

ЛИТЕРАТУРА

1. Бойко В. А., Бункин Ф. В. и др. Активные лазерные среды на основе рекомбинирующей плазмы многозарядных ионов // Изв. АН СССР. Сер. физ.— 1984.— Т. 48, № 8.
2. Справочник по лазерам: В 2 т. /Под ред. А. М. Прохорова.— М.: Сов. радио, 1978.— Т. 1.
3. Гудзенко Л. И., Филиппов С. С., Шелепин Л. А. Ускоренно рекомбинирующая плазменная струя // ЖЭТФ.— 1966.— Т. 51, № 4.
4. Sillvast W. T., Szeto L. H., Wood P. O. R. CO₂-laser-produced plasma-initiated neutral-gas recombination lasers // J. Appl. Phys.— 1979.— V. 50, N 12.
5. Елецкий А. В., Смирнов Б. М. Физические процессы в газовых лазерах.— М.: Энергоатомиздат, 1985.
6. Мощные газоразрядные CO₂-лазеры и их применение в технологии/Абильсинов Г. А., Велихов Е. П., Голубев В. С. и др.— М.: Наука, 1984.
7. Лосев С. А. Газодинамические лазеры.— М.: Наука, 1977.
8. Ананьев Ю. А. Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения.— М.: Наука, 1979.
9. Козлов Г. И., Решетняк С. А. Расчет параметров плазмодинамического лазера на парах лития // ЖТФ.— 1977.— Т. 47, № 7.
10. Кислов В. И., Лукьянов Г. А. Численное исследование поуровневой релаксации в стационарно расширяющейся плазме лития // Тез. докл. VI Всесоюз. конф. по физике низкотемпературной плазмы.— Л., 1983.— Т. 1.
11. Кислов В. И., Лукьянов Г. А., Федотов М. А. Численное исследование инверсной заселенности уровней литиевоподобных ионов бериллия при пространственно симметричном разлете плазменного сгустка // Там же.
12. Кислов В. И., Лукьянов Г. А. и др. Некоторые вопросы кинетики плазмы при наличии излучения и конденсированной дисперсной фазы.— Л., 1984.— (Препринт/ФТИ АН СССР; № 878).
13. Бункин Ф. В., Держиев В. И., Яковленко С. И. О перспективах усиления света дальнего УФ диапазона (обзор) // Квантовая электрон.— 1981.— Т. 8, № 8.
14. Лукьянов Г. А. О рекомбинационном плазмодинамическом лазере на свободно расширяющейся струе плазмы водорода // ЖТФ.— 1976.— Т. 46, № 4.
15. Гудзенко Л. И., Евстигнеев В. В., Яковленко С. И. О плазменных лазерах на переходах атомов и атомарных ионов // Кинетика простых моделей теории колебаний.— М.: Наука, 1976.
16. Стриганов А. Р., Одинцова Г. А. Таблицы спектральных линий атомов и ионов. Справочник.— М.: Энергоиздат, 1982.
17. Гуревич А. В., Иитаевский Л. П. Коэффициент рекомбинации в плотной низкотемпературной плазме // ЖЭТФ.— 1964.— Т. 46, № 4.

Поступила 10/IV 1986 г.

УДК 621.384.6

ВЛИЯНИЕ СЛАБОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ИНТЕНСИВНОСТЬ ПЛАЗМЕННОЙ СТРУИ ДУГОВОГО ИСТОЧНИКА ПРОТОНОВ

B. H. Гетманов, O. Я. Савченко

(Новосибирск)

