

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ГРЮНАЙЗЕНА ДЛЯ РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРЫ ВДОЛЬ ИЗОЭНТРОПЫ ПРОСТЫХ ВЕЩЕСТВ

А. М. Молодец

Институт проблем химической физики РАН, 142432 Черноголовка
molodets@icp.ac.ru

Предложена новая явная аналитическая формула для расчета изменения температуры простых твердых тел и жидкостей вдоль изоэнтропы. На примере расчета изоэнтроп разгрузки ударно-сжатого алмаза из жидкой и твердой фаз, а также твердых молибдена и золота показана оптимальность предложенной формулы.

ВВЕДЕНИЕ

В физике ударного сжатия широкое распространение получили предложенные в [1, 2] соотношения для расчета изменения температуры твердых тел и жидкостей (T_S) при изменении объема (V) вдоль изоэнтропы. Для изоэнтропы, проходящей через некоторую точку (T_h, V_h) состояния материала, который подчиняется уравнению состояния Ми — Грюнайзена, зависимость $T_S(V)$ приобретает вид

$$T_S = T_h \exp \left(- \int_{V_h}^V \frac{\gamma}{V} dV \right), \quad (1)$$

где для простых веществ $\gamma = \gamma(V)$ — зависящий только от объема коэффициент Грюнайзена.

Несмотря на простоту формулы (1), ее использование на практике сопряжено с определенными трудностями. Дело в том, что, как отмечается в [3], уравнение (1) весьма чувствительно к конкретному виду зависимости $\gamma(V)$. Поэтому подстановка в (1) простой, но не точной с физической точки зрения формулы, например $\gamma(V) = \gamma_0 V/V_0$ [4], заведомо привносит некоторую ошибку. Попытки усовершенствования этой зависимости приводят, как правило, к усложнению вида формулы и появлению нескольких подгоночных констант. Эти обстоятельства затрудняют использование (1), поскольку предполагают предварительное нахождение подгоночных констант в зависимости $\gamma(V)$, что само по себе представляет нетривиальную задачу (см., например, [5]).

Необходимо также отметить, что в области больших сжатий и температур проявля-

ется зависимость коэффициента Грюнайзена не только от объема, но и от температуры (см. [6]). Это также требует дополнительного анализа зависимости $T_S(V)$.

Таким образом, отыскание математически простой, свободной от подгоночных констант и в то же время физически точной формулы для зависимости температуры вдоль изоэнтропы не потеряло своей актуальности. В данной работе для решения этой задачи предлагается использовать функцию Грюнайзена в форме [7], которая хорошо зарекомендовала себя при описании термодинамических свойств ряда простых твердых тел и жидкостей — алмаза [7], его расплава [8], твердого йодистого цезия [9], расплавов ряда металлов [10], а также различных модификаций олова [11].

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Рассмотрим тепловые свойства простых веществ, связанные только с колебаниями составляющих их атомов. Будем считать, что в уравнении состояния Ми — Грюнайзена

$$p_t = H E_t / V, \quad (2)$$

в котором тепловое давление p_t выражается через плотность тепловой энергии E_t/V , коэффициент пропорциональности $H = H(V, T)$ есть функция Грюнайзена, зависящая как от объема, так и от температуры. При этом, как обычно, тепловое давление $p_t = p - p_x$ — это разность между давлением $p = p(V, T)$ и потенциальным давлением $p_x = p_x(V)$, а тепловая энергия $E_t = E - E_x$ — разность между внутренней энергией $E = E(V, T)$ и потенциальной энергией $E_x = E_x(V)$.

Воспользуемся известным термодинамическим соотношением $(\partial T/\partial V)_S = -T(\partial S/\partial V)_T/c_V$ (см., например, [12]), которое производную температуры по объему при постоянной энтропии выражает через температуру, теплоемкость при постоянном объеме (c_V) и производную энтропии (S) по объему при постоянной температуре. Заменяем в этом соотношении производную $(\partial S/\partial V)_T$ равной ей производной давления по температуре при постоянном объеме $(\partial p/\partial T)_V$. В результате получим

$$\left(\frac{\partial \ln T}{\partial V}\right)_S = -\frac{1}{c_V}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V. \quad (3)$$

Подставляя в (3) давление из (2) и интегрируя результат вдоль изоэнтропы, запишем

$$T_S(V) = T_h \exp\left(-\int_{V_h}^V \frac{H}{V}\left(1 + \frac{E_t}{c_V H}\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_V\right) dV\right).$$

Это выражение для T_S совпадает с (1) в том случае, когда H является функцией только объема. Если же H помимо объема зависит еще и от температуры, то следует принимать во внимание и второе слагаемое под интегралом в выражении для T_S .

