

О ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ШНУРОВЫХ ЗАРЯДОВ ВВ

В. М. Кузнецов, Э. Б. Поляк, Е. Н. Шер
(*Новосибирск*)

В постановке, предложенной М. А. Лаврентьевым, исследуется задача о взаимодействии шнуроных зарядов ВВ. Рассмотрены случаи двух сосредоточенных и бесконечного числа равномерно распределенных поверхностных зарядов. Показано, что при взаимодействии площадь воронки выброса уменьшается.

В 40—50-х гг. на Украине под руководством М. А. Лаврентьева впервые начали успешно применяться для различного вида земляных работ заряды ВВ, имевшие сильно удлиненную форму и называемые шнуровыми зарядами. Большую часть этих работ, а именно: рытье колодцев, прокладку осушительных каналов, проводили в то время Н. М. Сытый.

Чтобы при помощи ВВ построить в грунте траншею с большим отношением длины к ширине или, например, создать ударную волну, имеющую на значительном расстоянии цилиндрический фронт и большую длительность, брали большое количество сосредоточенных зарядов, соединяли их детонирующим шнуром или в каждый из зарядов вставляли капсюль, после чего производился подрыв.

М. А. Лаврентьев и Н. М. Сытый предложили проделать в грунте (если речь идет о траншее) узкую канавку, в которую уложить заряд ВВ без разрыва и произвести подрыв при помощи одного детонатора. В настоящее время шнуровые заряды получили чрезвычайно широкое распространение.

Для теоретической оценки эффекта подземного взрыва часто используется приближенный метод расчета динамических полей напряжений и скоростей, основанный на модели идеальной несжимаемой жидкости. М. А. Лаврентьевым [1] в рамках этой модели решена задача о формировании и действии струи кумулятивного заряда. При этом рассматривалось установившееся течение жидкости. В работе [2] использована модель идеальной несжимаемой жидкости для расчета размера воронки при подземном взрыве на выброс, применена импульсная постановка задачи и введена дополнительная прочностная характеристика грунта — критическая скорость. Идеи М. А. Лаврентьева в дальнейшем были развиты в работах о форме воронки выброса [3—5], о принципах абсолютно направленного взрыва [6—7], о разрушающем действии взрыва [8, 9] и принципе равномерного дробления горных пород [10].

При решении задач о взрыве обычно используется импульсная постановка задач гидродинамики [11]. Пусть имеется область D с границей Γ , заполненная идеальной несжимаемой жидкостью. В точках границы задано давление $p(Q, t)$, $Q \in \Gamma$, действующее в течение малого промежутка времени τ . Требуется определить в области D поле давлений $p(M, t)$ и скоростей $v(M, t)$, $M \in D$. Для решения этой задачи введем импульс давления

$$(0.1) \quad P(M) = \int_0^\tau p(M, t) dt.$$

Согласно работе [11], при условии кратковременности действия давления $p(Q, t)$ $\vec{v} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P(M)$.

Из условия несжимаемости $\operatorname{div} \vec{v} = 0$ следует, что импульс давления $P(M)$ удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta P = 0$. Таким образом, необходимо решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа при граничном условии (0.1). Давление и скорости, рассчитанные по этой схеме, не зависят от времени, что соответствует представлению о кратковременности процес-

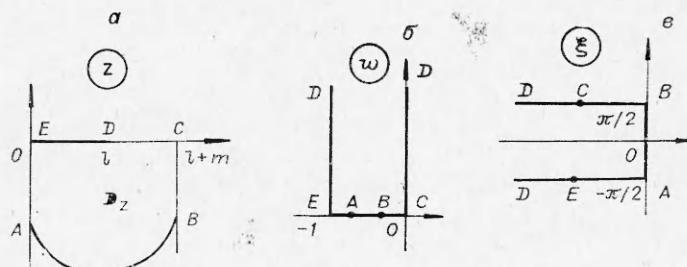
са установления полей давления и скоростей на начальном этапе движения, возникающего при взрыве.