Дуговой источник плазменной струи, используемый как элемент системы диагностики плазмы или инъекционной системы ускорителя протонов, испытывает на себе влияние рассеянных магнитных полей этих систем. Как показано в [1], влияние продольного магнитного поля с индукцией $10 < B < 70$ Гс на дуговой источник [2] приводит к нарастанию плотности генерируемой им плазменной струи и отбираемого с фиксированной плазменной границы тока пропорционально B . Аналогичный результат получен в [3] в диапазоне сильных магнитных полей $300 < B < 800$ Гс. В данной работе в связи с задачами стабилизации и управления током источника анализируется влияние на эти параметры продольных магнитных полей с $B < 13$ Гс. Эксперименты [1—3] различаются масштабом применяемых магнитных полей и, по-видимому, характером их воздействия на процесс. В [3] плазменные электроны замагничены, т. е. выполняется условие $\rho/r \ll 1$ (ρ — ларморовский радиус, r — радиус анодного отверстия дуговой камеры), поэтому электроны концентрируются в области анодного отверстия, увеличивая тем самым плотность плазмы. В [1], где $\rho/r \geq 1$, и особенно в данной работе, где $\rho/r \gg 1$, такой механизм имеет второстепенное значение и не маскирует проявление других эффектов, повышающих плотность потока плазмы в струе.

Измерения проводились на установке, изображенной на рис. 1. Система размещена внутри составного магнитного экрана 12 с внутренним диаметром 100 мм, толщиной стенок 10 мм и протяженностью 420 мм и

