

**ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ ФОРМУЛЫ ЗАВИСИМОСТИ
МАКСВЕЛЛОВСКОЙ ВЯЗКОСТИ НЕКОТОРЫХ МЕТАЛЛОВ
ОТ ИНТЕНСИВНОСТИ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ
И ТЕМПЕРАТУР**

*С. К. Годунов, А. Ф. Демчук, Н. С. Козин,
В. И. Мали*

(Новосибирск)

Целью работы является построение интерполяционных формул зависимости максвелловской вязкости — величины, обратной времени релаксации τ касательных напряжений, от интенсивности касательных напряжений и температур для нескольких металлов: железа, алюминия, меди и свинца. Эта зависимость интерполировалась в различных диапазонах температур и скоростей деформации $\dot{\epsilon}$ в соответствии с имеющимися в литературе экспериментальными данными для железа ($0 \leq \dot{\epsilon} \leq 10^7 \text{ сек}^{-1}$, $200^\circ \leq T \leq 1500^\circ$), алюминия ($0 \leq \dot{\epsilon} \leq 10^7 \text{ сек}^{-1}$, $300^\circ \leq T \leq 900^\circ$), меди ($0 \leq \dot{\epsilon} \leq 10^5 \text{ сек}^{-1}$, $300^\circ \leq T \leq 1300^\circ$), свинца ($0 \leq \dot{\epsilon} \leq 10^6 \text{ сек}^{-1}$, $90^\circ \leq T \leq 400^\circ$); температура в $^\circ\text{К}$.

В [1] сформулирована система дифференциальных уравнений нелинейной теории упругости для изотропной среды. Такая среда характеризуется уравнением состояния $E(I_1, I_2, I_3, S)$ для зависимости внутренней энергии на единицу массы от инвариантов I_1, I_2, I_3 тензора деформаций, энтропией S на единицу массы и величиной «максвелловской вязкости» χ .

Для замыкания системы дифференциальных уравнений [1] необходимо иметь зависимости для внутренней энергии и времени релаксации напряжений τ от параметров среды. Интерполяционные формулы для внутренней энергии E (уравнение состояния) приведены в [2]. Построенные в данной работе формулы вместе с результатами [2] замыкают систему уравнений [1].

В литературе исследованы зависимости динамического предела текучести σ_g и предела прочности σ_B от скорости деформирования $\dot{\epsilon}$ (см. п. 3). Поскольку динамические напряжения σ_g и σ_B по порядку величины совпадают [3] и определяют интенсивность касательных напряжений в среде, а $\dot{\epsilon}$ определяет скорость происходящих в среде пластических деформаций, то будем полагать, что характерное время пластических релаксационных процессов определяется как $\tau = \dot{\epsilon}^{-1}$, $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}(\sigma, T)$, где σ — интенсивность касательных напряжений ($\sigma \sim \sigma_g \sim \sigma_B$).

1. Ниже приводятся формулы величины $\chi = \tau^{-1}$ в сек^{-1} , максвелловской вязкости

$$(1.1) \quad \chi = \chi_0 \left(\frac{\sigma}{\rho_0 c_0^2} q \right)^{n(T)} \exp \left(- \frac{U(\sigma, T)}{RT/\mu} \right), \quad \chi_0 = 1$$

$$n(T) = \left[n_0 \left(\frac{T}{\theta_0} - n_1 \right)^3 + n_2 \right]^{-1}, \quad U(\sigma, T) = c_0^2 [n(T) F(T) \pm \Phi(\sigma)]$$

$$F(T) = (F_0 - F_1 T / \theta_0) T / \theta_0, \quad \Phi(\sigma) = \Phi_0 [\varphi(\sigma) - \sqrt{\varphi^2(\sigma) + \Phi_1}]$$

$$\varphi(\sigma) = \varphi_0 \ln [(\sigma / \rho_0 c_0^2) q] + \varphi_2, \quad \sigma = \{1/2 [\sigma_1 - \sigma_2]^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\}^{1/2}$$

Здесь T — температура, μ — молекулярный вес, θ_0 — температура Дебая, ρ_0 и c_0 — плотность и скорость продольных волн при нормальных

условиях, σ — интенсивность касательных напряжений, где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные напряжения, $R = 8.31 \cdot 10^7$ э/град·моль — универсальная газовая постоянная, значения размерных величин ρ_0, c_0, θ_0 и μ приведены в табл. 1, а интерполяционные константы $q, n_0, n_1, n_2, F_0, F_1, \Phi_0, \Phi_1, \varphi_0, \varphi_1$ затабулированы в табл. 2.

