

**ВЛИЯНИЕ РЕАКЦИЙ КОНДЕНСИРОВАННОЙ ФАЗЫ ПОРОХА
НА УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА ГОРЕНИЯ**

В. Н. Виллюнов, А. П. Руднев

(Томск)

В рамках линейной теории исследуется низкочастотная устойчивость горения пороха в полузамкнутой камере при учете тепловыделения и инерционности конденсированной фазы (k -фазы). Рассматривается случай реакции первого порядка. Показывается, что наличие экзотермического химического разложения k -фазы повышает устойчивость процесса горения. Дана интерпретация результатов численного счета.

1. Постановка задачи. При теоретическом исследовании устойчивости горения пороха как в неограниченном объеме, так и в полузамкнутой камере (см. обзор [1], а также [2] и др.) обычно полагается, что реакционный слой k -фазы бесконечно тонкий, а следовательно, безынерционный. В действительности он имеет конечную ширину. При этом согласно современным представлениям о горении [3], реакции, протекающие в k -фазе, поставляют собой большую часть суммарного тепла, идущего на ее прогрев.

Предполагается, что в k -фазе протекает химическая реакция первого порядка. В этом случае разложение исходного компонента и распространение тепла в стационарных условиях описываются системой уравнений

$$(1.1) \quad \kappa \frac{d^2 T^\circ}{dx^2} - u^\circ \frac{dT^\circ}{dx} + \frac{Qz}{\rho_0 c_0} a^\circ \exp\left(-\frac{E}{R_0 T^\circ}\right) = 0$$

$$(0 > x > -\infty)$$

$$(1.2) \quad \rho_0 u^\circ \frac{da^\circ}{dx} + za^\circ \exp\left(-\frac{E}{R_0 T^\circ}\right) = 0$$

(начало координат помещено на поверхности горения) с условиями

$$T^\circ(0) = T_1^\circ, \quad T^\circ(-\infty) = T_0, \quad a^\circ(0) = b^\circ, \quad a^\circ(-\infty) = 1$$

Здесь x — пространственная координата; $T^\circ(x)$ — температура; $a^\circ(x)$ — относительная концентрация исходного вещества; b° — глубина диспергирования; T_1° — температура на поверхности; T_0 — начальная температура; u° — скорость горения; ρ_0, c_0, κ — соответственно плотность, удельная теплоемкость и коэффициент температуропроводности; E — энергия активации; z — предэкспонент; Q — тепловой эффект; R_0 — универсальная газовая постоянная; градус отмечает величины в стационарных условиях.

Первый интеграл (1.1), (1.2) дает связь между градиентом температуры на поверхности со стороны k -фазы f° , глубиной диспергирования и другими параметрами

$$(1.3) \quad f^\circ = \frac{u^\circ}{\kappa} (T_1^\circ - T_0) - \frac{Q u^\circ}{\kappa c_0} (1 - b^\circ)$$

которая справедлива в стационарном режиме горения.

Найдем решение системы (1.1), (1.2), полагая скорость u° известной. Учитывая аррениусовскую зависимость тепловыделения от температуры, перейдем от (1.1), (1.2) к двум системам уравнений, приближенно описы-

вающим выгорание и распространение тепла в реакционном и михельсоновском (прогретом) слоях k -фазы. В михельсоновском слое соответствующее решение записывается в виде

$$(1.4) \quad \theta_0^\circ(\xi) = H \exp(\xi - \xi_1), \quad a_0^\circ(\xi) = 1 \quad (\xi_1 \geq \xi > -\infty)$$

Здесь $\xi, \theta_0^\circ(\xi)$ — безразмерные координата и температура

$$\xi = xu^\circ/\kappa, \quad \theta_0^\circ(\xi) = (T^\circ - T_0)/(T_1^\circ - T_0)$$

(при переходе к безразмерной температуре в качестве масштаба используется величина $T_1^\circ - T_0$, нижними индексами 0 и 1 отмечаются величины в прогретом и реакционном слоях соответственно), величина ξ_1 связана с размерной шириной реакционного слоя x_1 равенством

$$\xi_1 = -x_1 u^\circ/\kappa$$

H — безразмерная температура на границе сопряжения между зонами реакции и прогрета k -фазы.