Оценим роль этого слагаемого для высоких температур, превышающих характеристическую температуру θ . В этом случае $E_t \approx c_V T$ и, следовательно, второе слагаемое в скобках под интегралом оказывается равным $E_t(\partial H/\partial T)_V/c_V H \approx (T/H)(\partial H/\partial T)_V$. Поэтому выражение для T_S приобретает вид

$$T_S(V) = T_h \exp\left(-\int_{V_h}^V \frac{H}{V}\left(1 + \left(\frac{\partial \ln H}{\partial \ln T}\right)_V\right) dV\right), \quad (4)$$

из которого следует, что, вообще говоря, при вычислении температуры вдоль изоэнтропы следует учитывать температурную зависимость как функции Грюнайзена, так и ее логарифмической производной по температуре. Однако для какой-либо конкретной формулы $H(V, T)$ можно попытаться выделить область температур и объемов, где эти эффекты невелики. Определим эту область для выражения $H(V, T)$ из [7].

Согласно [7] зависимость $H(V, T)$ в области сжатий и повышенных температур выражается формулой

$$H = -\left(\frac{\partial \ln \theta}{\partial \ln V}\right)_T \left(1 - \left(\frac{\partial \ln \theta}{\partial \ln T}\right)_V\right)^{-1}, \quad (5)$$

где

$$\theta = \theta_0 \left(\frac{a - V/V_0}{a - 1}\right)^2 \left(\frac{V_0}{V}\right)^{2/3}. \quad (6)$$

Здесь V_0 — начальный объем материала в некотором начальном состоянии (p_0, T_0) , т. е. при начальном давлении p_0 и начальной температуре T_0 ; θ_0 — характеристическая температура Эйнштейна в точке (p_0, T_0) (в этом параграфе для определенности будем считать, что значения (p_0, T_0) соответствуют комнатным условиям). Зависимость от температуры T в (6), а следовательно, и в (5) определяется параметром ангармоничности [7], который при $T \geq \theta_0/2$ записывается в виде

$$a(T) = 1 + \frac{2}{\gamma_t c_p/c_V - 2/3} + 2\beta \frac{3R}{c_p} \left(T - \frac{\theta_0}{4}\right), \quad (7)$$

где γ_t — термодинамический параметр Грюнайзена, c_p — теплоемкость при постоянном давлении, β — объемный коэффициент теплового расширения, R — удельная газовая постоянная. Значения γ_t , c_p , c_V , β , входящие в (7), относятся к точке (p_0, T_0) .

Для целей настоящей работы выражение (7) можно упростить. Действительно, при $T > \theta_0$ в (7) можно пренебречь разницей между c_p и c_V и между c_p и $3R$. Пренебрежем также величиной $\theta_0/4$ по сравнению с T . Тогда (7) приобретает вид

$$a(T) \approx 1 + \frac{2}{\gamma_t - 2/3} + 2\beta T$$

или

$$a \approx a_0(1 + q_0 T), \quad (8)$$

где $a_0 = 1 + 2/(\gamma_t - 2/3)$, $q_0 = 2\beta/a_0$.

Заметим далее, что при нормальных условиях $\gamma_t \approx 3 \div 1$ (см. [6]), что дает $a_0 \approx 2 \div 10$ и соответственно $q_0 \approx (1 \div 10^{-1})\beta$. Эти оценки позволяют установить верхнюю границу температур $T_{\max} \approx (10\beta)^{-1}$, ниже которой второе слагаемое в скобках (8) оказывается величиной порядка десятых или сотых долей единицы. Таким образом, величина $T_{\max} \approx (10\beta)^{-1}$ указывает область температур, до которых значения a , а также θ и H слабо зависят от температуры. Как известно, для большинства материалов $\beta \approx (10^{-4} \div 10^{-5}) \text{ K}^{-1}$. Поэтому

для таких материалов $T_{\max} \approx (10^3 \div 10^4)$ К. Проведем дальнейшие выкладки, считая, что $\theta_0 < T < T_{\max}$.

