

8. Сахаров В. Н., Колесников-Свинарев В. И., Казаренко В. А., Забидаров С. И. Распределение на местности грунта, выбрасываемого при подземных взрывах.— «Докл. АН СССР», 1959, т. 124, № 12.
9. Шемякин Е. И. Расширение газовой полости в несжимаемой упругопластической среде.— ПМТФ, 1961, № 5.
10. Кнох J. B., Terhune R. W. Calculation of explosion produced craters—high explosive sources.— «J. Geophys. Res.», 1965, vol. 70, N 10.
11. Коротков П. Ф., Лобанов В. С. Расчет взрыва гексогена в алюминии.— ПМТФ, 1973, № 4.
12. Курант Р., Фридрихс К., Леви Г. О разностных уравнениях математической физики.— «Усп. мат. наук», 1940, вып. VIII, с. 125—160.
13. Ридтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. М., «Мир», 1972.
41. Teves H. A. Results of the schooner excavation experiment.— In: Symposium on Engineering with Nuclear Explosives. Las Vegas, 1970.

УДК 624.131.43+539.21.084

ВОПРОСЫ ПОДОБИЯ И ДИСПЕРСИИ ВОЛН В ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ СРЕДАХ

Г. М. Ляхов, К. С. Султанов

(Москва)

Изучение плоских волн в вязких средах проведено в работах [1—7]. Решение задачи о распространении волны, создаваемой нестационарной ударной нагрузкой в вязкоупругой среде, получено с помощью ЭВМ в работе [6], а вязкопластической — в работах [1, 7]. В последнем случае введены различные уравнения, определяющие поведение среды при нагрузке и разгрузке, что приводит к образованию остаточных деформаций.

В основу решений [1, 7] было положено конечно-разностное представление уравнений движения в переменных Лагранжа и последовательности дифференциальных уравнений, определяющих поведение среды. Применялась методика «сквозного счета» с псевдовязкостью. Введение псевдовязкости вызывает замену ударных фронтов областями непрерывного изменения параметров, что приводит к дополнительным трудностям при определении закономерностей размытия скачка и дисперсии волн.

Ниже методом характеристик получено решение задачи о распространении плоской волны, создаваемой нестационарной ударной нагрузкой в линейной вязкопластической среде, соответствующей модели [1]. Из расчетов следует, что объемная вязкость приводит к дисперсии волн и несоблюдению условия подобия. Увеличение на порядок длительности волны меняет скорость распространения максимума напряжения и сами напряжения лишь на несколько процентов. Максимальные значения деформации и скорости частиц меняются в большей мере, чем напряжение.

Показано, что в среде в общем случае возникает двухволновая конфигурация. Впереди движется предвестник со скачком на фронте. В окрестности начального сечения за скачком следует уменьшение, затем — непрерывное нарастание напряжения до второго максимума, а потом его убывание. На достаточном удалении за скачком происходит непрерывное нарастание напряжения до максимума, а затем — его уменьшение. На еще больших расстояниях амплитуда скачка практически равна нулю, напряжение нарастает и убывает непрерывно. Модель [1] предназначена для описания свойств грунтов и горных пород и некоторых других твердых сред.

1. Постановка задачи, метод решения. Воспользуемся моделью линейной вязкопластической среды [1], в соответствии с которой в среде существуют динамическая $\sigma = E_D \varepsilon_1$ (при $\varepsilon \rightarrow \infty$) и статическая $\sigma = E_S \varepsilon$ (при $\varepsilon \rightarrow 0$) диаграммы сжатия. Разгрузка происходит по другим уравне-

ниям, чем нагрузка, что приводит к образованию остаточных деформаций и отражает пластические свойства среды.