В реакционном слое аппроксимируем экспоненту параболой, коэффициенты которой определим из условия совпадения экспоненты и параболы на поверхности горения (точка $T^\circ = T_1^\circ$) и в точках, в которых $\exp[-E/(R_0 T^\circ)]$ меньше величины $\exp[-E/(R_0 T_1^\circ)]$ в e и e^2 раз (точки $T^\circ = ET_1^\circ/(E + R_0 T_1^\circ)$ и $T^\circ = ET_1^\circ/(E + 2R_0 T_1^\circ)$). Учитывая, что стационарная скорость горения выражается через кинетические и теплофизические характеристики k -фазы по формуле [4] (аналогичная формула независимо получена также в [5])

$$(1.5) \quad (u^\circ)^2 = \frac{2\kappa z R_0 (T_1^\circ)^2 \exp[-E/(R_0 T_1^\circ)]}{(1 - b^\circ) \rho_0 E [T_1^\circ - T_0 - (1 - b^\circ) Q/(2c_0)]}$$

из (1.1), (1.2) получим уравнения

$$(1.6) \quad \frac{d^2 \theta_1^\circ}{d\xi^2} - \frac{d\theta_1^\circ}{d\xi} + \frac{G_1 a_1^\circ}{b^\circ} [1 - B(1 - \theta_1^\circ) + C(1 - \theta_1^\circ)^2] = 0$$

$$(0 > \xi \geq \xi_1)$$

$$(1.7) \quad \frac{da_1^\circ}{d\xi} + G_2 a_1^\circ [1 - B(1 - \theta_1^\circ) + C(1 - \theta_1^\circ)^2] = 0$$

с условиями

$$\theta_1^\circ(0) = 1, \quad a_1^\circ(0) = b^\circ$$

Здесь $\theta_1^\circ(\xi), a_1^\circ(\xi)$ — безразмерные температура и концентрация исходного компонента в реакционном слое k -фазы

$$\lambda = \frac{Q(1 - b^\circ)}{c_0(T_1^\circ - T_0)}, \quad g = \frac{E(T_1^\circ - T_0)}{R_0(T_1^\circ)^2}, \quad B \approx \frac{g(e - 1)(3e - 1)}{2e^2}$$

$$C \approx \frac{g^2(e - 1)^2}{2e^2}, \quad G_1 = \frac{b^\circ g \lambda}{2} \left(1 - \frac{\lambda}{2}\right), \quad G_2 = \frac{(1 - b^\circ)g}{2} \left(1 - \frac{\lambda}{2}\right)$$

Параметр λ представляет собой отношение количества тепла, поставляемого экзотермическими реакциями в k -фазе, к общему (физическому) запасу тепла в k -фазе. Величина, обратная g , определяет относительную долю температурного интервала, где существенна химическая реакция. Для типичных условий горения $\lambda \leq 1, g \gg 1$. В частности, для нитроглицеринового пороха при комнатной температуре и давлениях ракетного диапазона имеем [3]: $\lambda \approx 0.7 \div 0.9, g \approx 10 \div 14$.

Разлагая в (1.6), (1.7) температуру и концентрацию в ряд в окрестности $\xi = 0$, найдем решение в реакционном слое k -фазы

$$(1.8) \quad \theta_1^\circ = 1 + \alpha\xi + (\alpha - G_1) \xi^2/2 + [\alpha + G_1(G_2 - 1 - \alpha B)]\xi^3/6 + \\ + \{\alpha - G_1[1 + 2\alpha(B + \alpha C) - BG_1 + G_2(G_2 - 1 - 3\alpha B)]\} \xi^4/24 + \dots \\ (0 \geq \xi \geq \xi_1)$$

$$(1.9) \quad a_1^\circ = b^\circ \{1 - G_2\xi + G_2(G_2 - \alpha B)\xi^2/2 - \\ - G_2[2\alpha^2 C + B(\alpha - G_1) - G_2(3\alpha B - G_2)] \xi^3/6 + \dots\}$$

где $\alpha = d\theta_1^\circ(0) / d\xi$ — безразмерный градиент температуры на поверхности горения со стороны k -фазы.