После подстановки точного выражения (6) в (5) и выполнения операций дифференцирования функция H приобретает вид

$$H = \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{1 - aV_0/V} \right) / \left[1 + 2 \frac{da}{dT} \left(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a - V/V_0} \right) \right]. \quad (9)$$

Выражение (9) позволяет аналитически выразить логарифмическую производную H по температуре, входящую в (4), но при этом получаются громоздкие выражения. Вместе с тем, как отмечалось выше, производная H по температуре будет определяться производной da/dT , которая согласно (8) невелика: $2\beta \approx (10^{-4} \div 10^{-5}) \text{ К}^{-1}$. Поэтому можно надеяться, что при $T < T_{\max}$ приемлемые результаты получатся даже при полном пренебрежении в (9) зависимостью от температуры. Для этого в (8) следует пренебречь вторым слагаемым в правой части, т. е. принять $a = a_0$, и соответственно в (9) считать $a = a_0$ и $da/dT = 0$. В результате (9) принимает вид

$$H(V, T) \approx H(V) = \Gamma = \frac{2}{3} - \frac{2}{1 - a_0 V_0/V}. \quad (10)$$

Подстановка (10) в (4) и последующее интегрирование дают

$$T_S = T_h \left(\frac{a_0 - V/V_0}{a_0 - V_h/V_0} \right)^2 \left(\frac{V_h}{V} \right)^{2/3}. \quad (11)$$

Таким образом, соотношение (11) представляет искомое изменение температуры T_S при соответствующем изменении объема V вдоль изоэнтропы, проходящей через точку (T_h, V_h) . Как видно, соотношение (11) свободно от подгоночных параметров.

Подытожим условия применимости (11). Во-первых, в связи с тем, что подход [7], в рамках которого получена формула (6), ограничен областью сжатий $V \leq V_0$, область применимости (11) по объему определяется этим же условием. Во-вторых, соотношение (11) применимо при повышенных, но в то же время не слишком высоких температурах. Как указывалось выше, интервал температур для применения (11) к конкретному материалу приблизительно со-

ставляет $\theta_0 \leq T \leq (10\beta)^{-1}$. При этом значения θ_0 и β берутся при начальных условиях (V_0, p_0, T_0) .

Наконец, заметим, что, как указывалось выше, рассмотрение ограничено решеточной составляющей и, следовательно, электронная (или какая-либо другая) составляющая тепловых свойств не принималась во внимание. Однако, как отмечалось в [2], начиная с температур порядка 10000 К, например, электронная теплоемкость металлов становится сравнимой с решеточной. Поэтому в тех случаях, когда вклад электронов проводимости оказывается заметным, необходимо дополнительно корректировать величину T_{\max} , заведомо ограничив ее значениями 5000 \div 10000 К.

КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ПРИМЕРЫ

В рамках подхода [7, 8] был проведен расчет температур ударного сжатия и последующей изоэнтропической разгрузки твердого и жидкого алмаза с использованием точных уравнений состояния твердого и жидкого алмаза, представленных в [8]. Этот полный расчет термодинамики ударного сжатия алмаза, во-первых, определяет состояния (T_h, V_h) , необходимые для (11), и, во-вторых, позволяет на конкретном материале наглядно представить погрешности, связанные с приближенностью формулы (11) и одновременно с этим оценить порядок уточнения по сравнению с простейшим приближением.

Результаты расчетов приведены на рис. 1. Как видно, результаты вычислений по приближенной формуле (11) хорошо совпадают с точными расчетами температуры вдоль изоэнтропы жидкого (см. линии 2 и 3) и твердого алмаза (см. линии 4 и 5). Это свидетельствует о том, что погрешности, связанные с пренебрежением в $H(V, T)$ (9) зависимостью от температуры, несущественны в диапазоне $\theta_0 \leq T \leq (10\beta)^{-1}$, а формула (11) оказывается практически точным приближением (9).

