

ОСАЖДЕНИЕ УНИПОЛЯРНО ЗАРЯЖЕННОГО АЭРОЗОЛЯ НА СИСТЕМЕ ЗАЗЕМЛЕННЫХ ПРОВОДНИКОВ

В. Ф. Дунский, К. А. Криштоф

(Москва)

Описывается приближенный способ расчета осаждения униполярно заряженного аэрозоля на единичном проводнике сферической или цилиндрической формы, расположенном на определенной высоте над заземленной плоской поверхностью в однородном электрическом поле, а также на системах заземленных проводников. Приведены результаты экспериментов.

Осаждение взвешенных униполярно заряженных частиц с зарядом q , подвижностью k и счетной концентрацией n_0 на заземленный проводник с поверхностной плотностью зарядов σ и напряженностью электрического поля у поверхности E_a определяется зависимостью

$$N = n_0 k q E_a$$

где N — количество частиц, осаждающихся на единице площади поверхности проводника за 1 сек; при этом сила тяжести и другие силы, действующие на частицу, предполагаются малыми в сравнении с электрической силой и не учитываются.

Средняя напряженность поля E_a у поверхности тела определяется его зарядом Q . Следовательно, задача сводится к определению зарядов каждого из проводников, образующих систему.

Заряд, индуцированный на проводящем заземленном шаре, внесенном в электрическое поле земли

$$Q_1 = 4\pi\epsilon_0\epsilon a E_0 H = K$$

где a — радиус шара, ϵ_0 — электрическая постоянная, ϵ — относительная диэлектрическая проницаемость среды, E_0 — напряженность невозмущенного поля, H — высота шара над землей.

Средняя напряженность поля у поверхности шара

$$E_1 = Q_1 / 4\pi\epsilon_0\epsilon a^2 = E_0 H / a \quad (1')$$

Учтем влияние зарядов, индуцированных на поверхности земли. Для этого воспользуемся методом изображений, т. е. заменим землю фиктивным равновеликим шаром, расположенным симметрично относительно поверхности земли и имеющим заряд той же величины, но противоположного знака. Согласно принципу суперпозиции, потенциал заземленного шара (в пренебрежении «смещением», т. е. при $a/H \ll 1$)

$$\varphi = E_0 H - \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon a} + \frac{Q_2}{8\pi\epsilon_0\epsilon H} = 0$$

Отсюда

$$Q_2 = K \left(1 - \frac{a}{2H} \right)^{-1} \quad (2)$$

Обратимся к случаю двух заземленных шаров на высоте H в пренебрежении смещениями, т. е. при $a/b \ll 1$, где b — расстояние между шарами. Вследствие симметрии индуцированные заряды обоих шаров равны. Условие равенства потенциала нулю на поверхности одного из них

$$\varphi = E_0 H - \frac{Q_3}{L} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{2H} + \frac{1}{b} - \frac{1}{\sqrt{b^2 + 4H^2}} \right) = 0 \quad (L = 4\pi\epsilon_0\epsilon)$$

Отсюда

$$Q_3 = K \left[\left(1 - \frac{a}{2H} \right) + \frac{a}{b} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 4H^2/b^2}} \right) \right]^{-1} \quad (3)$$

В случае $n > 2$ шаров их заряды неодинаковы, и вычисление их сводится к решению системы уравнений первой степени с числом уравнений, равным $1/2n$ или $1/2n + 1$. Численные решения получаются при помощи ЭВМ. Они показывают, что у шаров, расположенных ближе к середине ряда, заряды меньше, чем у крайних шаров, и что с увеличением n при прочих равных условиях заряды убывают.

Кроме случая $n = 2$, заряды всех шаров равны при $n = \infty$. Этот случай не только является предельным, но и представляет самостоятельный интерес: его можно рассматривать, например, как приближенную модель большого количества изделий на подвесном транспорте, медленно движущихся через зону электростатического окрашивания.