Входящие в (1.4), (1.8), (1.9) величины H и α определим из условия «сшивки» решений (совпадения температур и их производных) при $\xi = \xi_1$. С точностью до малых третьего порядка получим

$$H = 1 + \xi_1 + (1 + G_1)\xi_1^2/2 + [1 + 2G_1(1 + B - G_2)]\xi_1^3/6 \\ \alpha = 1 + G_1 \{ \xi_1 + (B - G_2) \xi_1^2/2 + [2C + B(1 - 3G_2 + 2G_1) + \\ + G_2^2] \xi_1^3/6 \}$$

Принимая условно за ширину реакционного слоя расстояние от поверхности k -фазы, на котором скорость темпловыделения уменьшается в e^2 раз по сравнению со скоростью темпловыделения на поверхности, получим

$$x_1 = \frac{\kappa}{u^\circ} \left\{ \frac{1 + G_1}{N} - [(M^2 + L^3)^{1/2} - M]^{1/3} + [(M^2 + L^3)^{1/2} + M]^{1/3} \right\} \\ N = 1 + 2G_1(1 + B - G_2), \quad L = \frac{2}{N} - \left(\frac{1 + G_1}{N} \right)^2 \\ M = \left(\frac{1 + G_1}{N} \right)^3 + \frac{3}{N} \left(\frac{2 - \ln b^\circ}{g} - \frac{1 + G_1}{N} \right)$$

Исследуем устойчивость стационарного режима горения при малых возмущениях. В линейном приближении безразмерные давление, скорость горения, температура и концентрация исходного компонента в реакционном и прогревом слоях k -фазы, глубина диспергирования, температура и градиент температуры на поверхности представляются в виде

$$\eta = \frac{p}{p^\circ} = 1 + \eta_1\psi(\tau), \quad v = \frac{u}{u^\circ} = 1 + v_1\psi(\tau), \quad \theta_1 = \theta_1^\circ(\xi) + \theta_{11}(\xi)\psi(\tau) \\ a_1 = a_1^\circ(\xi) + a_{11}(\xi)\psi(\tau), \quad \theta_0 = \theta_0^\circ(\xi) + \theta_{00}(\xi)\psi(\tau), \quad a_0 = 1 \\ b = b^\circ + b_1\psi(\tau), \quad \vartheta = \theta_1(0, \tau) = 1 + \vartheta_1\psi(\tau), \\ \varphi = \frac{\partial \theta_1(0, \tau)}{\partial \xi} = \alpha + \varphi_1\psi(\tau)$$

где $\tau = t(u^\circ)^2/\kappa$ — безразмерное время; $\eta_1, v_1, \theta_{11}(\xi), a_{11}(\xi), \theta_{00}(\xi), b_1, \vartheta_1, \varphi_1$ по модулю много меньше соответствующих стационарных величин; функция $\psi(\tau)$ определяет изменение безразмерных переменных во времени.

Пользуясь известным методом [6], перейдем от стационарных формул

$$u^\circ = u^\circ(p, T_0), \quad T_1^\circ = T_1^\circ(p, T_0), \quad b^\circ = b^\circ(p, T_0)$$

к формулам

$$(1.10) \quad u = u(p, f), \quad T_1 = T_1(p, f), \quad b = b(p, f)$$

справедливым в нестационарных условиях. Здесь $f = \partial T(0, t) / \partial x$ — градиент температуры на поверхности со стороны k -фазы.

