

УДК 51: 101.8

DOI:

10.15372/PS20190305

В.М. Резников**ПРИНЦИП КУРНО, СВЯЗЫВАЮЩИЙ МАТЕМАТИКУ
И РЕАЛЬНОСТЬ¹**

На примере принципа Курно исследована роль принципов, связывающих математику и реальность. Принцип Курно обеспечивает верификацию значений вероятностей, для следствий проверяемой гипотезы, используя проверяемую гипотезу и изучаемые данные для вывода следствий. Если значения этих вероятностей меньше минимально возможного значения, тогда гипотеза опровергается. Поэтому принцип имеет значение в разделе проверки гипотез в математической статистике, а также в философии науки Поппера. Показано, что принцип имеет не вероятностный, а скорее вероятностно-детерминистский характер.

Ключевые слова: вероятность; случайность; фальсификация гипотез; частотная интерпретация; субъективистская интерпретация; теорема Бернулли.

V.M. Reznikov**COURNOT'S PRINCIPLE CONNECTING MATHEMATICS
AND REALITY**

The author uses Cournot's principle as an example to analyze the role of the principles connecting mathematics and reality. Cournot's principle ensures verification of probabilities for the consequences of the tested hypothesis, using the hypothesis and data under study to deduce the consequences. If the values of these probabilities are less than a minimum permissible value, then the hypothesis is falsified. Therefore, the principle is important for hypothesis testing in mathematical statistics and Popper's philosophy of science. The article demonstrates that Cournot's principle is not of probabilistic but rather probability-deterministic character.

Keywords: probability; randomness; hypothesis falsification; frequency interpretation; subjective interpretation; Bernoulli theorem.

Известно, что применение формальных теорий и моделей опирается на некоторые принципы, которые играют роль мостов, связывающих математику с миром исследуемых феноменов. Почему нужны специальные принципы, связывающие математику и реальность? Прежде чем ответить на этот вопрос, сначала сформулирует требования к формаль-

¹ Публикуется в авторской редакции

ным теориям и обрабатываемым данным, для корректного анализа последних. Обычно считается, что для получения обоснованных результатов на основе применения формальных теорий к изучаемым данным, необходимо выполнение следующих условий. Во-первых, чтобы теории были формально корректными и материально адекватными для анализа исследуемых данных. Во-вторых, эти данные должны быть высокого качества. Здесь, по-видимому, уместна метафора, состоящая в том, что для получения муки высокого качества, необходимо чтобы жернова были острыми, и пшеница была высокого качества. Как справедливо отмечал Алимов, нет смысла использовать тонкий формальный аппарат, если обрабатываемые данные невысокого качества. Естественно, чем лучше качество изучаемых данных, тем более уместна их солидная обработка. Алимов называет соответствие солидного математического аппарата высокому качеству обрабатываемых данных, равнопрочностью всех этапов научного исследования [1].

Теперь возвращаемся к вопросу о том, почему нужны специальные принципы для связи математики и реальности. Они нужны, потому, что в современной науке, переосмыслена роль теоретического знания; и когда-то популярный тезис, формально, представляющий собой риторический вопрос о том: «что может быть практичнее хорошей теории?» в настоящее время не является актуальным, так как формальные теории, как правило, не применяют непосредственно к изучаемым событиям и явлениям природы. В последнее время, в приложениях чаще используются не теории, а модели, которые являются синтезом модифицированных теорий и исследуемых данных. Успешное применение формальных теорий и моделей связано с некоторыми постулатами и принципами, которые входят в состав формального знания и являются мостами, связывающими математику с изучаемыми феноменами и событиями. Так, применение методов проверки гипотез в математической статистике и некоторых теорем в теории вероятностей предполагает использование принципа Курно [3]. Этот принцип запрещает появление маловероятного события в решающем эксперименте, и используется в приложениях теории вероятностей и математической статистики. Кроме него, в математической статистике используются принципы максимального правдоподобия, рандомизации и некоторые другие [5]. В нашей статье исследуются границы применимости принципов, используемых в теории вероятностей и математической статистике: по следующим причинам. Во-первых, теория вероятностей и особенно математическая статистика это наиболее интенсивно используемые в приложениях, математические дисциплины.

Во-вторых, в известной литературе не описаны границы применимости этих принципов. В-третьих, определение границ применимости формальных теорий является междисциплинарной проблемой, в том числе и философской проблемой. Так, известный философ Кайберг писал, что проблема применимости математики практически не интересует научное сообщество, за исключением методологов и бизнесменов.