Сравним теперь расчеты по формуле (11) и по формуле (1), в которой использована простейшая зависимость $\gamma = \gamma_0 V/V_0$, где $\gamma_0 = 0,941$ — коэффициент Грюнайзена алмаза в точке (T_0, V_0) . Расчеты по (1) с этим значением γ_0 показаны на рис. 1 линией 8. Хорошо известно, что формула $\gamma = \gamma_0 V/V_0$ дает заниженные значения γ по мере уменьшения V . В отличие от этого формула (10) верна не только при $V \approx (1,0 \div 0,5)V_0$ (см., например, [9], а

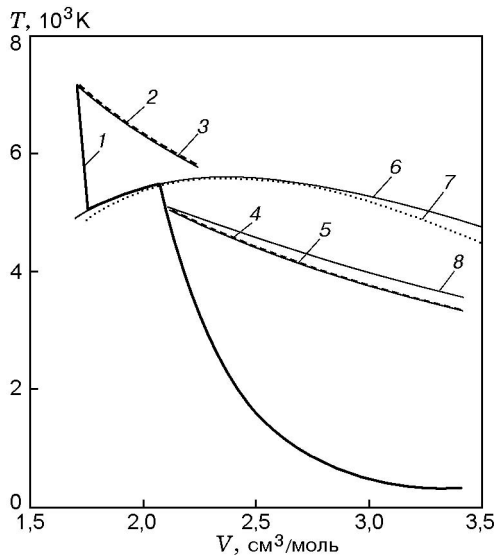


Рис. 1. Расчеты температур ударного сжатия и последующей изоэнтروпической разгрузки монолитного алмаза:

1 — ударная адиабата алмаза, пересекающая область смеси твердой и жидкой фаз, 2 и 4 — точный расчет изоэнтропической разгрузки соответственно жидкого и твердого алмаза, 3 и 5 — приближенный расчет изоэнтроп соответственно жидкого и твердого алмаза по формуле (11), 6 — изменение объема жидкого алмаза вдоль линии плавления, 7 — изменение объема твердого алмаза вдоль линии плавления, 8 — расчет изоэнтропы твердого алмаза по формуле (1) с использованием простейшей зависимости $\gamma(V) = \gamma_0 V/V_0$

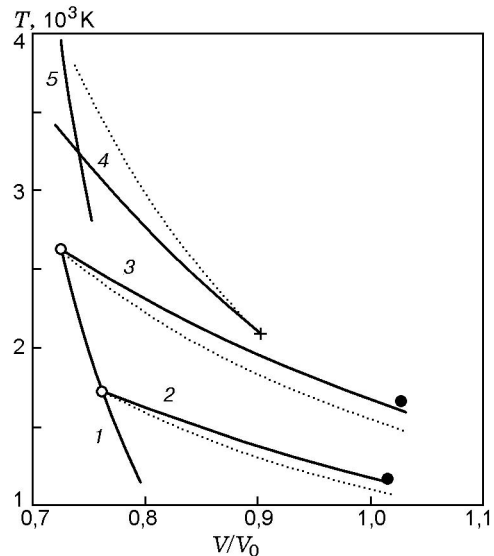


Рис. 2. Изоэнтропы разгрузки твердого молибдена и золота:

1 — ударная адиабата молибдена из [13]; 2, 3 — расчет изоэнтроп разгрузки молибдена по формуле (11); \circ — состояния на ударной адиабате из [13]; \bullet — состояния на изоэнтропах разгрузки молибдена при $p = 0$ из [13]; + — ориентировочное состояние золота после его изоэнтропической разгрузки в LiF от давления ударного сжатия 130 ГПа; 4 — изоэнтропа твердого золота, рассчитанная по (11); 5 — ударная адиабата золота из [13]; пунктирные линии — расчет соответствующих 2–4 изоэнтроп разгрузки по формуле (13) с подгоночными константами $\gamma_{0,s} = 1,59, B_s = 0,7, D_s = -0,22$ для твердого молибдена и $\gamma_{0,s} = 2,99, B_s = 0,75, D_s = -0,10$ для твердого золота из [15]

также рис. 3 для молибдена), но и имеет правильную асимптоту $2/3$ при сжатии. Поэтому расчеты по (11) будут заведомо точнее проведенных с использованием простейшего приближения $\gamma = \gamma_0 V/V_0$, особенно в области малых объемов. Как видно (см. рис. 1), зависимость 8 отличается от зависимости 5, полученной по формуле (11). В области объемов V_0 отмеченное различие по температуре достигает $\approx +6\%$. Это значение дает порядок меры уточнения расчетов температуры вдоль изоэнтропы по предложенной в данной статье формуле (11).