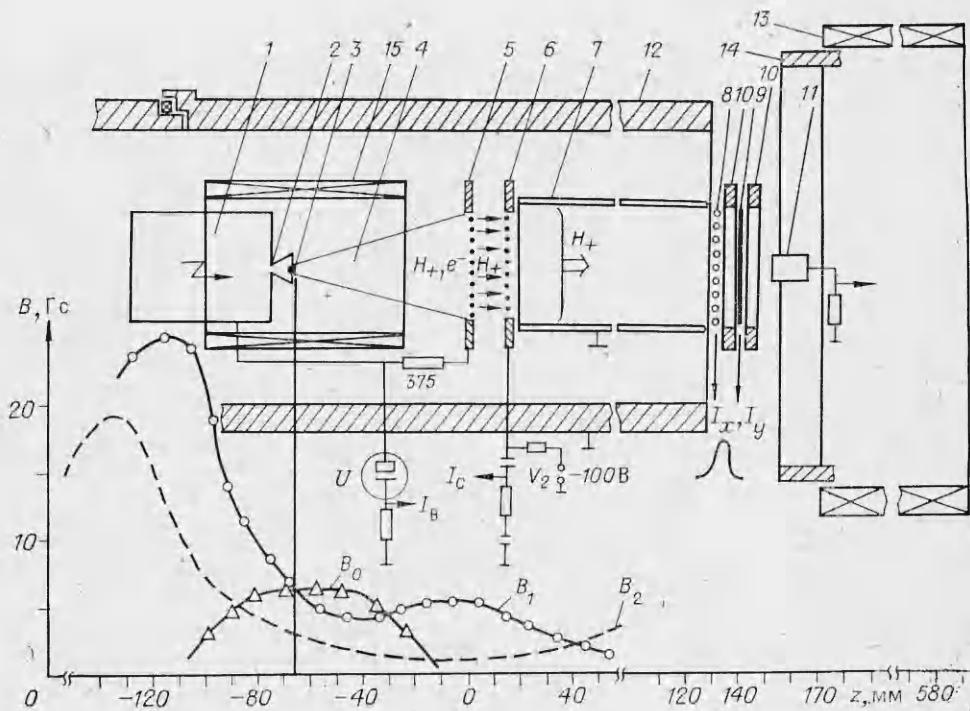


Рис. 1

откачивается двумя насосами Норд-100 до давления $2 \cdot 10^{-4}$ Па. Дуговой источник 1 через анодное отверстие 2 выбрасывает водородную плазму 4 на сеточный диод 5, 6, формирующий исходный пучок протонов. Анод источника изготовлен из сплава Д16, диаметры анодного отверстия 2 мм, апертуры сеток 40 мм. Сформированный пучок протонов поступает в трубку транспортировки 7 диаметром 42 мм и протяженностью 125 мм, в которой его пространственный заряд компенсируется электронами. На выходе из трубы характеристики пучка измеряются многопроволочным двухкоординатным профилометром 8, 9, дополненным антидинатронными кольцами 10 [4], а также малогабаритным перемещаемым цилиндром Фарадея 11. Ток в пучке дополнительно измеряется по токам I_b и I_c , замыкающимся в цепях высоковольтного питания диода и его анодной сетки 6. Дуговой разряд создается импульсами продолжительностью до 100 мкс с частотой 0,2 Гц. Напряжение на диоде до 15 кВ поддерживается постоянным. Распределения величин осевой компоненты постоянного магнитного поля, созданного внутренней катушкой 15, закрепленной на камере дугового разряда, и внешней катушкой 13, 14, измеренные при максимальных токах в их обмотках, обозначены B_0 , B_1 и B_2 , где B_1 и B_2 отвечают двум вариантам конструкции магнитного экрана. Для формирования пучка применяется сеточный диод в двух его конфигурациях — пирсовский, аналогичный [5], и плоский. Нити катодной и анодной сеток диода ориентированы параллельно друг другу и изготовлены из вольфрамовой проволоки диаметром 50 мкм. Расстояния между плоскостями сеток 14,2 и 21 мм, шаги намотки 226 и 625 мкм в плоском и пирсовском диодах соответственно.

Влияние слабого магнитного поля на ток и профиль пучка. В этом эксперименте распределение магнитного поля, созданного внешней катушкой, отвечало варианту B_1 . Амплитудное значение B_a распределения поля внутренней катушки B_0 варьировалось от $-6,4$ до $6,4$ Гс. Размещение элементов системы в этих полях указано на рис. 1, расстояние между анодным отверстием и катодной сеткой $l = 76$ мм, использовался плоский диод. На рис. 2 приведены результаты измерений тока в пучке при раз-

ных вариантах включения внешней и внутренней катушек. Ток в пучке в отсутствие магнитных полей $I_{00} = 44$ мА, а после включения внешней катушки возрастал до $I_{0+} = 65$ мА. После включения внутренней катушки, создающей поле той же направленности, что и внешняя, наблюдался дальнейший рост тока в пучке, пропорциональный B_a и отображенный на прямой I_{++} . Когда поля вычитаются, увеличение B_a приводит к уменьшению тока в пучке, что отражено на кривой I_{-+} . Кривые I_{-0} и I_{+0} отвечают вариантам, когда внешняя катушка выключена, а ток в обмотке внутренней катушки изменяется от нуля до максимального значения при двух направлениях. Минимальное значение тока $I_m = 43$ мА наблюдается при $B_a = 1,2$ Гс на кривой I_{+0} и означает, что при этом суммарное с учетом остаточной намагниченности экрана поле, влияющее на плазменную струю, равно нулю. Аналогичный минимум тока наблюдается на кривой I_{-+} при $B_a = (6,5 \pm 0,2)$ Гс, когда взаимная компенсация магнитных полей двух катушек происходит в окрестности точки 3 (см. рис. 1), удаленной от анодного отверстия на $l_0 = 10$ мм.

Индукция магнитного поля, действующего на плазменную струю, когда включена только внутренняя катушка, $B_t = B_a - 1,2$ Гс. Вызываемые этим воздействием приращения тока протонов в пучке $i(B_t) = I(B_a) - I_m$ получены из зависимостей $I_{-0}(B_a)$ и $I_{+0}(B_a)$ и представлены на рис. 3 кривыми I и I' . Полученная характеристика содержит две области — относительно слабого нелинейного роста i при увеличении $|B_t|$ от 0 до 2 Гс и линейного роста i , пропорционального $|B_t| - B_x$, где $B_x = (1,6 \pm 0,1)$ Гс, при дальнейшем увеличении $|B_t|$, со скоростью $v = 3,8$ мА/Гс. Значение i при увеличении I_0 (тока пучка, сформированного в отсутствие магнитного поля) возрастает $\sim I_0^{1/2}$ в интервале $40 < I_0 < 110$ мА, поэтому

$$(1) \quad i = K(|B_t| - B_x) I_0^{1/2}.$$

Здесь $K = v/I_m^{1/2} = (0,58 \pm 0,01)$ мА $^{1/2}/\text{Гс}$.