Принцип Курно назван в честь французского ученого Антуана Огюстена Курно. Курно это известный, но сейчас несколько подзабытый французский ученый и философ XIX столетия. Он был по образованию математиком, наилучшие его достижения связаны с применением математики к экономике, Курно является одним из создателей математической экономики. Он также занимался теорией вероятностей, математической статистикой и методологией их применения. В теории вероятностей он ввел понятие геометрической вероятности, а в математической статистике понятие медианы. Курно был знатоком философии Канта и пытался адаптировать ее для использования в науке. Он считал, что маловероятные события реализуются в логически возможных, умопостигаемых мирах, а в мире реальных феноменов они не осуществимы.

Основное внимание посвящено принципу Курно, лежащему в основании применения теории вероятностей и математической статистики. Принцип Курно запрещает появление случайных, маловероятных событий. Определение случайности у Курно это синтез идей предшественников и его собственных новаторских идей. Во-первых, его понимание случайности согласуется с Аристотелем, так у Стагирита случайное возникает в результате пересечения рядов независимых причинных цепей. Курно пишет: «События, возникающие при встрече или комбинации явлений, принадлежащих независимым рядам, получившимся в порядке причинности, мы называем явлениями случайными или результатами случая» [3, p.86]. Во-вторых, вместе с Юмом он связывает статус случайности с незнанием. Его собственная идея состоит в определении случайного события на основе ничтожности его вероятности, поэтому появление маловероятного события свидетельствует о реализации случайного положения дел. Курно рассматривает три вида вероятностей: математические, метафизические и физические. Маловероятные события обладают онтологией в мире математики и в мыслимых мирах, но не обладают онтологией в реальном мире в связи с практической невозможностью реализации. Он пишет: «Событием фактически невозможным или физически невозможным является такое, математическая вероятность которого, бесконечно мала» [3, p.90].

Сформулируем некоторые соображения о роли принципа Курно в науке и философии.

1) Принцип Курно, действительно, имеет значение, потому, что утверждения на языке теории вероятностей не могут быть окончательно ни верифицированы, ни фальсифицированы для данных конечного объема. Так, например, в философии науки Поппера, принцип приводит к применимости попперовского фальсификационизма не только к детерминистским явлениям природы, но и к индетерминистским феноменам и событиям.

2) По причинам, изложенным в предыдущем пункте, принцип Курно имеет значение для математики в целом, и особо для математической статистики, обеспечивая проверку гипотез. В области математической статистики на основе принципа Курно осуществляется фальсификация гипотез, а если нет оснований для фальсификации, тогда гипотеза принимается. Отметим, что в современной математике известны две формы принципа Курно, принцип Курно в сильной и слабой форме [7]. Принцип Курно в сильной форме утверждает, что в единственном эксперименте маловероятное событие не произойдет. Согласно принципу Курно в слабой форме, маловероятные события редко реализуются. Математики Гадамер, Леви, Колмогоров использовали принцип Курно в сильной форме. Другие математики, например Фреше, Слуцкий предпочитали принцип Курно в слабой форме [7]. Принцип Курно в сильной форме обеспечивает связь математической статистики и теории вероятностей с миром опыта, он имеет значение для физики и философии науки. Почему принцип Курно имеет значение для математической статистики? Дело в том, что без этого принципа, вероятностные утверждения не могут быть фальсифицированы на основе конечного числа экспериментов. Принцип Курно в математической статистике формулируется следующим образом. Если при условии правильности гипотезы A , происходит событие B , вероятность которого меньше заранее фиксированной минимально допустимой вероятности, и при этом B является следствием A , тогда гипотеза A опровергается. На основе принципа Курно, Фишером был создан раздел проверки гипотез в математической статистике. В математической статистике Фишера был разработан аппарат для проверки единственной гипотезы, например, о соответствии данных определенному распределению. В последствие Нейманом и Пирсоном был создан формализм для проверки двух и более гипотез. Интересно, что спустя незначительное время после публикаций Фишером основных положений проверки гипотез, вышла в печать, сейчас широко известная работа

К. Поппера: «Логика научного исследования», в которой был дан анализ базовых идей фальсификационизма [6]. У историков математики и философии науки возникла естественная идея о возможном влиянии этих мыслителей, но эта гипотеза не получила подтверждения.

3) Сильный принцип Курно имеет значение в теории вероятностей, в случае его совместного использования с некоторыми теоремами, рассмотрим в качестве примера совместное использование теоремы Бернулли и принципа Курно в сильной форме. Имеет смысл напомнить эту теорему. Заключение теоремы Бернулли утверждает, что при независимых испытаниях достаточно большого объема, будут иметь место, с единичной вероятностью, ничтожные отклонения частотных характеристик исследуемого события A от его вероятности. Так как принцип Курно запрещает реализацию маловероятных событий, поэтому на его основе и теоремы Бернулли оказывается, что теоретическая вероятность достаточно точно представлена частотой успешных испытаний для любой типичной достаточно длинной последовательности результатов испытаний.