При $n = \infty$ условие равенства потенциала нулю на поверхности одного из шаров

$$\varphi = E_0 H - \frac{Q_4}{L} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{2H} + \frac{2}{b} - \frac{2}{\sqrt{b^2 + 4H^2}} + \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{2}{n^2 b^2} - \frac{2}{\sqrt{n^2 b^2 + 4H^2}} + \dots \right) = 0$$

Отсюда после соответствующих преобразований

$$Q_4 = K \left[\left(1 - \frac{a}{2H} \right) + \frac{2a\Gamma}{b} \right]^{-1}, \quad \Gamma = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{\sqrt{n^2 + c}} \right), \quad c = 4H^2/b^2 \quad (4)$$

При помощи интегрального признака сходимости можно оценить степень точности вычисления Γ при n членах ряда: остаток

$$R_n = \sum_{n+1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{\sqrt{n^2 + c}} \right)$$

удовлетворяет неравенству

$$\ln \frac{1 + \sqrt{1 + c/(n+1)^2}}{2} < R_n < \ln \frac{1 + \sqrt{1 + c/n^2}}{2}$$

Уравнения (3) и (4) определяют верхнее и нижнее предельные значения заряда шара. Численные расчеты показывают, что при конечном количестве шаров и прочих равных условиях заряд Q любого шара удовлетворяет неравенству $Q_3 > Q > Q_4$.

Это следует и непосредственно из формул типа (4): каждое увеличение количества шаров на два, т. е. прибавление двух пар симметричных и равных зарядов приводит к уменьшению заряда центрального шара, т. е. этот заряд монотонно стремится к пределу при $n \rightarrow \infty$. При условиях, принятых для экспериментов (см. ниже), $Q_3/Q_4 = 3.85$, т. е. диапазон значений Q при различных n относительно невелик и формулы (3) и (4) пригодны для приближенных оценок и для контроля численных расчетов.

Пользуясь тем же методом, можно получить аналогичные выражения для систем, состоящих из цилиндрических проводников бесконечной протяженности. Индуцированные заряды Q' относятся к единице длины цилиндрического проводника. Для одного цилиндрического проводника в однородном поле земли на высоте H с учетом зарядов, индуцированных на поверхности земли

$$Q_2' = \frac{K}{2a} \left(\ln \frac{2H}{a} \right)^{-1} \quad (5)$$

Для двух проводников

$$Q_3' = \frac{K}{2a} \left\{ \ln \left[\frac{2H}{a} \left(1 + \frac{4H^2}{b^2} \right)^{1/2} \right] \right\}^{-1} \quad (6)$$

Для бесконечно большого количества проводников (которые можно рассматривать, например, как модель рядовой сельскохозяйственной культуры)

$$Q_4' = \frac{K}{2a} \left(\ln \frac{2H\Pi}{a} \right)^{-1}, \quad \Pi = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{c}{n^2} \right) \quad (7)$$

Согласно [1]

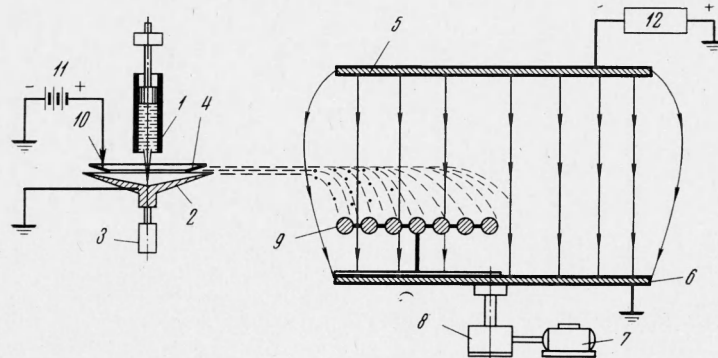
$$\prod_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{c}{n^2} \right) = \frac{\text{sh } \pi \sqrt{c}}{\pi \sqrt{c}} = \frac{\text{sh } (2\pi H/b)}{2\pi H/b}$$

т. е.

$$Q_4' = \frac{K}{2a} \left[\ln \left(\frac{b}{\pi a} \text{sh } \frac{2\pi H}{b} \right) \right]^{-1} \quad (8)$$

Как и в случае шаров, уравнения (6) и (8) определяют верхнее и нижнее предельные значения линейной плотности заряда Q' , индуцированного на цилиндрах. Численные расчеты показывают, что при конечном количестве цилиндров и прочих равных условиях $Q_4' < Q' < Q_3'$; как и в случае шаров, это видно также непосредственно из формул типа (7). При условиях, принятых для экспериментов, $Q_3' / Q_4' = 4.27$, т. е. диапазон значений Q' при различных n относительно невелик.