Сравним на примере другого материала (молибдена) расчеты по предлагаемым формулам с вычислениями температур на изоэнтропах по точным уравнениям состояния других авторов.

На рис. 2 показана ударная адиабата для молибдена (линия 1), взятая из работы [13], приведено по одной точке из [13] на каждой из двух изоэнтроп молибдена: $\{T_S = 1660 \text{ K}, V_S =$

$1,028V_0\}$ и $\{T_S = 1178 \text{ K}, V_S = 1,016V_0\}$, проходящих соответственно через точки $\{T_h = 2620 \text{ K}, V_h = 0,726V_0\}$ и $\{T_h = 1722 \text{ K}, V_h = 0,762V_0\}$. Эти результаты получены авторами [13] с использованием своего точного уравнения состояния этого металла. На этом же рисунке показаны рассчитанные по соотношению (11) изоэнтропы для молибдена (линии 2, 3), выходящие из соответствующих состояний (T_h, V_h) . При этом для удобства сравнения с [13] для вычисления $a_0 = 1 + 2/(\gamma_t - 2/3)$ использовано значение $\gamma_t = \gamma(V_0) = 1,58$ из [13], которое согласуется со значением $\gamma_t = 1,60 \pm 0,08$ для молибдена, взятым из [14]. Как видно, линии 2, 3 практически (с точностью 3 %) проходят через точки (T_S, V_S) из [13].

Сравним только что полученные результаты с результатами, полученными по другим имеющимся в литературе формулам, и с экспериментом.

В последнее время широкое распространение получила эмпирическая формула

$$\gamma(V) = \frac{2}{3} + \frac{(\gamma_{0,s} - 2/3)(B_s^2 + D_s^2)}{B_s^2 + [\ln(V_0/V) + D_s]^2}, \quad (12)$$

где $\gamma_{0,s} = \gamma(V_0)$, а константы B_s и D_s подгоночные [5, 15]. Подстановка этого выражения в (1) и последующее интегрирование дают соответствующее изменение температуры $T_S = T_S(V)$ вдоль изоэнтропы:

$$T_S = T_h \left(\frac{V_h}{V} \right)^{2/3} \exp \left\{ \frac{(\gamma_{0,s} - 2/3)(B_s^2 + D_s^2)}{B_s} \times \right. \\ \left. \times \arctg \left[\frac{B_s \ln(V_h/V)}{B_s^2 + (\ln(V_0/V) + D_s)(\ln(V_0/V_h) + D_s)} \right] \right\}. \quad (13)$$

Как отмечалось во введении, использование подобных формул для конкретного вещества часто затруднено из-за отсутствия значений подгоночных констант. Однако для (12) и (13) они приведены в [15] для ряда металлов. На рис. 2 пунктирными линиями показаны изоэнтропы разгрузки, рассчитанные по (13) с константами $\gamma_{0,s} = 1,59$, $B_s = 0,7$, $D_s = -0,22$ для твердого молибдена, приведенными в [15]. Эти линии заметно отличаются от зависимостей 2, 3: в области $V \approx V_0$ для молибдена отличие достигает $\approx 10\%$.

Еще большие различия наблюдаются в расчетах для золота. На рис. 2 показаны расчеты изоэнтроп золота по формулам (11) (линия 4) и (13) с константами $\gamma_{0,s} = 2,99$, $B_s = 0,75$, $D_s = -0,10$ для твердого золота, взятыми из [15] (пунктирная линия) (для удобства сравнения с [15] для вычисления $a_0 = 1 + 2/(\gamma_t - 2/3)$ в (11) для золота использовано значение $\gamma_t = \gamma_{0,s} = 2,99$, которое согласуется со значением $\gamma_t = 3,04 \pm 0,04$ для золота из [14]). Обе линии проведены через точку $\{T_h = 2100 \text{ К}, V_h = 0,9V_0\}$. Выбор данной точки обусловлен тем, что она примерно соответствует состоянию золота после его разгрузки во фтористый литий от состояния ударного сжатия $\approx 130 \text{ ГПа}$ ($0,74V_0$) до давления $\approx 43 \text{ ГПа}$. Продолжение изоэнтропы 4 до пересечения с ударной адиабатой золота 5 (см. рис. 2) иллюстрирует типичную ситуацию при расчете температур ударного сжатия образца в оконной методике по экспериментально измеренной температуре на границе образец — оконный материал (см., например, [16]). Как видно, в этой гипотетической, но близкой к реальности ситуации расчет по (11)

