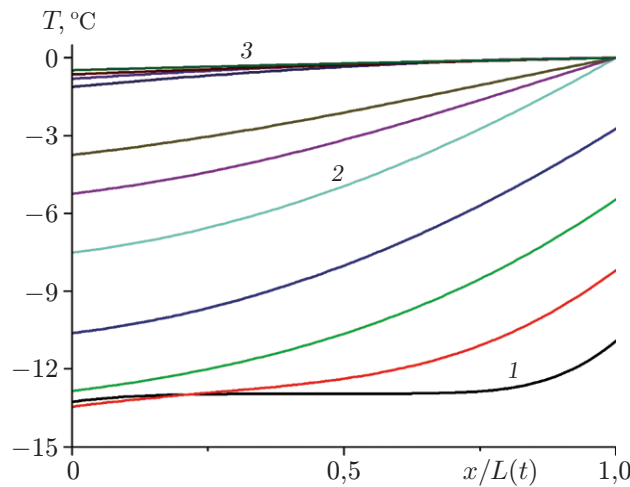


Рис. 2. Расчетное распределение температуры при $f_v/r_b = 1 \text{ м}^{-1}$:
1–2 — этап нагрева, 2–3 — этап таяния

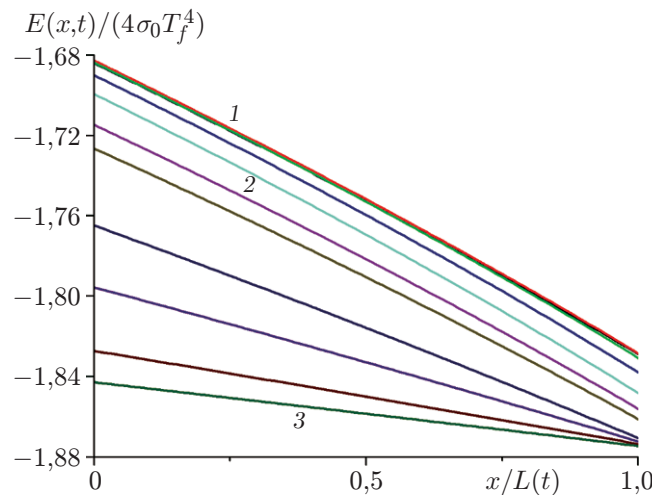


Рис. 3. Распределение плотности результирующего радиационного потока при $f_v/r_b = 1 \text{ м}^{-1}$ (обозначения те же, что на рис. 1)

значении $T_\infty = 273 \text{ К}$, равном температуре таяния льда T_f , температура пленки воды $T_{fil} = 277 \text{ К}$, постоянная плотность падающего потока излучения $E_v^* = 4649 \text{ Вт/м}^2$ [11]. Приняты следующие значения теплофизических и оптических параметров льда: теплопроводность $\lambda = 1,87 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$, температуропроводность $a = 1,31 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, скрытая теплота плавления $\gamma = 335 \text{ кДж/кг}$ [1], показатель преломления льда $n = 1,31$, коэффициенты отражения $R_1 = 0,95$, $R_2 = 1 - \varepsilon_2$, степень черноты левой границы $\varepsilon_1 = 1 - R_1$.

В расчетах варьировались три параметра: степень черноты ε_2 облучаемой поверхности льда, коэффициент теплоотдачи h и параметр f_v/r_b , который принимает три значения: $f_v/r_b = 1, 10, 30 \text{ м}^{-1}$. На первом этапе $\varepsilon_2 = 0,97$, $h = 9,5 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$, на втором этапе $\varepsilon_2 = 0,99$, $h = 80 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$ (значение h приблизительно равно принятому в [11] значению). Приведенное значение степени черноты для второго этапа получено в ходе численных экспериментов и соответствует изменению оптических свойств льда при плавлении.