Таблица 1

	$\rho_0, \text{г/см}^3$	$c_0, \text{км/сек}$	$\theta_0, \text{°К}$	$\mu, \text{г/моль}$
Fe	7.84	5.694	420	55.85
Al	2.785	6.125	390	26.98
Cu	8.90	4.651	315	63.54
Pb	11.34	2.151	88	207.21

Таблица 2

	Fe	Al	Cu	Pb
q	$2.6 \cdot 10^4$	$1.06 \cdot 10^4$	$1.97 \cdot 10^4$	$0.535 \cdot 10^4$
n_0	0.0434	0.0462	0.0202	0.00804
n_1	1.545	2.57	0.955	0
n_2	0.03	0.01	0.035	0.01
F_0	$7.12 \cdot 10^{-3}$	$1.18 \cdot 10^{-2}$	$7.15 \cdot 10^{-3}$	$1.6 \cdot 10^{-3}$
F_1	$1.89 \cdot 10^{-3}$	$4.77 \cdot 10^{-3}$	$0.99 \cdot 10^{-3}$	$0.294 \cdot 10^{-3}$
Φ_0	$1.37 \cdot 10^{-3}$	$3.19 \cdot 10^{-3}$	0	$2.6 \cdot 10^{-3}$
Φ_1	14.15	53.1	0	10.15
φ_0	7.85	21.25	0	14.9
φ_1	-32.5	-59.7	0	-91.0

Знак минус в формуле для U берется для свинца, знак плюс — для остальных металлов.

Вид интерполяционной формулы подбирался, исходя из общего вида зависимостей для $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}(\sigma, T)$, приведенных в [4,5],

$$(1.2) \quad \dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0 (\sigma / \sigma_0)^m \exp(-U\mu / RT)$$

где $\dot{\epsilon}_0$ и σ_0 — некоторые интерполяционные коэффициенты.

2. В [6] приведены экспериментальные данные для железа, алюминия, меди по исследованию зависимости $\sigma_B = \sigma_B(\dot{\epsilon}, T)$ в диапазонах $1100^\circ \text{К} \leq T \leq 1500^\circ \text{К}$, $0 \leq \dot{\epsilon} \leq 10^3 \text{сек}^{-1}$, $500^\circ \text{К} \leq T \leq 900^\circ \text{К}$, $0 \leq \dot{\epsilon} \leq 10^3 \text{сек}^{-1}$, $700^\circ \text{К} \leq T \leq 1300^\circ \text{К}$, $0 \leq \dot{\epsilon} \leq 10^3 \text{сек}^{-1}$ соответственно.

Экспериментальные результаты интерполированы формулой

$$(2.1) \quad \sigma_B = \sigma_0 (\dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0)^{\beta(T)}, \quad \beta(T) = m_0 (T / \theta_0 - m_1)$$

Значения констант $\dot{\epsilon}_0, \sigma_0, m_0, m_1$ приведены в табл. 3. Основным материалом, исследованным в [6], был свинец, для твердости H_v которого была построена интерполяционная формула, аналогичная (2.1). Диапазон темпе-

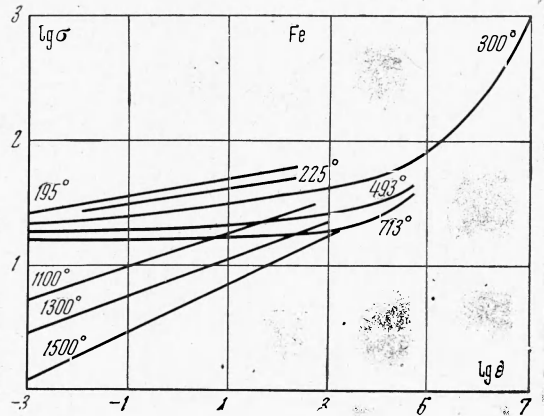
Таблица 3

	$\sigma, \text{кг/мм}^2$	$\dot{\epsilon}_0, \text{сек}^{-1}$	m_0	m_1
Fe	112	$2.515 \cdot 10^7$	$7.75 \cdot 10^{-2}$	1.023
Al	13	$3.98 \cdot 10^8$	$12.6 \cdot 10^{-2}$	0.919
Cu	26	$1.0 \cdot 10^5$	$7.4 \cdot 10^{-2}$	1.121
Pb	—	$3.165 \cdot 10^6$	$3.96 \cdot 10^{-2}$	1.023

ратур и скоростей деформирования в экспериментах [6]