С физической точки зрения создание начального поля скоростей есть результат распространения, отражения и взаимодействия волны напряжений в среде, окружающей ВВ. Поэтому для уточнения схемы идеальной несжимаемой жидкости желательно установить ее связь с точными решениями задач распространения волны в сжимаемой среде.

В акустическом приближении показано [12, 13], что модель идеальной несжимаемой жидкости «можно интерпретировать как некоторую интегральную асимптотику при $t \rightarrow \infty$ задачи о сжимаемой среде». Имеется две разновидности этой модели. В одной из моделей (жидкостной) [2] грунт рассматривается как идеальная несжимаемая жидкость во всей занимаемой им области. В другой (твердо-жидкостной) грунт описывается уравнениями идеальной несжимаемой жидкости только в некоторой области вблизи заряда. Вне этой области грунт ведет себя как абсолютно жесткое тело, а граница, отделяющая жидкость, является твердой стенкой, которая находится из условия равенства модуля скорости на ней критической величине c_* .

В качестве примера рассматриваются две задачи в твердо-жидкостной модели о взаимодействии зарядов ВВ между собой. С практической точки зрения они представляют определенный интерес, поскольку взрывание систем зарядов встречается довольно часто. В то же время неясно, к чему приводит взаимодействие зарядов: как изменяются размеры области выброса.

1. Задача о взаимодействии бесконечной системы плоских поверхностных зарядов. Пусть область D представляет собой нижнюю полуплоскость, на поверхности $y=0$ расположены бесконечный ряд плоских зарядов длиной $2l$ на расстоянии $2m$ друг от друга. Действие каждого заряда определяется импульсным давлением P , так что на каждом из отрезков задано значение потенциала $\varphi = -\varphi_0 = -\frac{P}{\rho}$.



Фиг. 1

В силу симметрии ограничимся рассмотрением области, образованной двумя вертикальными прямыми, проходящими через середину одного из зарядов и середину расстояния между ними. Введем безразмерные переменные $w = \frac{w}{\varphi_0}$, $z = \frac{zc_*}{\varphi_0}$ (в дальнейшем индексы над буквами опускаются). Область течения в физической плоскости показана на фиг. 1, а. На отрезке CD (свободная граница) $\varphi=0$. Неизвестная граница AB является участком линии тока $EABC$, на которой функция тока $\varphi=0$. Кроме того, на границе AB модуль скорости постоянен и равен 1. По этим данным следует найти аналитическую функцию $w(z)=\varphi+i\psi$, являющуюся комплексным потенциалом течения, а также определить линию AB .

В плоскости комплексного потенциала область течения представляется полуполосой (фиг. 1, б).

Введем функцию $\xi = \ln \frac{dz}{dw}$. В плоскости ξ область течения также представляется полуполосой (фиг. 1, в). Задача сводится к конформному отображению полуполос, представленных на фиг. 1, б, в, с указанным соответствием точек, которое получается при помощи промежуточного отображения на полуплоскость и имеет вид

$$(1.1) \quad \cos \pi w = \frac{e - c - 2i \operatorname{sh} \xi}{e + c},$$

где c, e — параметры задачи,

$$c = \frac{1}{2} \left(v + \frac{1}{v} \right), \quad e = \frac{1}{2} \left(u + \frac{1}{u} \right)$$

(v — скорость в точке C ; u — скорость в точке E). Из (1.1) получим обыкновенное дифференциальное уравнение

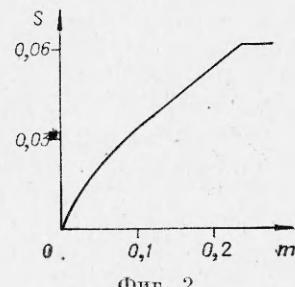
$$\begin{aligned} \frac{2}{e+c} \frac{dz}{dw} &= i \left[\cos \pi w - \frac{e-c}{e+c} \right] + \sqrt{(b - \cos \pi w)(a + \cos \pi w)}, \\ b &= \frac{2+e-c}{e+c}, \quad a = \frac{2-e+c}{e+c}, \end{aligned}$$

интегрирование которого даст искомое решение. Интегралы по отрезкам ED и DC отражают связь параметров c, e с исходными данными l, m , а вдоль кривой AB — форму границы воронки. На фиг. 1, а показана форма воронки выброса при $l \approx 0,1$, $m \approx 0,095$. При $c=1$ ($v=1$, точки B и C совпадают) заряды не взаимодействуют, и найденное решение совпадает с полученным в работе [3].