4) Курно использовал введенный им принцип для фиксации значимости проблемы необратимости в физике. Природа необратимых явлений в полной мере не понята до сих пор, идея Курно о том, что необратимые явления невозможны, при их описании на вероятностном языке означает, что вероятность их реализации равна нулю. Принцип Курно не обеспечивает объяснение необратимости, но обращает внимание, на то, что некоторые положения дел не могут быть восстановлены, так как вероятность их регенерации равна нулю. По существу Курно опередил Больцмана, который описывал возможность регенерации необратимых процессов, как осуществимую с нулевой вероятностью.

5) Принцип Курно является составной частью не только классической стохастической математики, но и, современной теории игровых мартигалов, которая была создана математиками Шейфером и Вовком [8]. Эта теория интересна тем, что в отличие от традиционной теории вероятностей, где все утверждения доказаны с точностью до меры нуль, в ней теоремы оказываются категорическими утверждениями. В их теории принцип Курно был модернизирован следующим образом: в безрисковой честной игре невозможны ни бесконечный выигрыш, ни выигрыш, намного превышающий ставку.

6) Известные математики Леви, Фреше, сторонники субъективистской интерпретации теории вероятностей, придавали большое значение принципу Курно, так как, по их мнению, на основе совместного исполь-

зования принципа Курно и теоремы Бернулли обеспечивается объективация субъективистских вероятностей.

После рассуждений о значимости принципа Курно приведем соображения критического характера, связанные с его применением.

Проблемы использования принципа Курно в частотной интерпретации.

1) Принцип Курно не является универсальным, так как он запрещает реализацию сингулярных событий с ничтожными вероятностями. Однако область применимости частотной интерпретации не охватывает вероятности индивидуальных событий, и, по сути, он выходит за границы применимости частотной интерпретации.

2) Принцип Курно апеллирует к событиям с незначительными вероятностями, однако вероятности являются теоретическими величинами, а в частотной интерпретации они заранее не известны, и определяются на основе частотных характеристик. Согласно Алимову для корректного определения вероятности порядка 10^{-n} предполагается проведение 10^{n+1} испытаний.

3) Методология безусловного отвержения событий с малыми вероятностями реализации не согласуется с историей науки, так, например, в генетике известны реализации событий с ничтожными вероятностями.

4) Прагматика методологии безусловного отвержения событий с малыми вероятностями реализации основана на том, что применяя эту методологию, исследователь будет редко ошибаться. Однако неверно считать, что в случае реализации событий с ничтожными вероятностями, всегда необходимо считать фальсифицированными посылки, из которых эти события следуют. Приведем пример, иллюстрирующий, что посылки, на основе которых реализуется маловероятное событие, оказываются полностью истинными:

Если Джон – гражданин США, то он является президентом этой страны. То, что случайно выбранный американец, по имени Джон, окажется президентом США, является маловероятным событием, однако если Джон президент, то, безусловно, он гражданин Америки [4].

5) Дополнительная критика принципа Курно. По принципу Курно, маловероятные события, следующие из проверяемой гипотезы, невозможны. В технических науках, медицине, биологии часто используется распределение Гаусса. Маловероятные события для этого распределения относятся к хвостам этого распределения, поэтому в практике применения распределения Гаусса, с целью элиминации маловероятных событий,

как говорится, обрубают хвосты распределения. Однако для некоторых положений дел маловероятные события представляют наибольший интерес, например встреча с иной цивилизацией.

б) Выбор вероятностей на основе применения принципа Курно не является в полной мере объективным. По-нашему мнению применение принципа не является абсолютно объективным, а лишь относительно объективным. Дело в том, что в разных научных областях и сферах практической деятельности совсем не одинаковые требования к тому, что считать маловероятным событием.

Несмотря на прагматическую значимость принципа Курно, он не является универсальным, так как, запрещая появление маловероятных событий, он не принимает во внимание случайную составляющую вероятностного мира. По-нашему мнению, принцип Курно имеет вероятностно-детерминистский характер, он подходит для мира, где реализуются события с высокой вероятностью, а события с невысокой вероятностью оказываются лишь потенциально возможными. Многие замечательные теоремы в теории вероятностей, например, предельные теоремы, определяют условия, при которых, в случае большого числа испытаний, реализуются события с единичной или нулевой вероятностью. Эти теоремы описывают положения дел не в вероятностном, а в вероятностно-детерминистском мире; в последнем при значительном числе испытаний вероятности становятся практически постоянными, и случайность почти полностью элиминируется. Мандельброт говорил, что в классической теории вероятностей случайность является практически ручной, однако во фрактальной геометрии Мандельброта, случайность неустранима. На первый взгляд, идея о том, что теоремы из теории вероятностей имеют вероятностно-детерминистский характер, представляется парадоксальной. Однако особой парадоксальности здесь нет. Во-первых, для ряда явлений природы одинаково успешны как вероятностные, так и, детерминистские модели, например для описания рентгеновского излучения [9]. Во-вторых, во многих областях знания, где интенсивно используют вероятностные модели, в некоторых ситуациях предпочитают использовать детерминистские модели. Так, Гольц обосновывает большую адекватность вероятностно-детерминистских моделей по сравнению с вероятностными, на примере прогнозирования социально-экономических показателей развития территорий, изучаемых в области экономической географии [2]. Кроме того, известны дискуссии между Хесслоу, который подчеркивал целесообразность применения детерминистских моделей,