Деформация элемента среды имеет вид

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2,$$

где ε_1 связана с мгновенным (динамическим) сжатием материала, а ε_2 — с переукладкой зерен, протекающей в течение конечного времени. При уменьшении нагрузки ε_1 меняется по закону

$$\sigma - \sigma_m = E_R(\varepsilon_1 - \varepsilon_m), \quad \varepsilon_m = \sigma_m / E_D, \quad E_R > E_D.$$

Деформация ε_2 принимается необратимой. Поведение среды при этих предположениях определяется уравнениями:

а) при ударном нагружении

$$(1) \quad \varepsilon = \varepsilon_1 = \sigma / E_D;$$

б) при непрерывном возрастании напряжения

$$(2) \quad \begin{aligned} \dot{\varepsilon} + \mu \varepsilon &= \dot{\sigma} / E_D + \mu \sigma / E_S; \\ \mu &= E_D E_S / (E_D - E_S) \eta; \end{aligned}$$

в) при убывании напряжения, но с возрастанием ε_2

$$(3) \quad \dot{\varepsilon} + \mu \varepsilon = \dot{\sigma} / E_R + \mu \sigma (E_S^{-1} - E_D^{-1} - E_R^{-1}) + \mu \sigma_m (E_D^{-1} - E_R^{-1});$$

г) при убывании напряжения и $\varepsilon_2 = \text{const}$

$$(4) \quad E_R \dot{\varepsilon} = \dot{\sigma},$$

где E_D — динамический модуль сжатия; E_S — статический модуль сжатия; E_R — модуль разгрузки; η — коэффициент вязкости; μ — параметр вязкости.

Воспользуемся переменными Лагранжа (h — масса, t — время). Нагрузку в начальном сечении $h=0$, создающую волну (первое граничное условие), представим выражениями

$$(5) \quad \sigma = \sigma_m(1 - t/\theta), \quad 0 \leq t \leq \theta, \quad \sigma = 0, \quad t \geq \theta.$$

Примем $\gamma = E_D / E_S$, $\beta = E_D / E_R$; акустическое (волновое) сопротивление (импеданс) среды $A = \sqrt{E_D \rho_0} = c_0 \rho_0$, где ρ_0 — начальная плотность среды; c_0 — скорость звука продольной волны. Запишем уравнение линии фронта в плоскости h, t

$$h = At.$$

Тогда второе граничное условие (на фронте волны, где вязкие свойства не проявляются) можно представить выражением

$$(6) \quad \sigma = -Au \text{ при } h = At.$$

Перейдем к безразмерным переменным

$$\tau = \mu t; \quad x = \mu h / A; \quad \sigma^0 = \sigma / \sigma_m; \quad u^0 = u / u_m; \quad \varepsilon^0 = \varepsilon / \varepsilon_m; \quad u_m = -\sigma_m A; \\ \varepsilon_m = \sigma_m / E_D.$$

Основные уравнения движения в этих переменных имеют вид

$$\frac{\partial u^0}{\partial \tau} + \frac{\partial \sigma^0}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial u^0}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon^0}{\partial \tau} = 0,$$

а уравнения (1) — (4) $\sigma^0 = \varepsilon^0$; $\dot{\varepsilon}^0 + \varepsilon^0 = \dot{\sigma}^0 + \gamma\sigma^0$;

$$\dot{\varepsilon}^0 + \varepsilon^0 = \beta\dot{\sigma}^0 + \sigma^0(\gamma + \beta - 1) + \sigma_{\max}^0(1 - \beta); \dot{\varepsilon}^0 = \beta\dot{\sigma}^0,$$

где σ_{\max}^0 — максимальное безразмерное напряжение в частице среды. Тогда граничное условие (5) ($x=0$) запишем как $\sigma^0 = 1 - \tau/\mu\theta$, $0 \leq \tau \leq \lambda$; $\sigma^0 = 0$, $\tau \geq \mu\theta$, а (6) ($x=\tau$)

$$\sigma^0 = u^0.$$

Система уравнений — гиперболическая. Характеристические соотношения в плоскости x, τ имеют вид

$$\begin{aligned} d\sigma^0 \pm du^0 &= (\varepsilon^0 - \gamma\sigma^0)d\tau \text{ при } dx/d\tau = \pm 1; \\ d\sigma^0 - d\varepsilon^0 &= (\varepsilon^0 - \gamma\sigma^0)d\tau \text{ при } dx/d\tau = 0 \end{aligned}$$

в области, где $\dot{\sigma} > 0$, $\dot{\varepsilon}_2 > 0$, что соответствует условию $d\sigma^0/d\tau > 0$, $d\sigma^0/d\tau < d\varepsilon^0/d\tau$;

$$d\sigma^0 \pm \frac{du^0}{\sqrt{\beta}} = \frac{1}{\beta} [\varepsilon^0 - (\gamma + \beta - 1)\sigma^0 - (1 - \beta)\sigma_m^0] d\tau$$