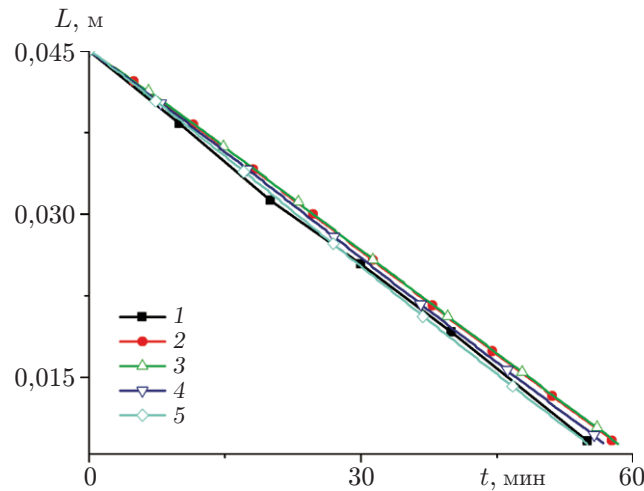


Рис. 4. Зависимость толщины слоя льда от времени при различных значениях параметра рассеяния f_v/r_b :

1 — эксперимент [11], 2–5 — расчет, выполненный в настоящей работе (2 — $f_v/r_b = 1 \text{ м}^{-1}$, 3 — $f_v/r_b = 0$ (случай нерассеивающего льда), 4 — $f_v/r_b = 10 \text{ м}^{-1}$, 5 — $f_v/r_b = 30 \text{ м}^{-1}$)

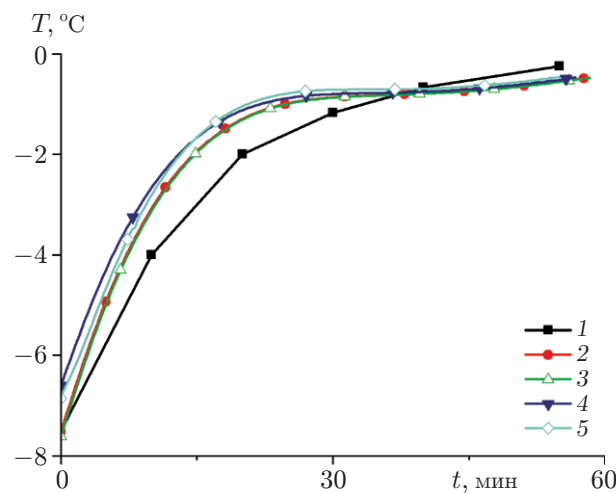


Рис. 5. Зависимость температуры на левой границе поверхности льда от времени при различных значениях параметра рассеяния f_v/r_b (обозначения те же, что на рис. 4)

На рис. 2 представлено расчетное распределение температуры в плоском слое льда при $f_v/r_b = 1 \text{ м}^{-1}$. Видно, что на этапах нагрева и таяния температура постепенно растет и к концу второго этапа увеличение становится практически линейным с малым градиентом.

Распределение плотности результирующего радиационного потока (РРП) в безразмерном виде при том же значении параметра f_v/r_b приведено на рис. 3. Наибольший градиент РРП наблюдается в начальный момент этапа нагрева. При нагреве и последующем плавлении льда градиент РРП уменьшается и стремится к постоянному значению.

На рис. 4 показана динамика таяния льда при трех указанных значениях f_v/r_b , для случая нерассеивающего льда ($\omega_{j,tr} = 0$, $\beta_{tr} = 0$), а также приведены данные работы [11]. Максимальное различие расчетных и экспериментальных данных наблюдается для нерас-

сеивающего льда ($f_v/r_b = 0$) и для льда при $f_v/r_b = 1 \text{ м}^{-1}$ и достигает 3 мин (приблизительно 6 %). С увеличением объемной доли пузырьков различие между данными эксперимента и расчета быстро уменьшается.

На рис. 5 показана динамика температуры левой необлучаемой поверхности слоя льда при трех указанных выше значениях f_v/r_b , для нерассеивающего льда, а также представлены экспериментальные данные [11]. В начальный момент времени расчетная температура на левой границе совпадает с экспериментальной как в случае нерассеивающего льда, так и в случае льда при $f_v/r_b = 1 \text{ м}^{-1}$. Расчетные и экспериментальные зависимости монотонно возрастают, однако между ними существует качественное различие. В течение первых 20 мин скорость роста расчетных температур выше, чем в эксперименте. При достижении значения $T \approx -1 \text{ }^\circ\text{C}$ по мере уменьшения толщины слоя льда рост температуры на левой границе стабилизируется. Данные эксперимента свидетельствуют о стабильном увеличении температуры на всем этапе таяния. При большей степени рассеяния вследствие ослабления излучения лед имеет более высокую температуру в начале этапа таяния ($T = -6,6 \text{ }^\circ\text{C}$ при $f_v/r_b = 10 \text{ м}^{-1}$, $T = -6,8 \text{ }^\circ\text{C}$ при $f_v/r_b = 30 \text{ м}^{-1}$).