в медицине, и известным философом Суппесом и его последователями, утверждавшими преимущество вероятностных моделей в медицине. Отметим, что в этой дискуссии аргументация Хесслоу, который является профессиональным биохимиком, и имеет PhD по философии и биохимии представляется весьма убедительной [9,10]. Имеет смысл проведение сопоставительного анализа вероятностных и детерминистских моделей в современной науке.

Литература

1. *Алимов Ю.И.* Альтернатива методу математической статистики. М: Знание, 1980.
2. *Гольц Г.А., Гольц Г.Г., Картавенко Г.Г.* Методы преобразования массива социально-экономических показателей на региональном и федеральном уровнях // Известия РАН. Серия географическая. 2008. № 2. С. 13–26.
3. *Курно А.* Основы теории шансов и вероятностей. М: Наука, 1970.
4. *Cohen J.* The Earth is Round ($p < 0.05$) // *American Psychologist*. 1994. Vol. 49. № 12. P. 997–1003.
5. *Fisher R.A.* The design of experiments. Edinburgh: Oliver and Boud, 1966.
6. *Popper K.* The logic of scientific discovery. London: Routledge Classic, 1992
7. *Shafer G., Vovk V.* The Sources of Kolmogorov's Grundbegriffe // *Statistical Science*. 2006. Vol. 21, № 1. P. 70–98.
8. *Shafer G., Vovk V.* Probability and Finance It's Only a Game! N.Y.: A Wiley- Interscience Publication, 2001.
9. *Suppes P.* Probabilistic metaphysics. Oxford: Basil Blackwell, 1984.
10. *Hesslow G.* Probability and determinism // *Philosophy of science*. 1981. №48. P. 591–605.

References

1. *Alimov Yu.I.* (1980). Alternativa metodu matematicheskoy statistiki [An Alternative to the Method of Mathematical Statistics]. Moscow, Znanie Publ. (In Russ.).
2. *G.A. Gols, G.G. Golts, G.G. Kartavenko.* (2008) Metody preobrazovaniya massiva sotsialno-ekonomicheskikh pokazateley na regionalnom i federalnom urovnyakh. [Methods for transformation of an array of social-economic indices at regional and federative levels]. Izvestiya RAN. Seriya: Geograficheskaya, 2, 13–26. (In Russ.).
3. *Kurno A.* (1970). Osnovy teorii shansov i veroyatnostey [Exposition of the theory of chances and probabilities]. Moscow, Nauka Publ. (In Russ.).
4. *Cohen J.* (1994) The Earth is Round ($p < 0.05$). *American Psychologist*, 4, 997–1003.
5. *Fisher R.A.* (1966). The design of experiments. Edinburgh: Oliver and Boud, 1966.
6. *Popper K.* (1992) The logic of scientific discovery. London: Routledge Classic
7. *Shafer G., Vovk V.* (2006) The Sources of Kolmogorov's Grundbegriffe. *Statistical Science*, 21, 70–98.
8. *Shafer G., Vovk V.* (2001) Probability and Finance It's Only a Game! – N.Y.: A Wiley- Interscience Publication.

9. *Suppes P.* (1984) Probabilistic metaphysics. Oxford: Basil Blackwell.
10. *Hesslow G.* (1981) Probability and determinism. *Philosophy of science*, 48, 591–605.

Информация об авторе

Резников Владимир Моисеевич – кандидат философских наук, доцент, старший научный сотрудник, Института философии и права СО РАН (630090, г. Новосибирск, ул. Николаева 8); доцент кафедры логики и методологии науки Новосибирского исследовательского государственного университета (630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова 2, e-mail: mathphil1976@gmail.com)

Information about the author

Reznikov Vladimir Moiseevich – Ph.D (Philosophy), associate professor, senior researcher of Institute of Philosophy and Law, SB RAS (8, Nikolaev st., Novosibirsk, 630090); associate professor of the Department of Logic and Methodology of Science at Novosibirsk National Research State University (2, Pirogov st., Novosibirsk, 630090, Russia, e-mail: mathphil1976@gmail.com)

Дата поступления 02.09.2019