

5. Бордюг В. А., Ведерников Ю. А. и др. Параметрическое исследование гиперзвуковых пространственных форм.— ПМТФ, 1983, № 1.
6. Уайтхед мл., Кисс. Картина течения и отрыв на треугольных крыльях с закрылками при  $M = 6$ .— Ракетн. техника и космонавтика, 1968, т. 6, № 12.
7. Панов Ю. А., Швец А. И. Отрыв турбулентного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке.— ПМ, 1966, т. 2, вып. 1.

Поступила 15/VI 1984 г.

УДК 533.69

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ СВОБОДНОЙ ВИХРЕВОЙ ПЕЛЕНЫ В РАМКАХ ТЕОРИИ НЕСУЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Н. Ф. Воробьев

(Новосибирск)

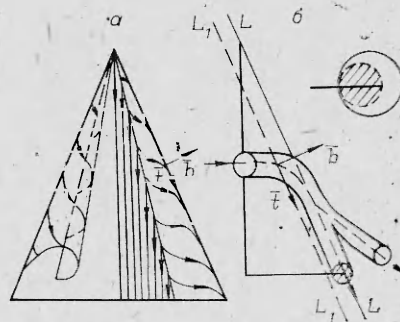
На несущие свойства крыла малого удлинения существенное влияние оказывает сходящая с его кромок свободная вихревая пелена. В теории несущей поверхности в потенциальном потоке задача обтекания крыла конечного размаха сводится к сингулярным интегродифференциальным уравнениям со свободной поверхностью. Эффективным для решения задач обтекания крыла со свободной поверхностью оказался метод дискретных вихрей. В [1] предложена дискретная вихревая схема тонкого крыла конечного размаха, в которой интенсивность сходящей с передней (в том числе боковой) кромки крыла вихревой линии предполагается равной интенсивности присоединенной, переходящей на кромке в свободную, вихревой линии независимо от формы крыла в плане. Однако, как показывает сравнение проведенных численных расчетов [2] с экспериментальными результатами, интенсивность свободной вихревой пелены так же, как и ее конфигурация, зависит от формы крыла в плане, степени закругления и отгиба кромок. В случае тонких с плоской срединной поверхностью крыльев главным фактором, определяющим сходящую вихревую пелену, является форма крыла в плане. В [2—4] предложена дискретная вихревая схема крыла конечного размаха, в которой зависимость интенсивности свободной вихревой пелены от геометрии крыла учтена введением параметра  $0 \leq K \leq 1$ . Значение  $K = 0$  на кромке соответствует режиму безотрывного обтекания кромки,  $K = 1$  — модели, принятой в [1]. Величина параметра  $0 \leq K \leq 1$  для конкретного угла стреловидности устанавливается путем сопоставления расчетных и экспериментальных результатов.

В данной работе для крыльев конечного размаха сформулированы условия схода, позволяющие определять зависимость интенсивности свободной вихревой пелены от местного угла стреловидности кромки в явном виде, исходя из условий сохранения вихревых линий в потенциальном потоке. Результаты расчета суммарных аэродинамических характеристик прямоугольных и треугольных крыльев различных удлинений сравниваются с имеющимися экспериментальными данными, полученными в аэродинамических трубах.

В соответствии с вихревой теорией несущей поверхности на задней кромке крыла присоединенная вихревая поверхность плавно переходит в свободную вихревую поверхность, интенсивность вихревых линий при этом сохраняется. На передних (боковых) кромках крыла характер стекания с несущей поверхности крыла завихренных слоев определяется их взаимодействием с набегающим потоком. Согласно имеющимся экспериментам по пузырьковой визуализации в гидроточках и масляно-красочной визуализации следов линий тока на поверхности крыльев в аэродинамических трубах, картина линий тока (вихревых линий) при обтекании тонкой треугольной пластины под углом атаки схематично показана на фиг. 1, а, где на левой стороне крыла изображена свободная вихревая поверхность, сошедшая с передней кромки, а на правой — линии тока на верхней поверхности крыла. Передняя кромка является огибающей подходящих к кромке поверхностных линий тока и сходящих с крыла вихревых линий. Присоединенная вихревая линия (вихревая трубка) при подходе к кромке  $L$ , касаясь ее, разветвляется на две составляющие — линию, которая имеет направление, совпадающее с касательной к кромке крыла, и остается связанной с крылом, и линию, которая сходит с поверхности крыла, становясь свободной вихревой линией (фиг. 1, б). Стеканию тонких завихренных слоев на передней кромке препятствует со стороны набегающего

потока его бинормальная составляющая скорости. Как показывают многочисленные эксперименты, интенсивность сходящей с передней кромки вихревой пелены у тонких крыльев, обтекаемых под углом атаки, возрастает с увеличением угла стреловидности кромки.