На рис. 3 приведены также результаты измерений профиля потока многопроволочным датчиком в присутствии магнитного поля с $B_t = 5,5$ Гс (точки 1) и в его отсутствие (точки 2), где N — номера проволочек датчика, установленных с шагом 3 мм, а i_0 — создаваемые пучком токи на эти проволочки в относительных единицах. Применялся плоский диод, в котором форма профиля пучка практически повторяет форму распределения плотности плазменной струи на катодной сетке диода [1]. Ток дугового разряда фиксирован, а токи в пучке и напряжения формирования на диоде согласованы по закону «3/2» и равны 55 мА и 10,6 кВ и 87 мА и 14 кВ при $B_t = 0$ и 5,5 Гс соответственно. Как видно из рис. 3, магнитное усиление тока не изменяет форму распределения плотности в той части плазменной струи, которая попадает в апертуру диода. Это подтверждается и тем, что при удалении источника плазмы от диода на расстояние от 76 до 114 мм коэффициент магнитного приращения тока в пучке $b = i/I_0$ не изменился, если токи дугового разряда и в обмотке внутренней катушки оставались неизменными. Постоянство формы пучка при $l > 76$ мм наблюдалось также при воздействии на струю неоднородного магнитного поля B_1 и B_2 и в отсутствие магнитного поля при из-

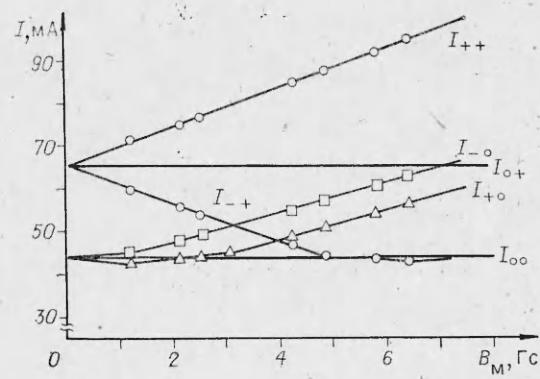


Рис. 2

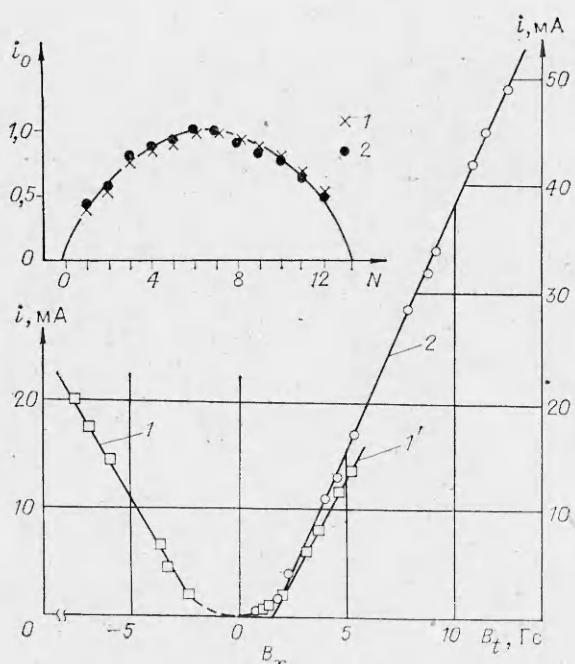


Рис. 3

менении тока дугового разряда, отвечающего токам в пучке от 15 до 100 мА.

Локализованность воздействия. Область струи, чувствительную к воздействию слабых магнитных полей, можно найти сопоставлением приращений тока в пучке и распределений осевого магнитного поля B_t , действующего на струю, используя данные, приведенные на рис. 4, а. На рис. 4, а даны четыре варианта распределения $B_t(l_0)$, для которых приращения тока в пучке $i = 0; 0,8; 0$ и $1,4$ мА. Средние значения $|B_t|$ для кривых 1 и 2 различаются существенно только при $l_0 > 45$ мм, при этом разница токов равна $(0,8 \mp 0,3)$ мА и почти на порядок меньше, чем можно