При $e=1$ ($u=1$) совпадают точки E и A , и на выброс будет работать только некоторая, зависящая от величины параметра c часть заряда. Интересно отметить, что если обратить течение (т. е. считать, что зарядом является отрезок DC , а AD — свободная поверхность), то наше решение снова совпадает с полученным в работе [3].

Для оценки эффективности работы системы зарядов была вычислена площадь воронок выброса S при различных расстояниях между зарядами при $l=0,1$ (при $m > 0,244$ заряды не взаимодействуют). Эта зависимость показана на фиг. 2: взаимодействие зарядов, рассмотренное в данной постановке, уменьшает площадь воронки. Особенность рассмотренной задачи в том, что при $m \rightarrow 0$ вся система зарядов сводится к одному бесконечно длинному заряду и никакого выброса вообще не происходит. Иначе получается, если вместо бесконечной системы взять два заряда, в этом случае при их полном сближении воронка выброса не исчезает.

Рассмотрим взаимодействие двух сосредоточенных поверхностных зарядов, действие которых в гидродинамической модели описывается диполями с моментом M . Величина M для поверхностного заряда определяется формулой $M = \varphi l$, где φ — значение потенциала, возникающего на линии заряда; l — длина заряда. Учитывая пропорциональность φ толщине зарядов, получаем M пропорциональным энергии заряда. Из теории размерности известно, что характерный размер воронки от такого заря-

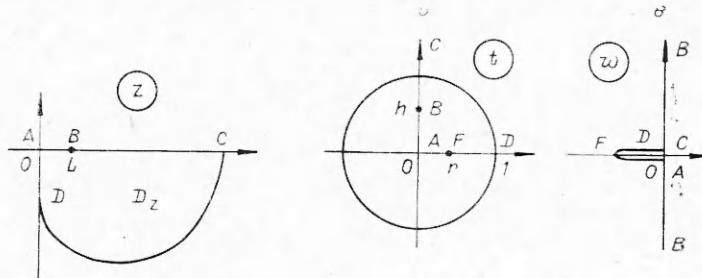


Фиг. 2

да пропорционален $\sqrt{M/c_*}$, а площадь — пропорциональна энергии ВВ. Следовательно, при слиянии двух поверхностных зарядов площадь воронки равна суммарной площади невзаимодействующих зарядов.

Чтобы определить влияние взаимодействия в промежуточных случаях, рассмотрим задачу подробнее.

2. Взрыв двух поверхностных зарядов. Общий вид течения изображен на фиг. 3, а. В силу симметрии задачи ограничимся правой полуплоскостью. Заряд, помещенный в точку $B(x=L, y=0)$, будем считать диполем



Фиг. 3

с моментом M . В области D_z требуется найти комплексный потенциал течения $w(z) = \varphi + i\psi$ и неизвестную часть границы DC по следующим граничным условиям: на свободной поверхности AC $\varphi = 0$; на $A\bar{D}C$ $\psi = 0$ ($A\bar{D}$ — линия тока в силу симметрии); на неизвестной части DC $|dw/dz| = c_*$. Введем безразмерные величины

$$\bar{w} = \frac{w}{\sqrt{Mc_*}}, \quad \bar{z} = z \sqrt{\frac{c_*}{M}}.$$

Тогда на DC $|d\bar{w}/d\bar{z}| = 1$, а в окрестности точки B $\bar{w} \approx \frac{i}{z - \bar{L}}$. В дальнейшем черточки над безразмерными величинами опустим.