Для экспериментальной проверки этих результатов исследовалось осаждение униполярно заряженного аэрозоля в относительно однородном электрическом поле на заземленные проводники сферической и цилиндрической формы. Аэрозоль заряжали индукционным способом при помощи конусного электроразрядного распылителя [2].



Фиг. 1

Схема экспериментальной установки показана на фиг. 1. Жидкость — смесь глицерина (60%) и воды (40%) с добавкой флуоресцеина (0.4%) — подавалась из шприца 1 на конус 2, приводимый во вращение электродвигателем 3 со скоростью 2000 об/мин. Расход жидкости составлял $0.075 \text{ см}^3/\text{сек}$. К конусу с помощью изоляторов было прикреплено металлическое кольцо 4, которое вращалось вместе с конусом и служило электродом; зазор между кольцом и конусом был равен 0.5 см. На кольцо — электрод подавалось напряжение положительной полярности (1100 в) через скользящие контакты 10 от батарей 11 типа «Молния», собранных последовательно.

В результате на поверхности жидкой пленки, движущейся по конусу под действием центробежных сил, индуцировались отрицательные электрические заряды (соответствующие положительные заряды стекали через заземленный конус 2 в землю). Заряженная жидкая пленка дробилась на кромке вращающегося конуса на капельки, которые сбрасывались с периферии конуса. Основная масса этих капелек, обладавших большой начальной скоростью, осаждалась на внутренних стенках неподвижного заземленного корпуса (на схеме не показан), но часть их выбрасывалась наружу через окно корпуса, увлекалась потоком воздуха от направляющего вентилятора (на схеме не показан) и доставлялась в область приблизительно постоянного электрического поля, создаваемого между электродом 5 и заземленным столом 6, приводимым во вращение со скоростью 15 об/мин от электродвигателя 7 через редуктор 8 (на электрод 5 подавалось высокое напряжение отрицательной полярности, $V = 20-30 \text{ кВ}$, от высоковольтного генератора 12 (АИИ-70)). Расстояние между электродом 5 и столом 6 было равно 80 см. На вращающемся столе 6 на высоте 12 см устанавливались шарообразные или цилиндрические проводники 9, на которых осаждались заряженные капельки. Проводники предварительно покрывались тонким слоем силикона, на котором коэффициент растекания капелек водноглицериновой смеси различных размеров приблизительно постоянен [3]. При влажности воздуха 45—60% диаметр осевших капелек (принявших форму линз) практически не изменялся во времени [3].

При опыте включали подачу заряженного аэрозоля и при помощи вращающегося стола проносили проводники через «душ» осаждающихся капелек в однородном электрическом поле.

Проводники с осажденными капельками просматривались в ультрафиолетовом освещении под микроскопом МБС-1; производили подсчет и обмер капелек, осевших на верхней и нижней частях поверхности проводника, с учетом просмотренной площади.

Для определения суммарного заряда капелек, оседающих в области постоянного электрического поля между столом 6 и электродом 5, на столе 6 устанавливали заземленный металлический лист площадью 5000 см^2 , на котором раскладывали предметные

стекла, покрытые силиконом. Измеряли ток зарядки I через лист в землю, обусловленный осаждением заряженных капелек, общее количество осевшей на листе жидкости и распределение размеров осевших капелек. Были получены значения $I = 0.005 \text{ мкА}$ и $Q = 0.0014 \text{ см}^3/\text{сек}$.