Задача отрывного обтекания несжимаемым дозвуковым потоком несущей поверхности крыла может быть представлена как задача обтекания присоединенной и свободной вихревых поверхностей. Исходя из формулы Грина [5]



Ф и г. 1

$$\int_V \text{rot } \mathbf{u} dV = \oint_S [\mathbf{n} \times \mathbf{u}] dS,$$

можно показать, что на вихревой поверхности  $S$  вектор вихревой плотности представляется как разрыв касательных скоростей на этой поверхности

$$(1) \quad \boldsymbol{\gamma} = [\mathbf{n} \times [\mathbf{u}_\tau]],$$

где  $\mathbf{n}$  — единичный вектор нормали к поверхности  $S$ ;  $[\mathbf{u}_\tau] = \mathbf{u}_{\text{тн}} - \mathbf{u}_{\text{пн}}$ ;  $\mathbf{u}_{\text{тн}}$ ,  $\mathbf{u}_{\text{пн}}$  — касательные составляющие скорости соответственно с наветренной и подветренной сторон поверхности. Разрыв нормальной составляющей скорости  $[\mathbf{u}_n]_S = 0$ .

Для некоторой линии  $L$ , лежащей на вихревой поверхности  $S$ , вектор касательной скорости  $\mathbf{u}_\tau$  можно разложить на бинормальную и касательную составляющие, а вектор завихренности в соответствии с этим и с (1) представить в виде

$$(2) \quad \boldsymbol{\gamma}_L = \mathbf{b}\gamma_{bL} + \mathbf{t}\gamma_{tL} = \mathbf{b}[u_t]_L - \mathbf{t}[u_b]_L,$$

где  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{t}$  — единичные векторы бинормали и касательной в рассматриваемой точке линии  $L$ ;  $[u_b]_L$ ,  $[u_t]_L$  — бинормальная и касательная составляющие разрывов модулей скоростей ( $\mathbf{u}_\tau = \mathbf{b}u_b + \mathbf{t}u_t = \mathbf{u}_b + \mathbf{u}_t$ ).

Если линия  $L$  совпадает с передней кромкой крыла, то она есть особая вихревая линия ветвления. Выберем линию  $L_1$ , расположенную на крыле эквидистантно на малом расстоянии  $\varepsilon$  от кромки  $L$  (см. фиг. 1, б) и имеющую в соответствующих точках одинаковые с кромкой  $L$  направления касательной и бинормали, и на этой линии вектор вихревой плотности  $\boldsymbol{\gamma}_{L_1}$  разложим в соответствии с (2) на бинормальную и касательную составляющие. Выдвигается утверждение, что на кромке крыла происходит ветвление присоединенной вихревой линии на две составляющие: на крыле остается присоединенной составляющая, соответствующая касательному к линии  $L_1$  компоненту вектора вихревой плотности, а остальная часть становится свободной вихревой линией.

Согласно (2), на линии  $L_1 \rightarrow L$  вихревой поверхности  $S$  касательная составляющая вектора завихренности определяется разрывом бинормальной составляющей скорости. В частности, если разрыв бинормальной к кромке составляющей скорости в рассматриваемой точке равен нулю, то там равна нулю касательная составляющая вектора завихренности  $\gamma_{tL}$ , и с крыла сходит вихревая линия интенсивности, равной интенсивности присоединенной вихревой линии, подошедшей к кромке в этой точке — реализуется случай  $K = 1$ . Если же разрыв касательной к кромке составляющей скорости в рассматриваемой точке равен нулю, то там равна нулю бинормальная составляющая вектора завихренности  $\gamma_{bL}$ , и вихревая линия не сходит с крыла, что соответствует безотрывному обтеканию кромки ( $K = 0$ ). Заметим, что априорное определение величин  $[u_b]_L$ ,  $[u_t]_L$  (следо-

зательно, интенсивности сходящей вихревой пелены) в общем случае неплоского крыла произвольной формы в плане не представляется возможным, так как эти величины находятся только после решения задачи обтекания крыла по выбранной схеме с заданной интенсивностью сходящей вихревой пелены.