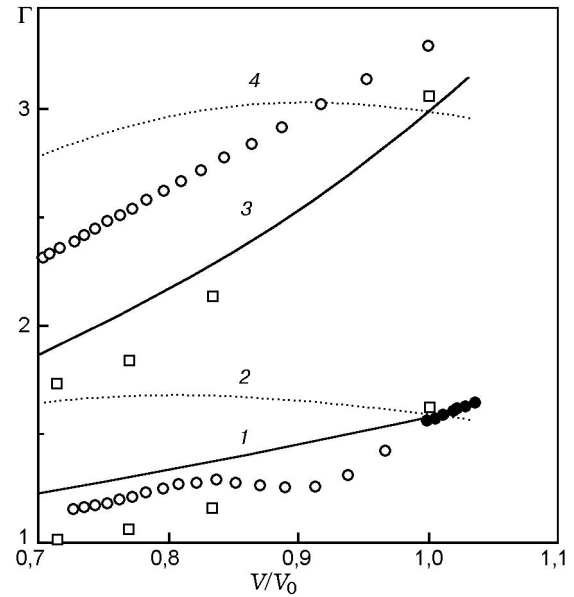


Рис. 3. Зависимость коэффициента Грюнайзена от объема для твердого молибдена и золота:

1 — расчет для молибдена по формуле (10); 2 — расчет по формуле (12) с подгоночными константами для твердого молибдена из [15]; 3 — расчет для золота по формуле (10); 4 — расчет по формуле (12) с подгоночными константами для твердого золота из [15]; \circ — данные для молибдена ($\Gamma < 1,7$) и золота ($\Gamma > 1,7$) [13]; \bullet — данные для молибдена [17]; \square — данные для молибдена ($\Gamma < 1,7$) и золота ($\Gamma > 1,7$) [18]

дает $T_S(0,74V_0) \approx 3380 \text{ К}$, а по формуле (13) — $T_S(0,74V_0) \approx 4180 \text{ К}$, т. е. на 15 % больше. Представляется, однако, что на рис. 2 как в случае молибдена, так и в случае золота предпочтение следует отдавать расчетам по формуле (11), поскольку отправная для (11) формула (10) лучше согласуется с экспериментом и результатами других авторов, чем соответственно (12) и (13) с константами из [15].

Действительно, на рис. 3 представлены значения $\gamma(V)$ для твердого молибдена из табл. 41 монографии [17] вблизи V_0 . Здесь же показаны зависимости $\gamma(V)$ из [13] и из [18]. На рис. 3 приведен также расчет по формуле (10) (линия 1) и по формуле (12) с константами из [15] (линия 2). Как видно, зависимость 1 лучше согласуется с данными [13, 17, 18], чем кривая 2. Так, при $V \approx V_0$ линия 1 имеет положительный наклон, который близок к наклону $\gamma(V)$ из [17], что свидетельствует о правильности формулы (10) и в области небольших растяжений ($V \approx 1,03V_0$). В отличие от

этого при $V > 0,95V_0$ линия 2, в противоречие с [13, 17], имеет отрицательную производную. При $V \approx 0,7V_0$ максимальное отличие расчетов по (10) от данных [13, 18] лежит в пределах 15 %, в то время как отличие линии 2 от данных [13, 18] достигает 50 %.

Сопоставление аналогичных данных для золота, приведенных на рис. 3, приводит, по существу, к таким же выводам и для этого металла, что в целом свидетельствует в пользу формулы (11).