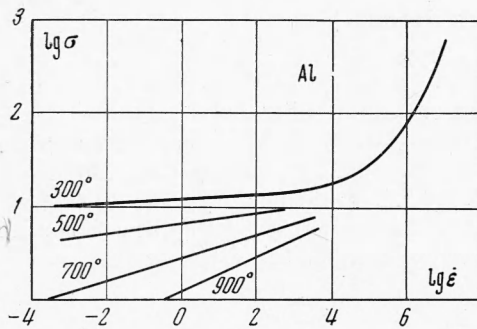
$$300^\circ \text{ K} \leq T \leq 500^\circ \text{ K}, \quad 0 \leq \dot{\epsilon} \leq 10^3 \text{ (сек}^{-1}\text{)}$$

Из совпадения зависимостей для твердости H_k и прочности σ_B было установлено, что в данном диапазоне скоростей деформаций величины σ_B и H_k пропорциональны. Отметим, что (2.1) справедливы при $T > \theta_0$.

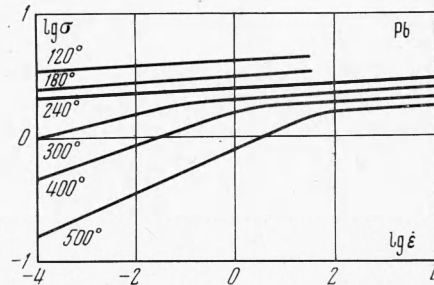


Фиг. 1

Поскольку для Fe, Al и Cu $\theta_0 > 300^\circ$, то необходимы дополнительные сведения о температурной зависимости $\sigma_g = \sigma_g(\dot{\epsilon}, T)$ при $T < \theta_0$. Для пересчета величины H_k в σ_B для свинца необходимо знать величину коэффициента пропорциональности. Эти данные приведены в [4], где представлены сравнительные графики величин H_k и σ_B от $\dot{\epsilon}$ для железа, меди, алюминия и свинца при 300° K .



Фиг. 2



Фиг. 3

Зависимость $\sigma_B(\dot{\epsilon}, T)$ для мягкой стали исследована в [7]. Диапазон изменения температуры $195^\circ \text{ K} \leq T \leq 713^\circ \text{ K}$ и скорости деформации $0 \leq \dot{\epsilon} \leq 10^5 \text{ сек}^{-1}$. Результаты экспериментов, которые проводились со стержнями, приведены на фиг. 1—4 для различных температур в координатах ($\lg \dot{\epsilon}, \lg \sigma$), где σ — величина напряжения сдвига. На фиг. 1—4 величина $\dot{\epsilon}$ в сек^{-1} , а σ в кг/мм^2 .

В литературе имеется мало данных по измерениям параметров напряженного состояния металлов в диапазоне скорости деформации выше 10^5 сек^{-1} . Для оценки интенсивности касательных напряжений в этом случае можно использовать имеющиеся значения вязкости металлов. Как по-

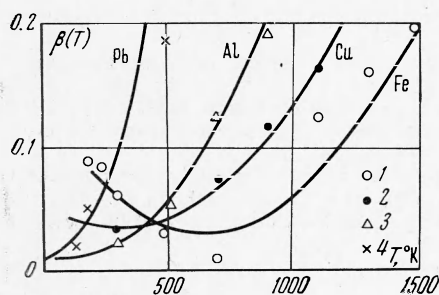
казано в [8], $\sigma_g \approx \rho v \dot{\epsilon}$, где v — кинематический коэффициент вязкости металла.

В табл. 4 приведены значения v и $\dot{\epsilon}$ для алюминия и стали, полученные при обработке экспериментальных данных по регистрации плоских кумулятивных струй¹, образующихся при косом соударении пластин, металлов скользящей детонационной волной. Методика определения коэффициентов вязкости основывалась на предположении, что уменьшение скорости струй по сравнению со скоростью, предсказываемой теорией кумуляции при малых значениях углов соударения и скоростей точки контакта, происходит из-за действия вязких сил.

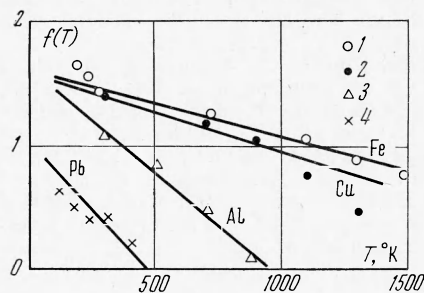
Таблица 4

Сталь 3		Al	
$\dot{\epsilon} \cdot 10^6, \text{сек}^{-1}$	$v \cdot 10^{-4}, \text{см}^2/\text{сек}$	$\dot{\epsilon} \cdot 10^{-5}, \text{сек}^{-1}$	$v \cdot 10^{-4}, \text{см}^2/\text{сек}$
3.3	4	7	5
7.2	3	6.9	4.6
7.5	2.5	12	3.7
15.2	1.8	21.2	3.1
27.5	1.3	39	2.9
58.5	1.3	97	1.9
137	1.2	—	—

Экспериментальные результаты, заимствованные из [4, 6, 7, 9], представлены в виде графиков на фиг. 1—3 для железа, алюминия и свинца.