ожидать из соотношения (1), полученного при $l_0 < 40$ мм. Следовательно, область струи, удаленная от анода дуговой камеры, нечувствительна к слабым магнитным полям. Согласующаяся с (1) разница в токах $(1,4 + 0,3)$ мА наблюдается только для кривых 1 и 4, когда различие распределений $B_t(l_0)$ при $l_0 < 40$ мм локализовано в окрестности точки $l_0 = 10$ мм, а для кривых 1 и 3, когда аналогичное различие наблюдается при $l_0 = 30$ мм и при $l_0 = 10$ мм различий B_t нет, токи равны. Значит, чувствительная к воздействию слабого магнитного поля область струи локализована в окрестности точки $l_0 = 10$ мм, а ее протяженность ограничена величиной $\Delta l = 20$ мм. Поэтому, когда включены обе катушки и поле в пространстве неоднородно, приращение тока в пучке нужно сопоставить со значением индукции магнитного поля, взятым при $l_0 = 10$ мм. Найденная таким образом зависимость $i(B_t)$ представлена линией 2 на рис. 3 и аналогична кривым 1 и 1', полученным для пространственно однородного поля B_0 , однако имеет большую скорость прироста тока в линейной области, равную $4,5$ мА/Гс, что соответствует значению $K = (0,69 + 0,01)$ мА $^{1/2}$ /Гс. Это означает, что магнитное воздействие на

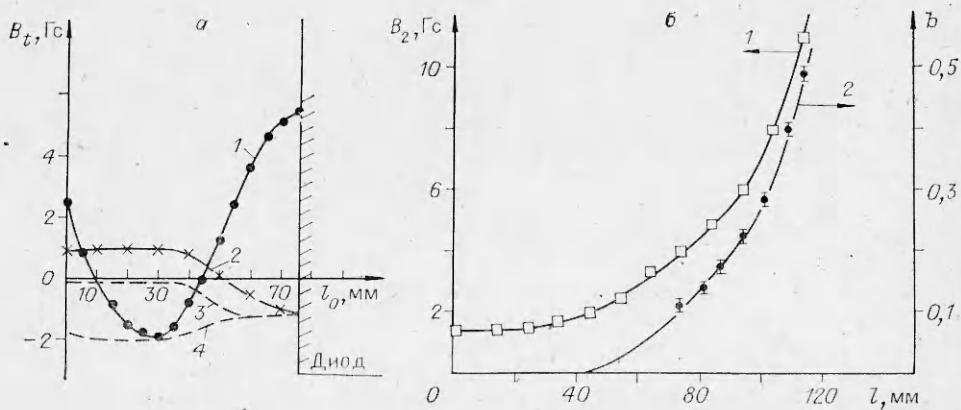


Рис. 4

струю зависит и от градиента B_t , равного 2 Гс/см для кривой 2 и 0 для кривых 1 и 1' и, следовательно, не является точечным.

Используя предположение о линейной зависимости приращения K от градиента магнитного поля, можно найти область локализации магнитного воздействия на струю другим способом. Для этого при максимальном удалении источника плазмы от диода в точке $l = 114$ мм коэффициент b измерялся при двух значениях тока j в обмотке внешней катушки, создающей в области струи распределение магнитного поля $B_2(l)$, представленное на кривой 1 рис. 4, б и соответствующее максимальному значению j . Записывая (1) в виде $b \sim K(B' - B_x)(B' -$

индукция магнитного поля в чувствительной к его воздействию области струи), получим $B' = B_x(g - G)/(Ag - G)$, где $A = j_2/j_1$; $g = b_1/b_2$, $G = K_1/K_2$. В эксперименте при $A = 0,48 \pm 0,01$ и $G = 1,09$ найдено $g = 3,3 \pm 0,08$, следовательно, $B' = (7,2 \pm 0,6)$ Гс и гораздо больше значения $B_2(l)$, усредненного вдоль траектории разлета струи и равного 4 Гс. Это означает, что основное воздействие на струю локализовано внутри области $79 < l < 114$ мм протяженностью $\Delta l < 35$ мм, в которой среднее значение магнитной индукции может быть равным B' , и что такое воздействие осуществляется вне области, прилежащей к анодному отверстию при $109 < l < 114$ мм, в которой $B_2(l) > 7,8$ Гс $\geq B'$. Естественно предположить, что центр этой области расположен при $l = 102_{+2}^{-4}$ мм, где возможно равенство $B_2(l) = B'$, и, значит, смещен относительно анодного отверстия на $l_0 = 12_{-2}^{+4}$ мм.