В линейном приближении из (1.10) при учете (1.3) получим

$$(1.11) \quad \left[k(1-\lambda) + r - 1 + \frac{\lambda m b^\circ}{1-b^\circ} \right] v_1 = \\ = \left[v \left(r - 1 + \frac{\lambda m b^\circ}{1-b^\circ} \right) - k \left(\mu + \frac{\lambda \beta b^\circ}{1-b^\circ} \right) \right] \eta_1 + \frac{k(1-\lambda)}{\alpha} \varphi_1$$

$$(1.12) \quad \left[k(1-\lambda) + r - 1 + \frac{\lambda m b^\circ}{1-b^\circ} \right] \theta_1 = \\ = \left\{ \mu \left[k(1-\lambda) - 1 + \frac{\lambda m b^\circ}{1-b^\circ} \right] - r \left[v(1-\lambda) + \frac{\lambda \beta b^\circ}{1-b^\circ} \right] \right\} \eta_1 + \\ + \frac{r(1-\lambda)}{\alpha} \varphi_1$$

$$(1.13) \quad \left[k(1-\lambda) + r - 1 + \frac{\lambda m b^\circ}{1-b^\circ} \right] \frac{b_1}{b^\circ} = \\ = \left\{ \beta \left[k(1-\lambda) + r - 1 \right] - m \left[v(1-\lambda) + \mu \right] \right\} \eta_1 + \frac{m(1-\lambda)}{\alpha} \varphi_1$$

где параметры k, v, r, μ, m, β соответственно характеризуют степень зависимости скорости горения, температуры поверхности и глубины диспергирования от начальной температуры и давления

$$k = (T_1^\circ - T_0) \left(\frac{\partial \ln u^\circ}{\partial T_0} \right)_p, \quad v = \left(\frac{\partial \ln u^\circ}{\partial \ln p} \right)_{T_0}, \quad r = \left(\frac{\partial T_1^\circ}{\partial T_0} \right)_p \\ \mu = \frac{1}{T_1^\circ - T_0} \left(\frac{\partial T_1^\circ}{\partial \ln p} \right)_{T_0}, \quad m = (T_1^\circ - T_0) \left(\frac{\partial \ln b^\circ}{\partial T_0} \right)_p, \quad \beta = \left(\frac{\partial \ln b^\circ}{\partial \ln p} \right)_{T_0}$$

В нестационарных условиях инерционность k -фазы учитывается уравнениями теплопроводности и химической кинетики

$$(1.14) \quad \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - v \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \frac{Qz\kappa a}{\rho_0 c_0 (T_1^\circ - T_0) (u^\circ)^2} \exp \left[-\frac{E}{R_0 T(\theta)} \right] \\ (\theta > \xi > -\infty)$$

$$(1.15) \quad \frac{\partial a}{\partial \tau} + v \frac{\partial a}{\partial \xi} + \frac{z\kappa a}{\rho_0 (u^\circ)^2} \exp \left[-\frac{E}{R_0 T(\theta)} \right] = 0$$

с условиями

$$\theta(0, \tau) = \theta, \quad \theta(-\infty, \tau) = 0, \quad a(0, \tau) = b, \quad a(-\infty, \tau) = 1$$

Как и при решении (1.1), (1.2), произведем расщепление системы (1.14), (1.15) на две. Линеаризуя (1.14), (1.15) в реакционном слое и используя параболическую аппроксимацию экспоненты и формулу (1.5), приходим к уравнениям

$$(1.16) \quad \frac{d^2 \theta_{11}}{d\xi^2} - \frac{d\theta_{11}}{d\xi} - \frac{\theta_{11}}{\psi} \frac{d\psi}{d\tau} + \frac{G_1}{b^\circ} [1 - B(1 - \theta_1^\circ)] + \\ + C(1 - \theta_1^\circ)^2 (a_{11} + g a_1^\circ \theta_{11}) - v_1 \frac{d\theta_1^\circ}{d\xi} = 0 \\ (0 > \xi \geq \xi_1)$$

$$(1.17) \quad \frac{d a_{11}}{d\xi} + G_2 [1 - B(1 - \theta_1^\circ) + C(1 - \theta_1^\circ)^2] (a_{11} + g a_1^\circ \theta_{11}) + \\ + \frac{a_{11}}{\psi} \frac{d\psi}{d\tau} + v_1 \frac{d a_1^\circ}{d\xi} = 0$$