Для определения индивидуальных зарядов капелек различных размеров по результатам измерений их суммарного заряда было использовано то обстоятельство, что при индукционном способе зарядки индивидуальные заряды капелек пропорциональны их радиусу [4]. При помощи системы уравнений

$$I = N_1 q_1 + N_2 q_2 + \dots + N_m q_m$$

$$q_1 / q_2 = r_1 / r_2, \quad q_1 / q_3 = r_1 / r_3, \quad \dots, \quad q_1 / q_m = r_1 / r_m$$

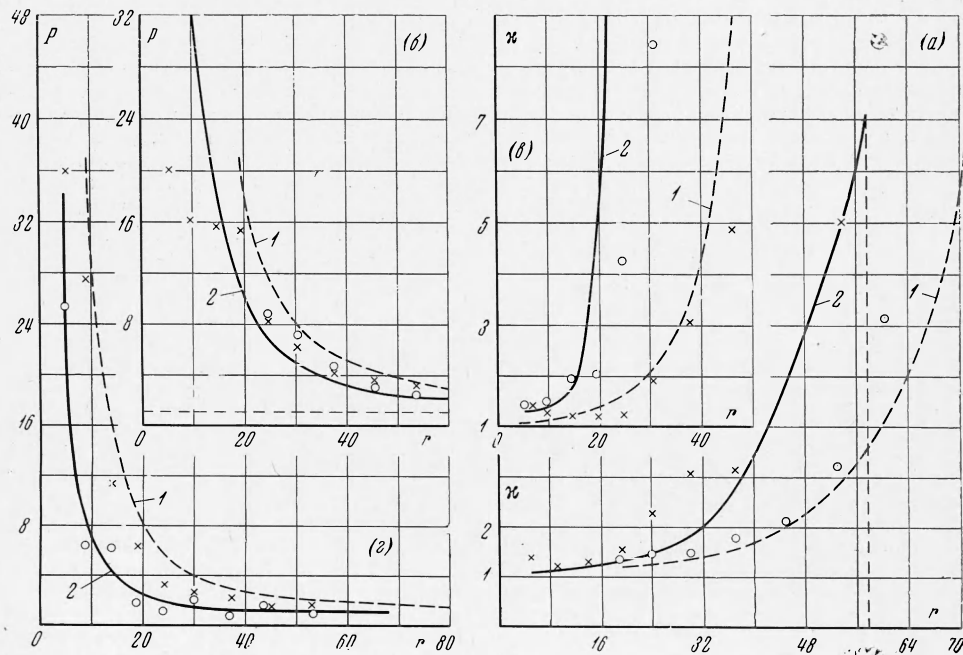
вычислены значения зарядов q капелек различных размеров. Приводим распределение числа капелек n в процентах от общего числа N , а также соответствующих зарядов q [ГГСЕ] в зависимости от радиуса капелек r в мкм

$r = 5$	9	14	19	24	30	37	45	53
$n = 20$	18	26	16	8.9	6.2	3.2	1.1	0.02
$q \cdot 10^5 = 2.2$	4.0	6.2	8.2	10.6	13.3	17	20	23

Результаты опытов с одним шаром ($a = 1.3 \text{ см}$, $H = 12 \text{ см}$) предоставлены на фиг. 2, a (кривая 1). По оси абсцисс отложены значения радиуса капелек r , по оси ординат — степень неравномерности отложения капелек $\kappa = m_+ / m_-$, где m_+ — количество капелек радиусом r , осевших в окрестности верхнего полюса шара на единицу площади поверхности, m_- — то же для нижнего полюса. Экспериментальные результаты показаны кружками, штриховой линией (кривая 1) показана теоретическая зависимость

$$\kappa = \frac{qE_2 + Mg}{qE_2 - Mg} \quad (9)$$

представляющая собой отношение сил, действующих на капельки, осаждающиеся на верхний полюс (осаждение происходит под действием суммы электрической силы qE_2 и силы тяжести Mg , где M — масса капельки) и на нижний полюс (действует разность этих сил). При постоянстве концентрации капелек в окрестности шара и при линейной зависимости между действующей на капельку силой и скоростью ее движения (закон Стокса) отношение сил κ равно отношению соответствующих потоков осаждающихся капелек. Величина E_2 — напряженность поля у поверхности шара — вычислялась по формулам (1) и (2).