В дискретной вихревой схеме крыла, когда направление присоединенных вихревых линий фиксируется, в том числе и при подходе их к кромкам крыла, можно определить величину касательной составляющей присоединенной вихревой линии на кромке крыла и тем самым, используя выдвинутое утверждение о характере ветвления вектора завихренности на кромке, определить интенсивность сходящей вихревой нити.

В дальнейшем все рассуждения будут проводиться на примере плоского треугольного крыла. Зависимости, полученные для вихревой линии на прямой передней кромке треугольного крыла, применимы к криволинейной кромке плоского крыла.

Крыло разбивается на элементы прямоугольной сеткой (фиг. 2, а). Каждому элементу несущей поверхности ставится в соответствие прямоугольный П-образный вихрь, поперечная составляющая которого соединяет середины сторон прямоугольника сетки, параллельных оси симметрии крыла, а продольные составляющие уходят в бесконечность (фиг. 2, б). Граничному треугольнику сетки, содержащему переднюю кромку  $L$ , ставятся в соответствие П- и Г-образные вихри с ветвями, уходящими в бесконечность. Одна из ветвей Г-образного вихря — свободная вихревая линия [3, 6]. Сложение продольных составляющих П-образных вихрей и составляющих вихрей граничных треугольников, направленных по кромке  $L$ , приводит к построению на крыле сетки вихревых линий (на фиг. 2, в, г кружками выделены фрагменты образования узлов вихревых линий фиг. 2, а, отмеченных также кружками).

В граничной клетке крыла к точке  $ij$  кромки  $L$  подходит присоединенная вихревая нить  $\bar{\Gamma}_{ijL} = \mathbf{j}\Gamma_{ijL}$ , перпендикулярная набегающему потоку (единичный вектор  $\mathbf{i}$  направлен параллельно оси крыла, единичный вектор  $\mathbf{j}$  — перпендикулярно оси, фиг. 2, а). Составляющая этой вихревой нити, направленная вдоль кромки крыла,

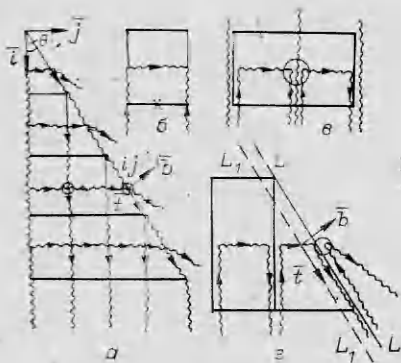
$$(3) \quad \Gamma_{ijL} = t\Gamma_{ijL} \sin \theta,$$

где  $\theta$  — угол наклона передней кромки к оси симметрии крыла, согласно сделанному выше утверждению, остается присоединенной вихревой линией, другая составляющая становится свободной вихревой линией. Причем интенсивность свободной вихревой нити определяется на линии  $L_1$  эквидистантной кромке  $L$ . На линии  $L_1$  присоединения вихревая нить  $\bar{\Gamma}_{ijL}$  еще не разветвляется. В верхней части фиг. 1, б показано поперечное сечение  $dS$  присоединенной полной вихревой трубки в точке пересечения ее оси с линией  $L_1$ . Заштрихованная часть этого сечения  $dS_{\Pi}$  соответствует составляющей вихревой нити, остающейся присоединенной, а незаштрихованная часть  $dS_c$  — составляющей, которая на  $L$  станет свободной вихревой линией. Присоединенная вихревая нить до разветвления характеризуется соотношениями

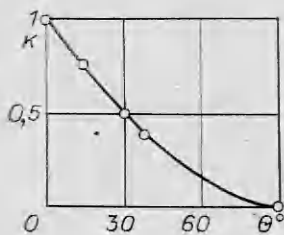
$$(4) \quad \Gamma_{ijL} = \mathbf{j}\Gamma_{ijL} = \mathbf{j}(\gamma_{ijL}dS) = \mathbf{j}\gamma_{ijL}(dS_{\Pi} + dS_c) = \mathbf{j}(\Gamma_{ijL} + \Gamma_{ijcL}).$$

Подходя к кромке  $L$ , вихревая нить  $\bar{\Gamma}_{ijL}$  искривляется и разветвляется на две.