с условиями

$$\theta_{11}(0) = \hat{\theta}_1, \quad a_{11}(0) = b_1 \quad \leftarrow$$

В прогретом слое линеаризация (1.14), (1.15) приводит к уравнению

$$(1.18) \quad \frac{d^2\theta_{00}}{d\xi^2} - \frac{d\theta_{00}}{d\xi} - \frac{\theta_{00}}{\psi} \frac{d\psi}{d\tau} - v_1 \frac{d\theta_0^\circ}{d\xi} = 0$$

$$a_{00}(\xi) = 0 \quad (\xi_1 \geq \xi > -\infty)$$

с условием

$$\theta_{00}(-\infty) = 0$$

Интегрируя (1.16) — (1.18) в соответствующих областях при заданной функции $\psi(\tau)$ и сопрягая температурные распределения при $\xi = \xi_1$, найдем приближенное решение уравнений (1.14), (1.15).

Изменение давления в полузакнутой камере подчиняется уравнению баланса

$$(1.19) \quad \frac{V}{RT_2} \frac{dP}{dt} = \sigma \rho_0 u - AF_* p$$

Здесь T_2 — температура газов в камере (T_2 полагается постоянной), V — свободный объем камеры, σ — поверхность горения пороха, F_* — площадь критического сечения сопла, R — удельная газовая постоянная, A — коэффициент истечения. В линейном приближении (1.19) принимает вид

$$(1.20) \quad \frac{v_1}{\eta_1} = 1 + \frac{\chi}{\psi} \frac{d\psi}{d\tau}$$

где χ — отношение времен релаксации прогретого слоя k -фазы t_1 и камеры t_2

$$\chi = \frac{t_2}{t_1}, \quad i_1 = \frac{\kappa}{(u^\circ)^2}, \quad t_2 = \frac{V}{AF_* RT_2}$$

Анализируя систему (1.11) — (1.13), (1.16) — (1.18), (1.20) на устойчивость, получим, что при непрерывном изменении коэффициента затухания при переходе через критический режим граница устойчивого горения находится из уравнений

$$(1.21) \quad (A_1 k - A_2)(A_3 k - v A_2) - (B_1 k + B_2)(B_3 k - v B_2) = \\ = (A_1 k - A_2)^2 + (B_1 k + B_2)^2$$

$$(1.22) \quad \chi = \frac{(A_1 k - A_2)(B_3 k - v B_2) + (B_1 k + B_2)(A_3 k - v A_2)}{\gamma [(A_1 k - A_2)^2 + (B_1 k + B_2)^2]}$$

Здесь $\gamma = \omega \kappa / (u^\circ)^2$ — безразмерная действительная частота

$$A_1 = (1 - \lambda)(\alpha \Phi_1 - W_1)$$

$$A_2 = (1 - \lambda)(r Y_1 + m X_1) - \alpha \Phi_1 \left(r - 1 + \frac{\lambda m b^\circ}{1 - b^\circ} \right)$$

$$A_3 = (1 - \lambda)(\mu Y_1 + \beta X_1) - \alpha \Phi_1 \left(\mu + \frac{\lambda \beta b^\circ}{1 - b^\circ} \right)$$

$$B_1 = (1 - \lambda)(\alpha \Phi_2 + W_2)$$

$$B_2 = \alpha \Phi_2 \left(r - 1 + \frac{\lambda m b^\circ}{1 - b^\circ} \right) + (1 - \lambda)(r Y_2 + m X_2)$$

$$B_3 = \alpha \Phi_2 \left(\mu + \frac{\lambda \beta b^\circ}{1 - b^\circ} \right) + (1 - \lambda)(\mu Y_2 + \beta X_2)$$