Для решения воспользуемся методом особенностей [14, 15]. Введем параметрическую комплексную переменную t и сопоставим область течения D_z и четверть единичного круга ADC плоскости t с соответствием точек $t_A = 0$, $t_D = 1$, $t_C = i$ (фиг. 3, б). При этом точке B соответствует точка $t_B = ih$ (h определяется в ходе решения задачи). В плоскости w область течения показана на фиг. 3, в. Построим функцию $w(t)$. В окрестности точки $B(t=ih)$ $-\infty < \psi < \infty$, т. е. имеется течение с бесконечным расходом. При обходе этой точки в плоскостях t и w аргумент меняется на одну и ту же величину. Следовательно, у функции $w(t)$ этой точке соответствует полюс первого порядка. При $t = 0$ и $t = i$ (точки A и C) $w(t)$ имеет нули первого порядка (в этих точках нет нарушения конформности и $dw/dt \neq 0$). В точках $F(t=r)$ и $D(t=1)$ конформность нарушается, следовательно, $dw/dt = 0$. Поскольку на ADC $\psi = 0$, а на ABC $\varphi = 0$, то по принципу симметрии функцию w можно продолжить на всю комплексную плоскость, отметив у нее полюса в точках $t = +ih$, $\pm \frac{i}{h}$ и нули в точках $t = 0$, $t = \pm i$. За отсутствием других особых точек она является дробно-рациональной и имеет вид

$$(2.4) \quad w = -A \frac{i(t^2 + i)}{(t^2 + h^2)(1 + t^2h^2)},$$

где A — действительная константа.

Непосредственным вычислением найдем, что

$$(2.2) \quad \frac{dw}{dt} = \frac{Ah^2}{r^2} \frac{(1-t^2)(t^2-r^2)(1-t^2r^2)}{(t^2+h^2)^2(1+t^2h^2)^2},$$

где

$$r + \frac{1}{r} = \frac{1}{h} - h$$

или

$$(2.3) \quad r = \frac{\frac{1}{h} - h - \sqrt{\left(\frac{1}{h} - h\right)^2 - 4}}{2},$$

при $h < h_1 = \sqrt{2} - 1$ r — действительное число; $0 < r < 1$. При $h = h_1$ $r = 1$ и при дальнейшем увеличении $h > h_1$

$$r = \frac{\frac{1}{h} - h + i\sqrt{4 - \left(\frac{1}{h} - h\right)^2}}{2},$$

r — комплексное число, причем $|r| = 1$. Соответственно при $h > h_1$ на фиг. 3, б точка F переходит на дугу CD , а на фиг. 3, в точка D переходит на нижний берег разреза FA .

Вычислим теперь функцию $dw/dz = \omega(t)$. В точке $t = r$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dz} \frac{dz}{dt} = 0.$$

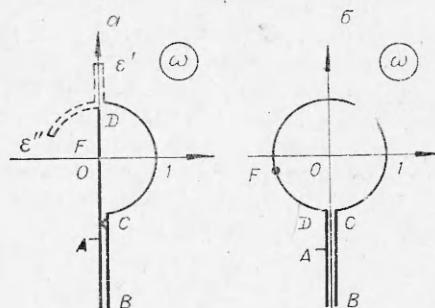
Если r — действительное число, то $dz/dt \neq 0$, так как на отрезке AD нет нарушения конформности при отображении $z \rightarrow t$ и, следовательно, $dw/dz = 0$. Если же r — комплексное, то $|dw/dt| = 1$ и $dz/dt = 0$. Поэтому рассмотрим каждый случай в отдельности.

1) $h < h_1$, r — действительное число.