Для уточнения положения области локализации магнитного воздействия на струю источник плазмы перемещался в неоднородном поле $B_2(l)$ и измерялись величины $b(l)$, представленные точками ● на рис. 4, б. Изменение угла захвата струи в апертуру диода при перемещении источника не влияет на b , поскольку магнитное приращение плотности струи однородно по ее сечению, поэтому можно использовать (1) в виде $b(l)/(B_2(l) - B_x) = K(l)/I_0^{1/2} = C(l)$ ($0,58 < K(l) < 0,69$ мА $^{1/2}$ /Гс). В этом эксперименте при $l = 76$ мм $I_0 = 77$ мА, поэтому $0,067 < C(l) < 0,079$ 1/Гс, что отражено на рис. 5 двумя линиями. Значения $C(l)$ можно рассчитать, используя $b(l)$ и усредненную $B_2(l)$ в свободно выбираемой зоне, характеризуемой положением l_0 и протяженностью Δl . Как видно из рис. 5, условию для $C(l)$ в равной степени удовлетворяют два набора этих параметров: 10 и 0 мм и 10 и 10 мм, соответствующие точкам ● и △ на кривой 5. Прочие наборы значений l_0 и Δl равны (мм) 0 и 0, 0 и 20 для кривых 1 и 8; 20 и 40, 15 и 30, 10 и 20, 5 и 10 — 2, 4, 6, 7; 15 и 10 — 3 и неприемлемы, так как противоречат (1). В целом полученная совокупность данных позволяет утверждать, что область струи, чувствительная к воздействию слабого магнитного поля, локализована в окрестности точки $l_0 = 11_{-2}^{+2}$ мм и имеет протяженность $\Delta l = 10_{-9}^{+5}$ мм. Исполь-

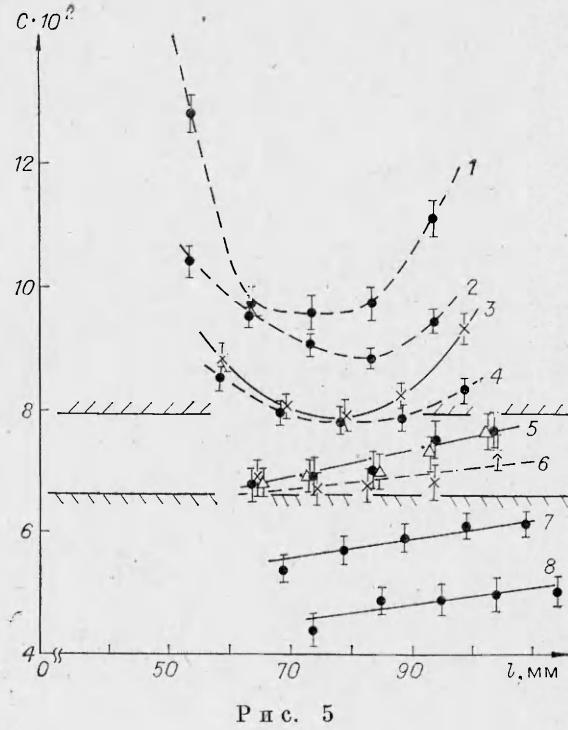


Рис. 5

зая эти значения, распределение $B_2(l)$ и предположение о линейной зависимости приращения K от градиента B_2 , получим из (1) зависимость $b(l)$, представленную на рис. 4, б кривой 2, которая согласуется с экспериментальными точками с достоверностью $\approx 0,9$ [6], следовательно, это предположение верно и $K = 0,58(1 \pm s \text{ grad } B) \text{ mA}^{1/2}/\text{Гс}$, где $s = (0,095 \mp 0,013) \text{ см}/\text{Гс}$.