$$\begin{aligned}
\Phi_1 &= 1 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\gamma}{R_1}\right) \left(\xi_1 + \frac{\xi_1^2}{2} + \frac{\xi_1^3}{6}\right) - gG_1 \frac{\xi_1^2}{2} + \\
&+ \left\{ \gamma R_1 + gG_1 \left[3G_2 - 2(B+1) + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\gamma}{R_1}\right) \right] \right\} \frac{\xi_1^3}{6} \\
\Phi_2 &= R_1 \left[\xi_1 + \frac{\xi_1^2}{2} + (1 - gG_1) \frac{\xi_1^3}{6} \right] - \gamma \left[1 + \left(3 - \frac{\gamma}{R_1}\right) \frac{\xi_1}{6} \right] \frac{\xi_1^2}{2} \\
W_1 &= \frac{HR_1}{\gamma} - \xi_1 - \left\{ 1 - G_2 + (B - G_2)\xi_1 + \frac{1}{2} \left(3 - \frac{\gamma}{R_1}\right) \left(1 + \right. \right. \\
&+ G_1\xi_1) - \left. \left[2 + g + B - G_2(2G_2 - 3B) - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\gamma}{R_1}\right) (1 + G_2) \right] \times \right. \\
&\times \left. \left. \frac{\xi_1}{3} \right\} G_1 \frac{\xi_1^2}{2} - \left(2 - \frac{\gamma}{R_1}\right) \frac{\xi_1^3}{6} \\
W_2 &= \frac{H}{2\gamma} \left(1 - \frac{\gamma}{R_1}\right) + R_1 \frac{\xi_1^2}{2} + \{2R_1 - \gamma + G_1[2R_1 - G_2(\gamma + R_1)]\} \frac{\xi_1^3}{6} \\
Y_1 &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\gamma}{R_1}\right) - \frac{\gamma\xi_1^2}{2} \left[R_1 + (R_1 - \gamma) \frac{\xi_1}{3} \right] + gG_1 \left\{ \xi_1 + \right. \\
&+ \left. \left[B(1 + G_1\xi_1) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\gamma}{R_1}\right) - 2G_2 \right] \frac{\xi_1^2}{2} + [B + 2C - \right. \\
&- (g + B)G_1 + (1 + B) \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\gamma}{R_1}\right) - G_2 \left(1 - \frac{\gamma}{R_1} - 3G_2 + 6B\right) \right] \frac{\xi_1^3}{6} \left. \right\} \\
Y_2 &= R_1 - \gamma\xi_1 - \frac{\gamma\xi_1^2}{4} \left(1 - \frac{\gamma}{R_1}\right) \left(1 + \frac{\xi_1}{3}\right) - \\
&- gG_1 \frac{\xi_1^2}{2} \left\{ R_1 + [R_1(1 + B - 2G_2) - \gamma(2 + G_2)] \frac{\xi_1}{3} \right\} \\
X_1 &= G_1 \left\{ \xi_1 + \left[B(1 + G_1\xi_1) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\gamma}{R_1}\right) - G_2 \right] \frac{\xi_1^2}{2} + \right. \\
&+ \left. \left[B + 2C - (g + B)G_1 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\gamma}{R_1}\right) (1 + B) - \gamma(\gamma + R_1) - \right. \right. \\
&- \left. \left. G_2 \left(3B + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\gamma}{R_1}\right) - G_2\right) \right] \frac{\xi_1^3}{6} \right\} \\
X_2 &= -G_1 \frac{\xi_1^2}{2} \left\{ \gamma + R_1 + \left[2\gamma(B - G_2) + R_1(B + 1 - G_2) - \right. \right. \\
&- \left. \left. \frac{\gamma}{2} \left(1 + \frac{\gamma}{R_1}\right) \right] \frac{\xi_1}{3} \right\} \\
R_1 &= 2^{-3/2} [(1 + 16\gamma^2)^{1/2} - 1]^{1/2}
\end{aligned}$$

Задав частоту и физико-химические параметры k -фазы, из (1.21), (1.22) находим k и χ , отвечающие пределу устойчивости.

В квазистационарном режиме ($\gamma \sim 0$) потеря устойчивости происходит в случае

$$(1.23) \quad v = 1 + \frac{\alpha N_1 [1 - \lambda + \mu + \lambda\beta b^\circ / (1 - b^\circ)] - (1 - \lambda)(N_2 + \mu N_3 + \beta N_4)}{\alpha N_1 [r - 1 + \lambda m b^\circ / (1 - b^\circ)] - (1 - \lambda)(r N_3 + m N_4)} k$$