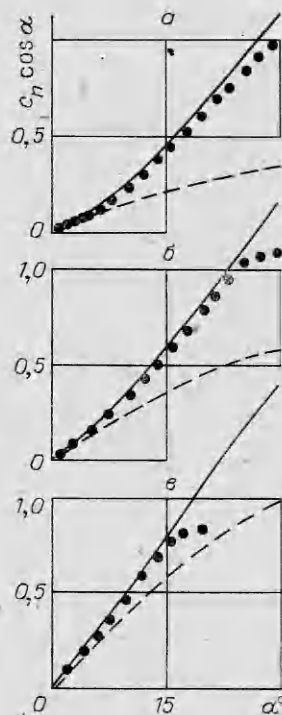
На схематизированной картине дискретных вихрей (см. фиг. 2, а) область искривления и разветвления не фиксируется. Эта область на крыле между линиями  $L_1$ ,  $L$  (фиг. 1, б, 2, г) представляется на фиг. 2, а кромкой крыла ( $L_1 \rightarrow L$ ). Разложение вихревой нити, подходящей к кромке, на бинормальную и касательную составляющие производится в точке пересечения ее с кромкой  $L$ . Интенсивность ветви, соответствующей касатель-



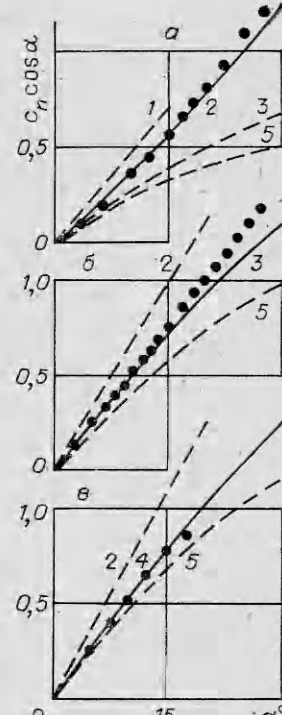
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

тельной составляющей и остающейся присоединенной ветвью, согласно (3), (4), определяется по формуле

$$(5) \quad \Gamma_{ijtL} = \Gamma_{ijL} \sin \theta.$$

Исходя из свойства сохранения интенсивности вихревой трубки интенсивность той части полной вихревой трубки, которая становится свободной вихревой нитью, находится согласно (4), (5) по формуле

$$(6) \quad \Gamma_{ijcL} = \Gamma_{ijL} - \Gamma_{ijtL} = \Gamma_{ijL}(1 - \sin \theta).$$

Таким образом, ранее введенный [2—4] параметр  $K$ , определяющий интенсивность сходящей вихревой пелены, зависит от угла наклона кромки к оси симметрии крыла:

$$(7) \quad K = 1 - \sin \theta.$$

Эта зависимость показана на фиг. 3.

Если передняя кромка крыла направлена перпендикулярно набегающему потоку, то  $\theta = \pi/2$  и интенсивность сходящей с кромки вихревой пелены равна нулю ( $K = 0$ ), а скорость набегающего потока направлена прямо противоположно скорости перетекания потока с наветренной стороны на подветренную.

Если кромка компланарна скорости набегающего потока, то  $\theta = 0$  и интенсивность сходящей вихревой пелены равна вихревой интенсивности на крыле в окрестности передней кромки ( $K = 1$ ). В этом случае нет составляющей скорости набегающего потока, препятствующей перетеканию потока с наветренной стороны на подветренную.

Формула (6) устанавливает связь между интенсивностью сходящей с передней кромки вихревой пелены и углом стреловидности этой кромки  $\chi = (\pi/2) - \theta$  для треугольных крыльев. В случае плоского крыла с криволинейной кромкой интенсивность сходящей с передней кромки вихревой пелены будет меняться в зависимости от местного угла наклона кромки  $\theta$  согласно формуле (6).