Влияние газовых условий и обратного потока электронов. При увеличении задержки T поджига дуги относительно импульса, открывающего электромагнитный затвор [7] для напуска водорода от 400 до 900 мкс, плотность водорода n в области формирования плазменной струи нарастает практически линейно [5], а значения $n(400)$ и $n(900)$ вблизи диода равны $1,5 \cdot 10^{13}$ и $5 \cdot 10^{13}$ молекул $\text{H}_2/\text{см}^3$ при давлении в затворе $p = 1,8 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Это приводит в отсутствие магнитных полей к линейному уменьшению тока в пучке $I_0(T)$ от 42 до 33 мА, а при $B_t = 6 \text{ Гс}$ — к уменьшению магнитного приращения тока пучка $i_0(T)$ от 20 до 9,2 мА, существенно большему, чем рассчитанное из (1) без учета газовых эффектов, где $i_p(T) \sim I_0^{1/2}(T)$, в частности $i_p(900) = 18,1 \text{ мА}$. Из эксперимента следует, что $i_0/i_p \approx 1 - 2K_1$, где $K_1 = 1 - I_0(T)/I_0(400)$. Отсюда получим $(i_p - i_0)/i_p \approx \beta(n(T) - n(400))/I_0(400)$. Здесь, согласно дополнительным измерениям [4], $\beta = (6 \mp 0,8) \cdot 10^{-13} \text{ мА} \cdot \text{см}^3/\text{молекул H}_2$. Значит, относительное снижение магнитного приращения тока протонов пропорционально дополнительному напуску газа и рекомбинация протонов в струе на молекулах водорода более вероятна, чем ионизация этих молекул электронами, в отличие от [3], где магнитное поле велико и ионизация преобладает.

Когда в эксперименте в отсутствие магнитного поля напряжение на диоде U повышалось от 6 до 14 кВ, наблюдался рост тока протонов в пучке от 46 до 54 мА, т. е. на $i_+ = (8 \mp 1,5) \text{ мА}$. Поскольку ток дугового разряда, равный 190 А и газовые условия ($T = 500 \text{ мкс}$ и $p = 1,8 \cdot 10^5 \text{ Па}$) фиксированы, этот эффект естественно объяснить тем, что ток электронов вторичной эмиссии, выбиваемых из анодной сетки диода и проникающих в область плазменной струи, при повышении U увеличился на $i_- = (10,5 \mp 1,5) \text{ мА}$. Следовательно, коэффициент приращения тока протонов в пучке под воздействием обратного потока электронов $K_- = i_-/i_+ = 0,76 \mp 0,18$. Аналогичный эффект наблюдался, когда в диод вовлекались электроны из трубки транспортировки. Для этого потенциал анодной сетки диода V_2 от его обычного значения -100 В , когда происходит полное запирание электронов в трубке, повышался до значения $V_0 \geq 100 \text{ В}$, обеспечивающего насыщение их потока в диод. Изменились токи I_b и I_c при этих двух значениях V_2 и рассчитывались i_+ и i_- . В случае, когда ток дугового разряда составлял 280 А, $U = 10 \text{ кВ}$ и ток в пучке при $V_2 = -100 \text{ В}$ равен 100 мА, установлено, что $i_+ = (57 \mp 1,5) \text{ мА}$, а $i_- = (94 \mp 3) \text{ мА}$, поэтому $K_- = 0,61 \mp 0,03$. Следовательно, обратные потоки электронов могут существенно влиять на работу источника в составе инжектора протонов.