где

$$N_1 = 1 - gG_1 \frac{\xi_1^2}{2} \left[1 + (1 + 2B - 3G_2) \frac{\xi_1}{3} \right]$$

$$N_2 = 1 + G_1 \frac{\xi_1^2}{2} \left\{ G_2 + [g + G_2(3B - 2G_2)] \frac{\xi_1}{3} \right\}$$

$$N_3 = 1 + gG_1 \left\{ \xi_1 + (B - 2G_2) \frac{\xi_1^2}{2} + [B + 2C + \right. \\ \left. + G_1(2B - g) + 3G_2(G_2 - 2B)] \frac{\xi_1^3}{6} \right\}$$

$$N_4 = G_1 \left\{ \xi_1 + (B - G_2) \frac{\xi_1^2}{2} + [B + 2C + G_1(2B - g) + \right. \\ \left. + G_2(G_2 - 3B)] \frac{\xi_1^3}{6} \right\}$$

Как показали расчеты (таблица), для типичных условий горения критическая величина v может принимать значения как большие, так и меньшие единицы. В таблице приведены расчетные значения правой части (1.23) v_* в зависимости от параметров. Здесь и далее в расчетах принято, что глубина диспергирования убывает с ростом давления и уменьшением начальной температуры, что совпадает с качественными оценками и предварительными опытными данными. Видно, что для T_s — модели горения [7] величина $v_* > 1$, для Q — модели $v_* < 1$.

Модель горения	r	μ	λ	g	b°	m	β	v_*	k_*
[8, 11]	0	0	0	∞				1	1
[9]	$\neq 0$	$\neq 0$	0	∞				1	
[10]			0.84		0.5				6.4
А. Д. Марголин			0.51		0.7				2.02
			0.17		0.9				1.2
	0	0	0.84		0.5	0.4			4.23
	0	0	0.51		0.7	0.4			1.07
	0	0	0.17		0.9	0.4			0.47
	0	0	0.25	10	0.5	0.2	-0.05	1-0.04 k	
	0	0	0.5	10	0.5	0.2	-0.05	1-0.01 k	
	0	0	0.75	10	0.5	0.2	-0.05	1+0.03 k	
Данная работа	0	0	0.75	5	0.5	0.2	-0.05	1-0.01 k	
	0	0	0.75	15	0.5	0.2	-0.05	1+0.04 k	
	0	0	0.75	10	0.5	0	-0.05	1+0.02 k	
	0	0	0.75	10	0.5	0.4	-0.05	1+0.03 k	
	0	0	0.75	10	0.5	0.2	0	1-0.02 k	
	0	0	0.75	10	0.5	0.2	-0.1	1+0.07 k	
	1/3	0.1	0.25	10	0.5	0.2	-0.05	1-0.04 k	
	1/3	0.1	0.5	10	0.5	0.2	-0.05	1-0.07 k	
	1/3	0.1	0.75	10	0.5	0.2	-0.05	1-0.1 k	
	1/3	0.1	0.75	5	0.5	0.2	-0.05	1-0.15 k	
	1/3	0.1	0.75	15	0.5	0.2	-0.05	1-0.08 k	
	1/3	0.1	0.75	10	0.5	0	-0.05	1-0.08 k	
	1/3	0.1	0.75	10	0.5	0.4	-0.05	1-0.13 k	
	1/3	0.1	0.75	10	0.5	0.2	0	1-0.16 k	
	1/3	0.1	0.75	10	0.5	0.2	-0.1	1-0.03 k	

В пренебрежении теплом от химических реакций в k -фазе ($\lambda \sim 0$) из (1.23), как частный случай, следует известное ранее условие срыва устойчивости в полузамкнутой камере: $v_* = 1$ [8,9].

Исследование возможности скачкообразного срыва горения показывает, что этот тип потери устойчивости имеет место лишь для модели горения с постоянной температурой поверхности при

$$(1.24) \quad k = \frac{1}{1-\lambda} \left(1 - \frac{\lambda b^\circ m}{1-b^\circ} \right) \quad (\lambda < 1)$$

Аналогичный критерий устойчивого горения, качественно совпадающий с (1.24), ранее был получен А. Д. Марголиным [10].