Таким образом, применение формулы (11), предложенной для расчета температуры вдоль изоэнтропы простых веществ, подтверждается сравнением с расчетами по точным уравнениям состояния для различных материалов и согласованием расчета зависимости коэффициента Грюнайзена от объема по отправной формуле (10) с литературными данными. Формула (11) оказывается оптимальной среди имеющихся аналогов в области сжатия и температуры $\theta_0 \leq T \leq (10\beta)^{-1}$.

ЛИТЕРАТУРА

- Walsh J. M., Christian R. H. Equation of state of metals from shock wave measurements // Phys. Rev. 1955. V. 97, N 6. P. 1544–1556.
- Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
- High-Pressure Shock Compression of Solids / J. R. Asay, M. Shahinpoor (Eds). New York: Springer-Verlag, 1993.
- McQueen R. G., Marsh S. P., Taylor J. W. et al. Equation of state of solids from shock wave measurements // High-Velocity Impact Phenomena / R. Kinslow (Ed.). New York and London: Academic Press, 1970. (Русский перевод: Мак-Куин Р., Марш С., Тейлор Дж., Фритц Дж., Картер У. Уравнения состояния твердых тел по результатам исследования ударных волн // Высокоскоростные ударные явления / Под ред. В. Н. Николаевского. М.: Мир, 1973.)
- Альтшулер Л. В., Бушман А. В., Жерноклотов М. В. и др. Изэнтропы разгрузки и уравнения состояния металлов при высоких плотностях энергии // ЖЭТФ. 1980. Т. 78, вып. 2. С. 741–760.
- Жарков В. Н., Трубицын В. П. Физика планетных недр. М.: Наука, 1980.
- Молодец А. М. Изохорно-изотермический потенциал алмаза // Физика горения и взрыва. 1998. Т. 34, № 4. С. 94–101.
- Молодец А. М., Молодец М. А., Набатов С. С. Изохорно-изотермический потенциал жидкого алмаза // Физика горения и взрыва. 1999. Т. 35, № 2. С. 81–87.
- Молодец А. М. Изохорно-изотермический потенциал и термодинамика ударного сжатия твердых тел // Хим. физика. 1997. Т. 16, № 9. С. 132–141.
- Молодец А. М., Молодец М. А., Набатов С. С. Изохорно-изотермический потенциал расплавленных металлов // Теплофизика высоких температур. 1998. Т. 36, № 6. С. 914–920.
- Молодец А. М., Набатов С. С. Термодинамические потенциалы, диаграмма состояний и фазовые переходы олова при его ударном сжатии // Теплофизика высоких температур. 2000. Т. 38, № 5. С. 741–747.
- Сивухин Д. В. Общий курс физики. М.: Наука, 1975. Т. II.
- McQueen R. G., Marsh S. P. Equation of state of 19 metals from shock wave measurements up to 2 Mbars // J. Appl. Phys. 1960. V. 31, N 7. P. 1253. (Русский перевод: Мак-Куин Р., Марш С. Уравнения состояния девятнадцати металлических элементов по ударно-волновым измерениям до 2 Мбар // Динамические исследования твердых тел при высоких давлениях / Под ред. В. Н. Жаркова. М.: Мир, 1973.)
- Gschneider K. A. Physical properties and interrelationships of metallic and semimetallic elements // Solid State Phys. 1964. V. 16. P. 275–446.
- Ломоносов И. В. Фазовые диаграммы и термодинамические свойства металлов при высоких давлениях и температурах. Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М., 1999.
- Гоголя М. Ф., Бражников М. А. Температуры продуктов детонации конденсированных взрывчатых веществ. 1. Твердые ВВ // Хим. физика. 1994. Т. 10, № 1. С. 52–63.
- Теплофизические свойства молибдена и его сплавов: Справочник / В. Э. Пелецкий, В. Я. Чеховской, Л. Н. Латышев, Л. Р. Фокин, Е. Н. Шестаков, К. И. Кугель, Т. Ю. Лисовская, А. З. Жук / Под ред. А. Е. Шейндлина. М.: Металлургия, 1990.
- Альтшулер Л. В., Брусникин С. Е., Кузьменков Е. А. Изотермы и функции Грюнайзена 25 металлов // ПМТФ. 1987. № 1. С. 134–146.

Поступила в редакцию 24/XII 1999 г.,
в окончательном варианте — 11/I 2001 г.