при $dx/d\tau = \pm \beta^{-1/2}$,

$$d\sigma^0 - \frac{1}{\beta} d\varepsilon^0 = \frac{1}{\beta} [\varepsilon^0 - (\gamma + \beta - 1)\sigma^0 - (1 - \beta)\sigma_m^0] d\tau$$

при $dx/d\tau = 0$ в области, где $\dot{\sigma} < 0$, $\dot{\varepsilon}_2 > 0$, что соответствует условию $d\sigma^0/d\tau < 0$, $d\sigma^0/d\tau < \beta d\varepsilon^0/d\tau$;

$$\begin{aligned} \sqrt{\beta}d\sigma^0 \pm du^0 &= 0 \text{ при } dx/d\tau = \pm 1/\sqrt{\beta}; \\ \beta d\sigma^0 - d\varepsilon^0 &= 0 \text{ при } dx/d\tau = 0 \end{aligned}$$

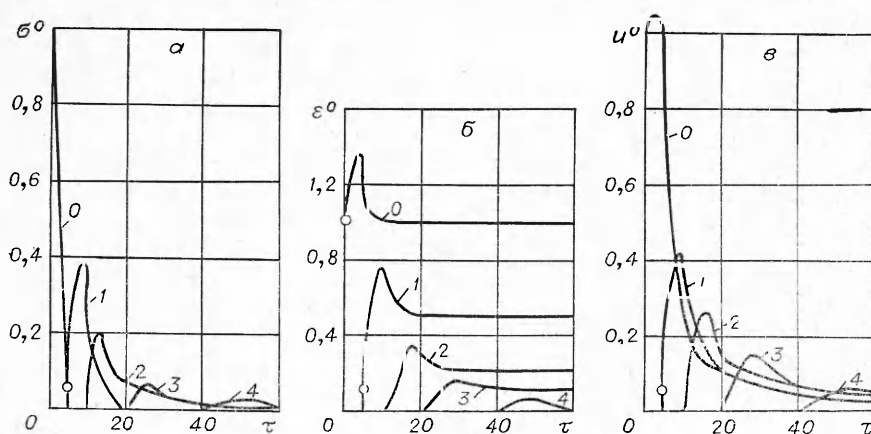
в области, где $\dot{\sigma} < 0$, $\dot{\varepsilon}_2 = 0$, что соответствует условию $d\sigma^0/d\tau < 0$, $d\sigma^0/d\tau = \beta d\varepsilon^0/d\tau$.

2. Результаты решения и их анализ. На ЭВМ «Одра» были просчитаны шесть вариантов. Во всех случаях принято $\gamma = 2$, $\beta = 0,5$. Значения $\mu\theta$ даны в таблице.

Результаты расчета параметров волны в фиксированных точках среды для $\mu\theta = 5$ представлены на фиг. 1 (a — напряжение, b — деформация, v — скорость частиц). Рассматриваются расстояния, достаточно удаленные от начала координат. Кривые 0—4 изображают расстояния x от начального сечения, равные 0; 5; 10; 20; 40 соответственно. На всех расстояниях впереди движется предвестник, на фронте которого все параметры меняются скачком. Величина скачка не зависит от значения $\mu\theta$. Она быстро убывает с расстоянием. Кружками отмечены параметры на предвестнике, достигаемые скачком. При $x=5$ величина скачка равна 0,079, а при $x=10$ — только 0,0063. В вязкоупругой среде, где нагрузка и разгрузка среды происходят по одному и тому же уравнению, при $\gamma=2$ и $\beta=1$ значения скачка на тех же расстояниях соответственно

Номера вариантов	1	2	3	4	5	6
Значение $\mu\theta$	50000	500	50	10	5	2,5

равны 0,082 и 0,007 [6]. За скачком происходит непрерывное возрастание параметров до максимума, а затем их убывание. С удалением от начально-



Фиг. 1

го сечения максимальные значения всех параметров убывают.