В этом случае областью течения в плоскости ω является внешность единичного полукруга и разреза вдоль мнимой полуоси (фиг. 4, а). При обходе точки B в плоскости t аргумент меняется на π , а при обходе в плоскости ω — на 2π , поэтому в точке $B(t = ih)$ функция ω имеет полюс второго порядка. В точке $F(t = r)$ функция ω имеет нуль первого порядка. Отрезку прямой AFD в плоскости t соответствует отрезок прямой в плоскости ω , поэтому по принципу симметрии функцию ω можно продолжить через AFD и аналогично через ABC и установить, что она имеет полюс второго порядка в точке $t = -ih$ и нуль первого порядка в точке $t = -r$. Теперь функция ω определена в единичном круге и при $|t| = 1$ $|\omega| = 1$. По принципу симметрии ее можно продолжить на всю комплексную плоскость с помощью инверсии. Следовательно, она имеет нули второго порядка в точках $\pm i/h$ и полюса в точках $\pm 1/r$. Непосредственной проверкой убеждаемся, что функция

$$(2.4) \quad \omega = i \frac{(1+t^2h^2)^2(t^2-r^2)}{(t^2+h^2)^2(1-t^2r^2)}$$

является искомой.



Фиг. 4

Заметим, что в зависимости от величины h область течения в плоскости ω имеет вырез $D\mathcal{E}'F$ или $C\mathcal{E}''D$. При малых h это — вырез $D\mathcal{E}'F$, который уменьшается с увеличением h и исчезает при $h = h_2$. Далее возникает вырез $C\mathcal{E}''D$ и при $h \rightarrow h_1$ ($r \rightarrow 1$) аргумент точки \mathcal{E}'' стремится к значению $3\pi/2$, происходит качественное изменение области течения (фиг. 4, б). В точке \mathcal{E}' (или \mathcal{E}'') нарушается конформность отображения и функция $d\omega/dt$ имеет нуль первого порядка. При $h = h_2$ (вырезов нет) нарушение конформности происходит в точке D . В этом случае $d\omega/dt$ имеет нуль второго порядка, так как функция $\omega(t)$ имеет в этой точке разложение $\omega(t) - i \approx (t-1)^3$. Найдем значение h_2 и точки $t_{\mathcal{E}'}$ и $t_{\mathcal{E}''}$. Решение уравнения $d\omega/dt = 0$ сводится к решению биквадратного уравнения

где

$$i^4 - 2bt^2 + 1 = 0,$$

$$b = \frac{\left(\frac{1}{h} + h\right)\left(\frac{1}{r^2} + r^2\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{h^2} + h^2\right)\left(\frac{1}{r} - r\right)}{\frac{1}{r} - r + 2\left(\frac{1}{h} + h\right)}.$$

Искомое решение имеет вид

$$t_{\mathcal{E}} = \sqrt{b - \sqrt{b^2 - 1}}.$$

Исходя из того, что $h < \sqrt{r} - 1$, доказывается, что $b > 0$, следовательно, в зависимости от условия $b > 1$ или $b < 1$ осуществляется течение с точкой \mathcal{E}' или \mathcal{E}'' . Решая уравнение $b = 1$, находим, что h_2 есть решение уравнения

$$\frac{1}{r} - r = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{h} + h\right)$$

и, следовательно, $h_2 = \frac{\sqrt{8} - \sqrt{5}}{\sqrt{3}} \approx 0,342$. Таким образом, при $0 < h < h_2$ $t_{\mathcal{E}} = t_{\mathcal{E}'}$ — действительная величина, $t_{\mathcal{E}} = t_{\mathcal{E}'}, \in FD$; при $h_2 < h < h_1$ $t_{\mathcal{E}} = t_{\mathcal{E}''}$ — комплексная величина, $i_{\mathcal{E}} = t_{\mathcal{E}''} = e^{i\theta}, \in DC$, где $0 < \theta < \pi/2$. Наличие выреза \mathcal{E}' означает, что на отрезке FD модуль скорости растет от нуля до некоторой величины, большей единицы (точка \mathcal{E}'), потом уменьшается до точки D (см. фиг. 4, а). Вырез \mathcal{E}'' означает, что аргумент скорости, равный $-\pi/2$ в точке D , не растет монотонно до значения $\pi/2$ в точке C , а сначала уменьшается до значения в точке \mathcal{E}'' , вследствие чего течение частично переходит на второй лист Римановой поверхности.