На фиг. 4 приведены результаты расчетов коэффициентов подъемной силы  $c_y = c_n \cos \alpha$  для тонких плоских прямоугольных крыльев различных удлинений  $\lambda$  в зависимости от угла атаки  $\alpha$  по схеме безотрывного обтекания передней и боковой кромок ( $K_n = K_b = 0$ ) (штриховые линии), а также по схеме безотрывного обтекания передней кромки ( $\theta_n = \pi/2$ ,  $K_n = 0$ ) и полного отрыва на боковых кромках ( $\theta_b = 0$ ,  $K_b = 1$ ), соответствующей выбору коэффициента  $K$  по формуле (7) (сплошные линии). В обоих случаях на задней кромке выполняется обычное условие гладкого схода пелены и установление пелены на бесконечности по направлению скорости невозмущенного набегающего потока. На фиг. 4 точками нанесены экспериментальные результаты [7] для тонких ( $\bar{c} = 1,2\%$ ) прямоугольных пластин соответствующих удлинений. Видно, что результаты расчетов аэродинамических характеристик с учетом сходящей пелены интенсивности  $K$ , выбираемой в соответствии с формулой (7), удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными вплоть до углов атаки, при которых меняется режим обтекания, появляется срыв потока на передней кромке ( $\alpha \approx 30^\circ$  для  $\lambda = 0,5$ ,  $\alpha \approx 25^\circ$  для  $\lambda = 1$ ,  $\alpha \approx 15^\circ$  для  $\lambda = 2$  — фиг. 4, а — в соответственно).

На фиг. 5 показаны результаты расчетов коэффициента подъемной силы  $c_y = c_n \cos \alpha$  для тонких треугольных пластин удлинений: а —  $\lambda = 1$  ( $\theta = 14^\circ$ ), б —  $\lambda = 2,3$  ( $\theta = 30^\circ$ ), в —  $\lambda = 3$  ( $\theta = 37^\circ$ ) в зависимости от угла атаки при  $K = 1; 0,75; 0,5; 0,4; 0$  — линии 1—5. Сплошные линии соответствуют расчетам со значением параметра  $K$ , выбранным согласно формуле (7). Для показа степени влияния параметра  $K$  на результаты расчетов штриховыми линиями приведены результаты расчетов при других значениях параметра  $K$ . На фиг. 5 точками нанесены экспериментальные результаты [7] (см. также [2]) для тонких ( $\bar{c} = 1,2\%$ ) треугольных пластин соответствующих удлинений. Видно, что результаты расчетов с учетом сходящей с передней кромки вихревой пелены интенсивности  $K$ , определяемой по формуле (7), удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными при углах атаки  $\alpha \leq 15^\circ$ .

На графике фиг. 3, полученном по формуле (7), кружочками нанесены значения параметра  $K$ , достоверность которых проверена сравнением расчетных суммарных аэродинамических характеристик с данными эксперимента для тонких прямоугольных и треугольных пластин до углов атаки  $\alpha \leq 15^\circ$  (см. фиг. 4, 5).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Белоцерковский С. М. Расчет обтекания крыльев произвольной формы в плане в широком диапазоне углов атаки. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1968, № 4.
2. Воробьев Н. Ф., Шашкина Г. Н. Численное моделирование условий схода вихревой пелены с кромок крыла. — В кн.: Задачи аэродинамики тел пространственной конфигурации. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1982.
3. Воробьев Н. Ф., Шашкина Г. Н. К вопросу о выборе дискретной вихревой схемы. — В кн.: Задачи обтекания тел пространственной конфигурации. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1978.
4. Воробьев Н. Ф., Шашкина Г. Н. Расчет обтекания прямоугольных крыльев и их комбинаций в дозвуковом потоке по дискретной вихревой схеме. — ПМТФ, 1983, № 2.
5. Кочин Н. Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. М.: Наука, 1965.
6. Воробьев Н. Ф. О дискретной вихревой схеме крыла конечного размаха. — Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук, 1972, № 13, вып. 3.
7. Ермоленко С. Д., Рогозин Ю. А. и др. Моделирование летательного аппарата тонкой плоскостной поверхностью, имеющей форму его проекции в плане. — Учен. зап. ЦАГИ, 1979, т. 10, № 2.

Поступила 30/XI 1984 г.