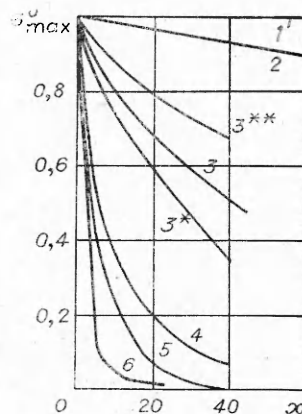
Расчеты показывают, что с увеличением $\mu\theta$ интенсивность угасания волны с расстоянием уменьшается, а время достижения максимума растет. При $\mu\theta=50\ 000$ волна близка к стационарной, на рассмотренных расстояниях максимальные значения параметров практически не меняются, время достижения максимума наибольшее. При $\mu\theta=0,5$ волна остается ударной и размывание отсутствует [6].

В начальном сечении и вблизи от него достигает максимума сначала напряжение, затем деформация и скорость частиц. С удалением от начального сечения моменты достижения максимума всех параметров сближаются и на достаточном удалении практически одинаковы. Деформация с течением времени стремится к постоянному (остаточному) значению, величина которого зависит от расстояния и величины $\mu\theta$.

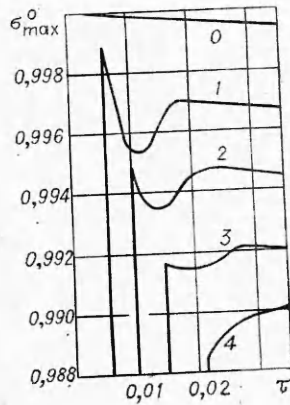
На фиг. 2 приведены графики зависимости максимального напряжения от расстояния при разных значениях $\mu\theta$. Нумерация кривых здесь и далее соответствует номерам вариантов, приведенных в таблице. Кривые 3^* и 3^{**} , построенные по данным работы [7], получены при $\mu\theta=5$, $\beta=0,5$ и γ , равным соответственно 4 и 1,1. С возрастанием γ увеличивается различие между диаграммами динамического и статического сжатия. Это приводит к возрастанию потерь энергии в волне и ее более быстрому угасанию с расстоянием. Кривая 3^{**} лежит поэтому выше, а 3^* ниже кривой 3.

Расчеты показывают, что с расстоянием интенсивность угасания максимального значения деформации (ϵ_{\max}^0), как и напряжения, существенно зависит от $\mu\theta$.

При $\mu\theta=50\ 000$ максимальная деформация практически равна предельной, достигаемой на диаграмме статического сжатия, а остаточная деформация соответствует разгрузке от статической диаграммы сжатия: $\epsilon_m^0 \sim 1,99$, $\epsilon_{\text{ост}}^0 \sim 1,50$. С уменьшением $\mu\theta$ максимальная и остаточная деформации убывают. При $\mu\theta=5$ они на достаточном удалении примерно на два порядка меньше, чем при $\mu\theta=50\ 000$.



Фиг. 2



Фиг. 3

Рассмотрим более подробно изменение напряжения в фиксированных точках среды вблизи начального сечения. В области между фронтом волны (предвестником) и начальным сечением решение определяется непрерывно дифференцируемыми функциями. При $x=0$ и в некоторой окрестности начального сечения за скачком $d\sigma^0/d\tau < 0$. На фиг. 3 приведены значения $\sigma^0(\tau)$ в окрестности начального сечения при $\mu\theta=50$ (вариант 3). Кривые 0—4 соответствуют расстояниям x , равным 0; 0,007; 0,01; 0,015 и 0,02 соответственно. Из графиков видно, что в случае волны, создаваемой ударной нестационарной нагрузкой, вблизи начального сечения имеются два максимума. При распространении волны первый максимум быстро сглаживается, т. е. область, где $d\sigma^0/d\tau < 0$, исчезает. Но уже при $x=0,18$ за скачком на фронте

предвестника следует дальнейшее непрерывное нарастание напряжения. В начальном сечении в это время напряжение уменьшается лишь до 0,9997. Кривые $\sigma^0(\tau)$ (см. фиг. 1, а) относятся к сравнительно большим расстояниям, где первый максимум у волны уже отсутствует.