Для определения формы воронки выброса из (2.2), (2.4) получаем дифференциальное уравнение

$$(2.5) \quad i \frac{dz}{dt} = \frac{Ah^2}{r^2} \frac{(1-t^2)(1-t^2r^2)^2}{(1+t^2h^2)^4}.$$

Теперь определяем величину A . В окрестности точки $t = ih$ из (2.5) получаем

$$i(z-L) \approx \frac{Ah^2}{r^2} \frac{(1+h^2)(1+h^2r^2)^2}{(1-h^4)^4} (t - ih),$$

а из (2.1) —

$$w \approx -A \frac{1}{2(1+h^2)} \frac{1}{t - ih}.$$

Отсюда следует, что

$$w \approx \frac{A^2h^2}{2r^2} \frac{(1+h^2r^2)^2}{(1-h^4)^4} \frac{i}{z-L}.$$

Учитывая, что в окрестности точки B $w \approx \frac{i}{z-L}$, получаем

$$A = \frac{\sqrt{2}r(1-h^4)^2}{h(1+h^2r^2)}$$

и из (2.5) находим

$$(2.6) \quad i \frac{dz}{dt} = \frac{\sqrt{2}h(1-h^4)^2}{r(1+h^2r^2)} \frac{(1-t^2)(1-t^2r^2)^2}{(1+t^2h^2)^4}.$$

Проинтегрировав это выражение при $z=0$, $t=0$, получим

$$\begin{aligned} iz \frac{\sqrt{2}r(1+h^2r^2)}{(1-h^4)^2} &= \frac{1}{3} \left[1 + \frac{1+2r^2}{h^2} + \frac{r^4+2r^2}{h^4} + \frac{r^4}{h^6} \right] \frac{th}{(1+t^2h^2)^3} + \\ &+ \frac{1}{12} \left[5 - \frac{1+2r^2}{h^2} - 7 \frac{r^4+2r^2}{h^4} - 13 \frac{r^4}{h^6} \right] \frac{th}{(1+t^2h^2)^2} + \frac{1}{8} \left[5 - \frac{1+2r^2}{h^2} + \right. \\ &\left. + \frac{r^4+2r^2}{h^4} + 11 \frac{r^4}{h^6} \right] \frac{th}{1+t^2h^2} - \frac{i}{16} \left[5 - \frac{1+2r^2}{h^2} + \frac{r^4+2r^2}{h^4} - 5 \frac{r^4}{h^6} \right] \ln \frac{1+ith}{1-ith}, \end{aligned}$$

где r и h связаны соотношением (2.3). При $t=ih$ получим связь между исходной величиной L и параметром h . График этой зависимости показан на фиг. 5 при $h < h_1$. При $t=e^{i\theta}$ ($0 < \theta < \pi/2$) получим формулу воронки выброса. На фиг. 3, а показана воронка при $h=h_2$, $L=L_2 \approx 0,3564$.

2) $h > h_1$, r — комплексное число. В этом случае областью течения в плоскости ω является внешность единичного круга и разреза вдоль мнимой полуоси (см. фиг. 4, б). Функция ω имеет полюс второго порядка в точке B и нигде в области течения в нуль не обращается. Продолжив по принципу симметрии функцию ω на всю комплексную плоскость, найдем

$$(2.7) \quad \omega = i \frac{(1+t^2h^2)^2}{(t^2+h^2)^2}.$$

Используя (2.2), получим дифференциальное уравнение для определения формы воронки выброса

$$i \frac{dz}{dt} = - \frac{h^2}{r^2} \frac{(1-t^2)(t^2-r^2)(1-t^2r^2)}{(1+t^2h^2)^4}.$$

При $t=r$ $dz/dt \approx (t-r)$, а потому в этой точке нарушается конформность и $z-z_r \approx (t-r)^2$. В плоскости t при обходе точки F аргумент меняется на π . Следовательно, в плоскости z при обходе аргумент будет меняться на 2π . С помощью описанного ранее способа найдем, что