Фиг. 2

На фиг. 2, б представлены теоретические и экспериментальные значения отношения количеств капелек, осевших у верхнего полюса шара при электризации и без нее, $P = m_{e+} / m_+$, где m_{e+} — количество капелек радиусом r , осевших в окрестности верхнего полюса шара на единицу площади поверхности при электризации, m_+ — то же без электризации при прочих равных условиях. Экспериментальные значения P показаны кружками. Пунктирной линией (кривая 1) представлена зависимость $P = f(r)$, вычисленная по формуле

$$P = \frac{qE_2 + Mg}{Mg} \quad (10)$$

с помощью формул (1) и (2).

При дальнейших опытах использовали линию из семи шаров. На фиг. 2, а крестиками показаны экспериментальные значения κ для среднего шара этой системы ($a = 1.3$ см, $b = 4$ см, $H = 12$ см). Теоретические значения (сплошная линия, кривая 2) вычислены при помощи решения соответствующей системы из четырех уравнений на ЭВМ. Значения P для той же системы приведены на фиг. 2, б, где экспериментальные данные представлены крестиками, а теоретические — сплошной линией (кривая 2).

Дополнительно были проведены аналогичные опыты с тремя шарами с использованием решения соответствующей системы из двух уравнений и опыты с единичным шаром при значениях $a = 0.7$ см, $a = 2.2$ см, $H = 6$ см, $V = 30$ кв. В этих опытах согласие между теоретическими и экспериментальными значениями κ и P также оказалось удовлетворительным.

Далее перешли к опытам со стальными заземленными цилиндрами радиусом $a = 1$ см и длиной $l = 12$ см. Они располагались на высоте $H = 12$ см. Измерения осажденных капелек производились в середине цилиндра, в окрестности его верхней и нижней образующих.

На фиг. 2, в представлены экспериментальные значения κ для одного цилиндра (крестики) и для среднего из семи цилиндров, расположенных в горизонтальной плоскости $H = 12$ см параллельно друг другу с шагом $b = 4$ см (кружки). Штриховой линией (кривая 1) показана теоретическая кривая $\kappa = f(r)$, вычисленная по формуле (9) при помощи формулы (5) для одного цилиндра. Сплошная линия (кривая 2) соответствует теоретической зависимости $\kappa = f(r)$ для семи цилиндров и получена численным решением соответствующей системы из четырех уравнений на ЭВМ.

На фиг. 2, г приведены соответствующие экспериментальные и теоретические значения P . Крестиками представлены экспериментальные результаты для одного цилиндра, кружками — для семи. Штриховая линия 1 соответствует теоретической зависимости $P = f(r)$ для одного цилиндра, вычисленной по формулам (5) и (10). Сплошная кривая 2 представляет собой теоретическую зависимость $P = f(r)$ для среднего из семи цилиндров, полученную численным решением соответствующей системы из четырех уравнений на ЭВМ.

Результаты аналогичных опытов и вычислений с тремя параллельными цилиндрами ($a = 1$ см, $l = 12$ см, $H = 12$ см, $b = 4$ см) также оказались в удовлетворительном согласии.

Совокупность результатов, представленных на фиг. 2, и упомянутых дополнительных опытов свидетельствует о приближенном согласии между опытами и расчетами при $a/H \leq 0.116$, $a/b \leq 0.325$.

Поступила 11 II 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного, М., Физматгиз, 1958.
2. Дунский В. Ф., Криштоф К. А. Центробежный способ индукционной униполярной электризации при образовании аэродисперсных систем. Коллоидн. ж., 1968, т. 3, № 3.
3. Дунский В. Ф., Евдокимов И. Ф., Красильников В. М., Микulin К. П., Холькин Ю. С., Южный З. М. Оседание грубодисперсного аэрозоля на подстилающую поверхность земли. Тр. Главн. геофизич. обсерв., 1966, вып. 185.
4. Дунский В. Ф., Китаев А. В. Оседание униполярно заряженного аэрозоля в закрытом помещении. Коллоидн. ж., 1960, т. 22, вып. 2.