Чувствительность плазменной струи к воздействию слабого магнитного поля с $B > 1 \text{ Гс}$ и его локальный характер указывают на то, что его объектом является именно процесс формирования струи, а не уже сформированный плазменный поток. Зависимость эффекта от градиента B означает, что это воздействие не точечное. Уменьшение магнитного приращения тока при дополнительном напуске газа в область струи доказывает, что оно не связано с процессом ионизации газа электронами. Зависимость эффекта от обратных электронных токов, у которых $B \ll 1 \text{ Гс}$, указывает на важную роль заряда, вовлекаемого в область формирования струи, который, по-видимому, изменяет в ней распределение потенциалов, воздействуя, в частности, на окисные пленки, образующиеся на поверхности анода дуговой камеры при наличии плазмы. Полученные результаты могут быть использованы при разработке систем глубокой регулировки тока источника протонов, для оценки влияния рассеянных

магнитных полей и обратных потоков электронов на стабильность тока, формируемого из плазменной струи пучка, а также при разработке адекватной эксперименту модели образования плазменной струи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баткин В. И., Гетманов В. Н. и др. Источник протонов с регулируемым током для электростатического ускорителя // Вопр. атомной науки и техники. Сер. ТФЭ.— 1985.— Вып. 1/22.
2. Баткин В. И., Гетманов В. Н. и др. Диагностика плазменной струи сеточными электродами // ПМТФ.— 1982.— № 6.
3. Давыденко В. И., Морозов И. И. и др. Протонный источник инжектора атомов установки АМБАЛ.— Новосибирск, 1985.— (Препринт/ИЯФ СО АН СССР; № 85—3).
4. Баткин В. И., Гетманов В. Н., Савченко О. Я. Измерение тока и профиля нейтральной и заряженной компонент пучка ионов водорода многопроволочными датчиками // ПТЭ.— 1987.— № 2.
5. Баткин В. И., Гетманов В. Н., Савченко О. Я. Повышение яркости пучка дугового источника протонов // ПТЭ.— 1984.— № 1.
6. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики.— М.: Наука, 1983.
7. Деревянкин Г. Е., Дудников В. Г., Журавлев П. А. Быстродействующий электромагнитный затвор для напуска газа // ПТЭ.— 1975.— № 5.

Поступила 28/VII 1986 г.

УДК 537.639

УДАРНО-ВОЛНОВОЙ МЕТОД ГЕНЕРАЦИИ МЕГАГАУССНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Е. И. Биченков, С. Д. Гилев, А. М. Рябчун, А. М. Трубачев
(Новосибирск)

Сравнительно недавно нами и японскими исследователями предложен новый метод генерации сверхсильных магнитных полей путем компрессии магнитного потока системой ударных волн (УВ), сходящихся в веществе, способном переходить при сжатии из непроводящего состояния в проводящее [1—4]. В данной работе изучаются возможности генераторов, использующих упомянутый принцип.

1. Компрессия магнитного потока в идеально пакующемся веществе с неограниченной электропроводностью за фронтом УВ. Принципиальная особенность рассматриваемого метода магнитной кумуляции состоит в неизбежных потерях некоторой (чаще всего заметной) доли магнитного потока. Эти потери связаны со сжимаемостью вещества и происходят даже в случае неограниченной электропроводности материала в проводящем состоянии. Механизм такого рода потерь проще всего понять на модели пористого вещества с начальной плотностью ρ_0 , которое приобретает электропроводность при сжатии до плотности ρ . При этом магнитный поток, пронизывающий первоначально непроводящую крупинку вещества, после фазового перехода остается вмороженным в материал крупинки, а в область, заполненную пескожатым и непроводящим веществом, вытесняется лишь та часть потока, которая первоначально находилась в порах между крупинками вещества. Если обозначить изменение площади, занятой собственно частицами вещества, через dS_c и учесть, что при сжатии эта величина отрицательна, а также предположить размеры индивидуальных частиц перед фронтом УВ достаточно малыми для установления равновесия между полем в порах и частицах, то уравнение потерь потока из области сжатия может быть записано в виде

$$(1.1) \quad d\Phi = B dS_c.$$

Используя уравнение сохранения потока массы па УВ

$$(1.2) \quad \rho_0 dS = \rho dS_c,$$

перепишем (1.1) для однородного поля:

$$(1.3) \quad d\Phi = \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\Phi}{S} dS.$$