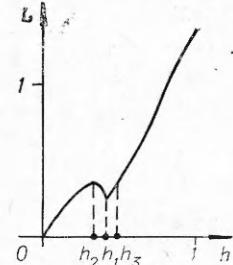
$$A = \frac{(1-h^4)(1+h^2)}{h},$$

и, используя соотношение (2.3), получим

$$(2.8) \quad i \frac{dz}{dt} = h(1-h^4)(1+h^2) \frac{(1-t^2) \left[t^4 + 1 - t^2 \left[\left(\frac{1}{h} - h \right)^2 - 2 \right] \right]}{(1+t^2h^2)^4}.$$

Интегрирование этого уравнения дает

$$(2.9) \quad iz = \frac{(1-h^4)^3}{3h^6} \frac{th}{(1+t^2h^2)^3} - \frac{(1-h^4)^2(5+h^4)}{6h^6} \frac{th}{(1+t^2h^2)^2} + \\ + \frac{(1-h^4)(1+h^2)(3-h^2+h^4+h^6)}{4h^6} \frac{th}{1+t^2h^2} + i \frac{(1+h^2)^2(1-h^4)^2}{8h^6} \ln \frac{1+ith}{1-ith}.$$



Фиг. 5

При $t = ih$ получаем связь между величиной L и параметром h :

$$L = \frac{4}{3} + \frac{\left(\frac{1}{h} - h\right)^2 \left[\left(\frac{1}{h} + h\right)^2 + 2\right]}{4} - \frac{\left(\frac{1}{h} - h\right)^2 \left(\frac{1}{h} + h\right)^4}{8} \ln \frac{1+h^2}{1-h^2},$$

график которой показан на фиг. 5 при $h > h_1$. Подставив $t=i$, получим выражение для определения ширины воронки выброса

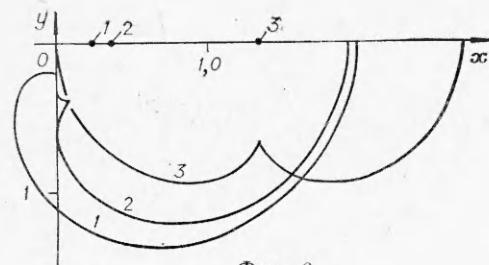
$$x_0 = \frac{(1+h^2)^3}{4h^5} \left[1 - \frac{2}{3} h^2 + h^4 - \frac{(1-h^2)^2(1+h^2)}{2h} \ln \frac{1+h}{1-h} \right].$$

При $h=h_1$ уравнение (2.6) совпадает с уравнением (2.8) и аргумент комплексной скорости в точке D скачком меняется от $\pi/2$ до $3\pi/2$ (см. фиг. 4, а, б), а воронка выброса имеет вид, как на фиг. 6 (кривая 1). Видно, что часть области течения находится на втором листе Римановой поверхности. Дальнейшее увеличение h приводит к тому, что точка $F(t=r)$ в плоскости ω (см. фиг. 4, б) движется по окружности и аргумент комплексной скорости в этой точке непрерывно меняется от $3\pi/2$ до $\pi/2$. При этом направление скорости меняется от $-3\pi/2$ до $-\pi/2$, часть области течения, находящаяся на втором листе Римановой поверхности, уменьшается, и, начиная с $h=h_3$, все течение умещается на одном листе (см. фиг. 6, кривая 2).

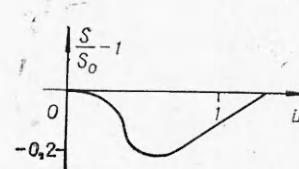
При $h \rightarrow 1$ взаимодействие диполей уменьшается и в пределе в правой полуплоскости получается воронка, соответствующая одиночному диполю (см. фиг. 6, кривая 3). Величина h_3 определяется из условия, что точка, в которой скорость направлена вертикально вниз, находится на минимум оси, т. е. h_3 является решением системы уравнений

$$\begin{cases} \operatorname{Re} \omega = 0, \\ x = 0, \end{cases}$$

где ω и x определяются зависимостями (2.7), (2.9) при $t=e^{i\theta}$, $\arg(r) < \theta < \pi/2$ (дуга FC). Численное решение системы дает значение $h_3 \approx 0,4933$.