Из расчетов следует, что скорость распространения максимума напряжения D_m на некотором участке возрастает с увеличением расстояния. При этом она стремится к пределу, зависящему от величины $\mu\theta$. При малых $\mu\theta$ предельная скорость $D_m \sim 1$, т. е. соответствует скорости предвестника, определяемой диаграммой динамического сжатия. С увеличением $\mu\theta$ предельное значение D_m убывает. При $\mu\theta=5; 50; 500; 50\,000$ D_m соответственно равна 0,9; 0,7; 0,6; 0,5.

Скорость распространения максимума напряжения при малых x больше, чем скорость максимума деформации и максимума скорости частиц. С возрастанием $\mu\theta$ значения этих скоростей сближаются. При $\mu\theta=50$ и $x > 10$ скорости практически совпадают.

3. Дисперсия волн в вязких средах и отклонения параметров от условия подобия. Приведенные выше результаты расчета показывают, что вязкие свойства приводят к дисперсии: с увеличением длительности волны скорость распространения максимума возмущения убывает. При $\mu=1000 \text{ с}^{-1}$, что соответствует грунтам средней плотности, при возрастании длительности нагрузки θ , создающей волну, от 0,005 до 0,05 с скорость максимума уменьшается примерно в 1,3 раза, а при изменении θ от 0,05 до 0,5 с — в 1,1 раза.

Естественный разброс в свойствах одного и того же грунта приводит, как показывают опыты [1], к изменению скорости D_m в 1,3—1,5 раза. Поэтому для наблюдения дисперсии необходимо менять время действия волны на полтора-два порядка. При меньших интервалах значений θ обнаружить дисперсию практически невозможно, что и показывают результаты экспериментов.

Проведем сопоставление параметров волн в линейных пластических и вязкопластических средах. Воспользуемся моделью пластической среды, в которой нагрузка линейна $\sigma = E_D \varepsilon$, а разгрузка по прямым $\sigma = \sigma_m = E_R(\varepsilon - \varepsilon_m)$ (σ_m — максимальное напряжение, ε_m — максимальная деформация в частице). Эта модель является предельным случаем применяемой модели вязкопластической среды при $E_S \rightarrow E_D$ или $\mu \rightarrow 0$. Для такой среды получено [1] аналитическое решение задачи о распространении волны, создаваемой ударной нагрузкой, меняющейся в начальном сечении по уравнениям (5). Максимальные безразмерные зна-

чения напряжения, деформации и скорости частиц в переменных h , t определяются выражениями

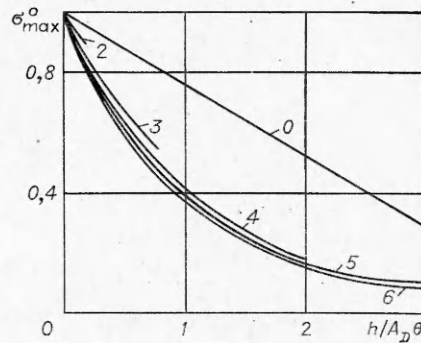
$$\sigma_{\max}^0 = \varepsilon_{\max}^0 = u_{\max}^0 = 1 - \frac{A_R - A_D}{2A_R^2} \frac{h}{A_D \theta};$$

$$\sigma_{\max}^0 = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_m}; \quad \varepsilon_{\max}^0 = \frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_m}; \quad u_{\max}^0 = \frac{u_{\max}}{u_m};$$

$$A_R = \sqrt{E_R \rho_0}; \quad \frac{h}{A_D \theta} \leq \frac{A_R}{A_R - A_D}; \quad A_D = \sqrt{E_D \rho_0}.$$

Максимальные значения всех трех величин совпадают и меняются по линейному закону с безразмерным расстоянием $h/A_D \theta$.

На фиг. 4 приведены графики зависимости максимального напряжения в волне от безразмерного расстояния $h/A_D \theta = x/\mu \theta$ при разных значениях $\mu \theta$ в вязкопластической (кривые 2—6 соответствуют 2—6 вариантам таблицы) и в пластической среде (кривая 0). Напряжение в вязкой среде меняется по нелинейному закону, на всех расстояниях оно меньше, чем в пластической среде. При различных значениях параметра $\mu \theta$ максимальные значения напряжения близки.