Фиг. 4



Фиг. 5

3. Приведенные на фиг. 1—3 экспериментальные результаты показывают, что график $\lg \sigma = f(\lg \dot{\epsilon})$ при постоянной температуре разбивается на два участка, на каждом из которых его можно считать прямой линией. Первый участок скорости деформирования для железа ($\dot{\epsilon} \leq 10^4 \text{ сек}^{-1}$), алюминия ($\dot{\epsilon} \leq 10^3 \text{ сек}^{-1}$), меди ($\dot{\epsilon} \leq 10^5 \text{ сек}^{-1}$), свинца ($\dot{\epsilon} \leq 10 \text{ сек}^{-1}$) удовлетворительно описывается формулой

$$\dot{\epsilon} = \left(\frac{\sigma}{\rho_0 c_0^2} q \right)^{1/\beta(T)} \exp(-f(T)/\beta(T))$$

$$\beta(T) = n_0 \left(\frac{T}{\theta_0} - n_1 \right)^2 + n_2 = n^{-1}(T), \quad f(T) = F_0 - F_1 \frac{T}{\theta_0}$$

На фиг. 4 и 5 приведены зависимости $\beta(T)$ и $f(T)$. На графиках нанесены точки, соответствующие экспериментальным значениям: 1 — для железа, 2 — для меди, 3 — для алюминия, 4 — для свинца.

¹ Мали В. И. Исследование струйных течений металлов при взрывных нагрузках. Канд. дисс., Новосибирск, 1973.

Большой разброс значений экспериментальных данных на фиг. 5 для железа связан с различиями в методиках экспериментирования и с различиями в исходных материалах.

Для описания зависимости $\dot{\epsilon}$ от σ на втором участке (для железа $\dot{\epsilon} > 10^4 \text{ сек}^{-1}$, для алюминия $\dot{\epsilon} > 10^3 \text{ сек}^{-1}$, для свинца $\dot{\epsilon} > 10 \text{ сек}^{-1}$) в формулу (1.1) для χ введен поправочный множитель вида $\exp(-\Phi(\sigma) / RT / \mu)$, где $\Phi(\sigma)$ определяется по (1.1).

Вид поправочного множителя определен соображениями общего вида формулы зависимости $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}(\sigma, T)$, высказанными в п. 1. Не располагая данными о температурной зависимости $\dot{\epsilon}(\sigma)$ на втором участке для функции $\Phi(\sigma)$, не удалось учесть зависимости от температуры.

Для меди в литературе не удалось обнаружить данных, относящихся ко второму участку, поэтому в формуле (1.1) для U в случае меди поправочный множитель не учитывался. На втором участке вид зависимости для свинца отличается от вида зависимости для железа и алюминия: наклон $\lg \dot{\epsilon} = A(\lg \sigma)$ на втором участке более крутой, чем на первом. Это обстоятельство учтено тем, что в формуле (1.1) для U в случае свинца берется знак минус, а не плюс.

Поступила 21 XI 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С. К., Роменский Е. И. Нестационарные уравнения нелинейной теории упругости в эйлеровых координатах. ПМТФ, 1972, № 6.
2. Годунов С. К., Козин Н. С., Роменский Е. И. Уравнения состояния упругой энергии при нешаровом тензоре деформаций. ПМТФ, 1974, № 2.
3. Волошенко-Климовицкий Ю. Я. Динамический предел текучести. М., «Наука», 1965.
4. Витман Ф. Ф., Златин М. А., Иоффе Б. С. Сопротивление деформированию металлов при скоростях 10^{-6} — 10^2 м/сек. I. Ж. техн. физ., 1949, т. 19, вып. 3.
5. Макклиток Ф., Аргон А. Деформация и разрушение материалов. М., «Мир», 1970.
6. Витман Ф. Ф., Златин М. А. Сопротивление деформированию металлов при скоростях 10^{-6} — 10^{-2} м/сек. II. Ж. техн. физ., 1949, т. 19, вып. 3.
7. Campbell J. D., Ferguson W. G. The temperature and strain-rate dependence of the shear strength of mild steel. Philos. Mag., 1970, vol. 21, No. 169, pp. 63—82.
8. Ильюшин А. А. Об испытаниях металлов при больших скоростях. Инж. сб., 1941, т. 1, вып. 1.