Фиг. 6



Фиг. 7

Вернемся к фиг. 5. Из решения задачи следует, что при $h \leq h_2$ и $h \geq h_3$ существует однолистное решение, а при $h_2 < h < h_3$ — двулистное. При $L_1 \leq L \leq L_2$ ($L_1 \approx 0,243$, $L_2 \approx 0,3564$) исходной величине L соответствуют три значения параметра, т. е. в данном интервале задача имеет три решения. Следовательно, каждому значению L можно сопоставить однолистное решение. Причем при $L_3 \leq L \leq L_2$ ($L_3 \approx 0,3516$) существует два однолистных решения.

Следует отметить, что при $0 \leq h \leq h_3$ можно построить еще одно решение, всюду однолистное, но обладающее застойной зоной [5]*. Для этого надо считать мнимую ось твердой стенкой. При $h = h_3$ воронка касается этой стенки и дальнейшее уменьшение h приводит к образованию прямолинейного вертикального участка границы воронки, на котором скорость течения сначала увеличивается до какой-то (определяющейся в ходе решения задачи) величины V_1 , а затем опять уменьшается до единицы. Область течения в плоскости w не меняется. В плоскости ω при $h < h_3$ возникает вырез в положительном направлении мнимой оси до значения $V_1 (V_1 > 1)$. Внутри области течения в физической плоскости образуется застойная зона, исчезающая при $h \rightarrow 0$.

С помощью полученного решения были посчитаны площади воронок выброса в зависимости от расстояния между зарядами (S_0 — площадь воронки при $L=0$) (фиг. 7). Рассматривались только однолистные решения. Из графика видно, что и в этом случае взаимодействие зарядов не увеличивает площадь воронок. Максимальная эффективность работы зарядов получается, когда они не взаимодействуют и слиты воедино.

Поступила 11 V 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаврентьев М. А. Кумулятивный заряд и принципы его действия.— УМН, 1957, т. XII, вып. 4.
2. Власов О. Е. Основы теории действия взрыва. М., Изд-во Военно-инженерной академии, 1957.
3. Кузнецов В. М. О форме воронки выброса при взрыве на поверхности грунта.— ПМТФ, 1960, № 3.
4. Мартынюк П. А. О форме воронки выброса при взрыве в грунте шнурового заряда.— В кн.: Народнохозяйственное использование взрыва. Новосибирск, 1965, № 30.
5. Кузнецов В. М., Поляк Э. Б. Импульсно-гидродинамические схемы расчета взрыва на выброс шнуровых зарядов ВВ.— ФТПРПИ, 1972, № 4.
6. Лаврентьев М. А., Кузнецов В. М., Шер. Е. П. О направленном метании грунта при помощи ВВ.— ПМТФ, 1960, № 4.
7. Кузнецов В. М., Шер Е. Н. Масштабный эффект и влияние прочности при направленном взрыве.— ПМТФ, 1963, № 3.
8. Власов О. Е. Смирнов Ю. А. Основы расчета дробления горных пород взрывом. М., Изд-во АН СССР, 1962.
9. Кузнецов В. М. Гидродинамический расчет взрыва на выброс удлиненных зарядов ВВ.— ФТПРПИ, 1974, № 3.
10. Кузнецов В. М. Шер Е. Н. О принципе равномерного дробления горных пород взрывом.— ПМТФ, 1975, № 3.
11. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1, М., Физматгиз, 1963.
12. Зволинский Н. В. Гидродинамическая теория действия взрыва и схема несжимаемости.— ПММ, 1972, № 4.
13. Зволинский Н. В., Подьяпольский Г. С., Флитман Л. М. Теоретические аспекты задачи о взрыве в грунте.— «Изв. АН СССР. Физика земли», 1973, № 1.
14. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэrodинамики. М., «Наука», 1966.
15. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. М., Физматгиз, 1961.

* Решение такого рода получено Ильинским Н. Б., Лабуткиным А. Г., Салимовым Р. Б. в задаче о взрыве симметричного поверхностного заряда переменной толщины (частное сообщение).