Фиг. 4

Расчеты показывают, что максимальные значения деформации и скорости частиц в вязкой среде с удалением от начального сечения меняются по нелинейному закону и на близких расстояниях превышают значения этих величин в пластической среде. С увеличением расстояния ε_{\max}^0 и u_{\max}^0 в вязкой среде убывают интенсивнее и на достаточном удалении становятся меньшими, чем в пластической среде. В отличие от напряжения они заметно меняются с изменением $\mu \theta$. Увеличение $\mu \theta$ на один-два порядка на соответствующих расстояниях на десятки процентов приводят к изменениям ε_{\max}^0 и u_{\max}^0 и к малым изменениям σ_{\max}^0 .

Деформация среды при прохождении волны происходит при переменной скорости деформации $\dot{\varepsilon}^0$. На расстояниях, где скачок отсутствует, $\dot{\varepsilon}^0$ сначала возрастает, достигает максимума, затем убывает. Поэтому участки диаграммы $\sigma(\varepsilon)$, соответствующие нарастанию напряжения, оказываются вогнутыми к оси деформаций даже тогда, когда диаграммы $\sigma = f(\varepsilon)$, соответствующие $\varepsilon \rightarrow \infty$ и $\varepsilon \rightarrow 0$, линейны или выпуклы к оси деформаций. После снятия нагрузки в среде сохраняются остаточные деформации, величина которых зависит от величины и длительности нагрузки, создающей волну.

4. Общий характер волн в вязкопластических и уругопластических средах. В вязкопластических средах, где диаграммы динамического ($\varepsilon \rightarrow \infty$) и статического ($\varepsilon \rightarrow 0$) сжатия линейны или выпуклы относительно оси деформаций, характер (профиль) волны существенно зависит от расстояния от начального сечения и от значения параметра $\mu \theta$. При действии нестационарной ударной нагрузки ударные фронты в общем случае существуют только в окрестности начального сечения. При этом возни-

кает двухволновая конфигурация. Вперед выдвигается предвестник со скачком на фронте — первый максимум. За скачком происходит сначала падение, а затем непрерывное нарастание напряжения до второго максимума. При распространении волны первый максимум быстро сглаживается: за скачком на фронте предвестника следует непрерывное нарастание напряжения до второго максимума. После этого с расстоянием происходит дальнейшее постепенное убывание величины скачка у предвестника до нуля. Максимальное напряжение в волне при этом убывает, но остается еще большим. Время нарастания напряжения до максимума увеличивается. Возникает непрерывная волна сжатия, которая иссякает постепенно по мере распространения.

В упругопластических средах, где диаграмма сжатия при малых напряжениях принимается вогнутой, а при больших — выпуклой относительно оси деформаций, при действии ударной нестационарной нагрузки также возникает двухволновая конфигурация [1, 8]. Впереди движется предвестник (упругая волна) со скачком на фронте. За ним следует область постоянного течения (плато), по которой распространяется вторая ударная волна, называемая пластической. Амплитуда пластической волны убывает с расстоянием, длительность области постоянного течения при этом растет. Амплитуда предвестника остается неизменной до иссякания пластической волны.

Опыты показывают, что картина распространения волн в грунтах и горных породах и некоторых других плотных средах точнее описывается моделью вязкопластической, а не упругопластической среды. В действительности скачок на фронте предвестника быстро уменьшается до нуля, когда максимальное напряжение в волне еще велико. Плато за фронтом предвестника отсутствует. Второй максимум размывается. Угасание волн в вязкой среде происходит быстрее, чем в пластической, что ближе к экспериментальным значениям.

Диаграммы сжатия с переменным знаком кривизны, принимаемые за основу в модели упругопластической среды, как показывает анализ опытов по динамическому сжатию образцов, получены при большой, но конечной скорости деформирования, т. е. не относятся к предельному случаю $\dot{\epsilon} \rightarrow \infty$. Кроме того, в процессе сжатия скорость деформации $\dot{\epsilon}$, по-видимому, не всегда поддерживалась постоянной. Учитывалось ее среднее значение. Если при сжатии в некотором интервале времени $\dot{\epsilon}$ убывает, то результирующая кривая $\sigma(\epsilon)$ оказывается вогнутой, а при возрастании $\dot{\epsilon}$ — выпуклой к оси деформаций, даже если динамическая диаграмма сжатия при $\dot{\epsilon} \rightarrow \infty$ линейна.