Заключение. С использованием однофазной постановки задачи Стефана проведено численное исследование таяния рассеивающего излучение плоского слоя льда на вертикальной подложке. Для расчета потока излучения использовался модифицированный метод средних потоков. Селективность излучения учитывалась с помощью двухполосной модели спектра поглощения. Анизотропия рассеяния излучения пузырьками воздуха учитывалась в транспортном приближении. Получены температурное поле и поле плотности результирующего потока излучения, рассчитаны скорости таяния льда и роста температуры необлучаемой поверхности слоя льда. Показано, что в основном рост температуры на левой границе в начале этапа плавления определяется объемными оптическими свойствами среды, однако при уменьшении толщины слоя влияние внешних условий увеличивается. Это имеет большое значение для защиты техники в арктических районах, а также для решения экологических задач. Скорость таяния льда увеличивается с увеличением объемной доли пузырьков воздуха. Показано, что результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными: различие не превышает 6 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Красс М. С.** Радиационная теплофизика снега и льда / М. С. Красс, В. Г. Мерзлякин. Л.: Гидрометеиздат, 1990.
2. **Савельев Б. А.** Термика и механика природных льдов. М.: Наука, 1983.
3. **Паттерсон У. С. Б.** Физика ледников. М.: Мир, 1984.
4. **Тимофеев А. М.** Моделирование радиационного нагрева снежно-ледяного покрова // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 5. С. 797–804.
5. **Dombrovsky L. A., Kokhanovsky A. A., Randrianalisoa J. H.** On snowpack heating by solar radiation: A computational model // J. Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer. 2019. V. 227. P. 72–85.
6. **Dombrovsky L. A., Kokhanovsky A. A.** Solar heating of ice sheets containing gas bubbles // J. Quantitative Spectroscopy Radiative Transfer. 2020. V. 250. 106991.
7. **Слепцов С. Д., Рубцов Н. А., Саввинова Н. А.** Моделирование нагрева и таяния льда в приближении задачи Стефана с учетом излучения // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 3. С. 439–446.
8. **Sleptsov S. D., Savvinova N. A., Rubtsov N. A.** Ice melting with allowance for selective absorption in the medium // J. Engng Thermophys. 2019. V. 28, N 1. P. 114–122.

9. **Слепцов С. Д., Саввинова Н. А.** Таяние льда при облучении селективным источником теплового излучения // Теплофизика и аэромеханика. 2019. Т. 26, № 5. С. 813–820.
10. **Слепцов С. Д., Саввинова Н. А.** Расчетное исследование нестационарного теплового состояния льда с учетом рассеяния излучения // Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27, № 4. С. 645–652.
11. **Seki N., Sugawara M., Fukusaki S.** Radiative melting of ice layer adhering to a vertical surface // Wärme- und Stoffübertrag. 1979. Bd 12. S. 137–144.
12. **Рубцов Н. А.** Комбинированный теплообмен в полупрозрачных средах / Н. А. Рубцов, А. М. Тимофеев, Н. А. Саввинова. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2003.
13. **Dombrovsky L. A.** Thermal radiation in disperse systems: An engineering approach / L. A. Dombrovsky, D. Baillis. N. Y.: Begell House, 2010.
14. **Dombrovsky L. A.** The use of transport approximation and diffusion-based models in radiative transfer calculations // Comput. Thermal Sci. 2012. V. 4, N 4. P. 297–315.
15. **Dombrovsky L. A.** Scattering of radiation and simple approaches to radiative transfer in thermal engineering and biomedical applications // Light scattering and radiative transfer / Ed. by A. Kokhanovsky. S. l.: Springer, 2019. P. 71–127. (Springer Ser. in Light Scattering; V. 4).
16. **Оцисик Н. М.** Сложный теплообмен. М.: Мир, 1976.
17. **Рубцов Н. А.** Теплообмен излучением в сплошных средах. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1984.

*Поступила в редакцию 9/III 2021 г.,
после доработки — 10/III 2021 г.
Принята к публикации 29/III 2021 г.*