Таким образом, размывание волн с расстоянием [1, 6, 7] связано с вязкими свойствами твердых сред, а не с различным знаком кривизны диаграммы динамического сжатия при разных значениях напряжения.

В работе [9] отмечается, что диаграммы динамического сжатия грунтов и горных пород выпуклы относительно оси деформаций, а ударные волны существуют только в области высоких напряжений. Подобный характер изменения волн с расстоянием объясняется дилатансионными свойствами грунтов и горных пород в измельченном состоянии (дилатансия — изменение объема гранулированной среды при сдвиге).

Условия подобия при распространении волн соблюдаются в модели упругопластической и не соблюдаются в модели вязкопластической среды. Многочисленные опыты показывают, что условие подобия в грунтах и горных породах в первом приближении выполняется. Выводы о соблюдении подобия основаны на сопоставлении значений максимального нап-

ряжения в волне при разных значениях ее длительности на одинаковых безразмерных расстояниях. Проведенные выше расчеты показывают, что в одной и той же вязкой среде при разных значениях длительности нагрузки, создающей волну, на одинаковых безразмерных расстояниях $h/A_D \theta$ максимальные напряжения отличаются незначительно. Поэтому соблюдение условия подобия по напряжению не является веским аргументом в пользу модели упругопластической среды. Но решение волновых задач при учете вязких и пластических свойств сложно. Поэтому применение более простой модели упругопластической среды, позволяющее получить приближенную картину угасания волн, по-прежнему является целесообразным.

Поступила 8 IV 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Ляхов Г. М. Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. М., «Недра», 1974.
2. Malvern L. The propagation of longitudinal waves of plastic deformation in a bar of material exhibiting a strain — rate effect. — *J. Appl. Mech.*, 1951, vol. 18.
3. Sun C. T. Transient wave propagation in viscoelastic rods. — *Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech.*, 1970, vol. 37, N 4.
4. Achenbach J. D., Reddy D. P. Note on wave propagation in linearly viscoelastic media. — *Z. angew. Math. and Phys.*, 1967, Bd 18.
5. Суликину И., Мальверн Л. Е., Кристеску Н. Замечания по поводу «плато» в динамической теории пластичности. — Сб. перев. *Механика*, 1973, № 6.
6. Ляхов Г. М., Тропин И. Т. Плоские волны в грунтах и горных породах как вязкоупругих средах. — *Изв. АН СССР. МТТ*, 1973, № 3.
7. Ляхов Г. М., Пачепский Я. А. Об учете вязких и пластических свойств при решении волновых задач. — *ПМТФ*, 1973, № 2.
8. Григорян С. С. Об основных представлениях динамики грунтов. — *ПММ*, т. 24, вып. 6.
9. Родионов В. Н., Адушкин В. В., Костюченко В. Н., Николаевский В. Н., Ромашов А. Н., Цветков В. Н. Механический эффект подземного взрыва. М., «Недра», 1974.

УДК 534.222 &

ПРИБЛИЖЕННОЕ УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ КОНДЕНСИРОВАННЫХ ВЕЩЕСТВ

Г. А. Богачев
(Москва)

Приближенно построены функции, входящие в уравнение состояния твердых тел Ми — Грюнайзена. В работе [1] было предложено приближенное уравнение состояния твердых тел, ударные адиабаты которых подчиняются линейному соотношению между скоростью ударной волны D и массовой скоростью U , причем тангенс наклона ударной адиабаты равнялся 1,5. В данной работе с использованием безразмерных переменных, предложенных в [2], строится аппроксимационное уравнение состояния, свободное от указанного ограничения.

По найденному уравнению состояния выполнены расчеты ударного сжатия пористых металлов, в частности меди при значениях пористости, не отличающихся значительно от единицы.

1. Приближенное уравнение состояния твердых тел. В работе [1] приведено аналитическое выражение обобщенной ударной адиабаты Гюгоньо для материалов с линейной зависимостью между скоростью ударной волны и массовой скоростью вещества вида

$$(1.1) \quad D = a + bU,$$