При $\lambda \sim 0$ из (1.24) следует критерий срыва горения, полученный Я. Б. Зельдовичем [11]: $k_* = 1$.

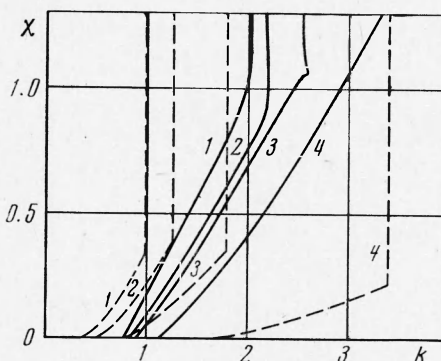
Численные расчеты правой части (1.24) k_* при $Q = 270 \text{ кал/г}$, $T_1^\circ - T_0 = 400^\circ \text{ С}$, $m = 0.4$, $c_0 = 0.4 \text{ кал/г}\cdot\text{град}$ в зависимости от глубины диспергирования приведены в таблице. Для сравнения указаны также критические значения k в [11] и [10]. Из критерия (1.24) и таблицы видно, что при учете конечной ширины зоны экзотермической реакции в k -фазе существуют устойчивые режимы и при $k > 1$.

Из (1.24) следует, что при значениях $\lambda \neq 0$, $b^\circ \ll 1$, когда диспергирование мало (повышенные давления), стационарный режим горения устойчив при значениях $k > 1$ (в зависимости от величины λ). В другом предельном случае ($b^\circ \sim 1$, $m > 0$), при осуществлении пониженных начальных температур, режим горения может оказаться неустойчивым и при значениях $k < 1$.

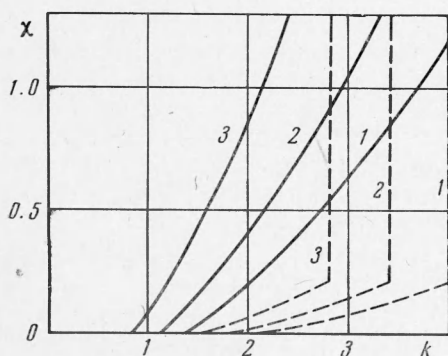
2. Анализ результатов численного счета по формулам (1.21), (1.22).

Влияние параметра λ на устойчивость горения иллюстрируется фиг. 1. Кривые 1, 2, 3, 4 построены соответственно при $\lambda = 0, 0.25, 0.5, 0.75$ для $\nu = 2/3$, $g = 10$, $b^\circ = 0.5$, $m = 0.2$, $\beta = -0.05$. Пунктирные кривые получены для случая постоянной температуры поверхности ($r = \mu = 0$), сплошные — для переменной температуры ($r = 1/3$, $\mu = 0.1$). Это замечание относится и к фиг. 2, 3, 4.

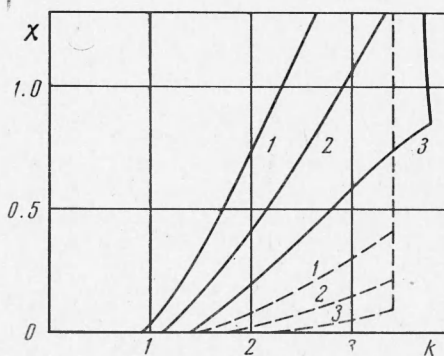
Увеличение параметра λ значительно расширяет область существования устойчивых стационарных режимов. Физически это означает, что при



Фиг. 1



Фиг. 2

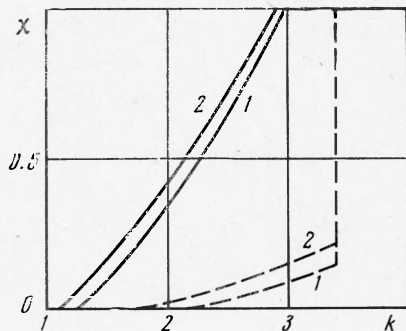


Фиг. 3

увеличении в общем (физическом) запасе тепла в порохе доли тепла, поставляемой химической реакцией в k -фазе, уменьшается тепловое влияние газовой фазы на конденсированную. Тепловое состояние k -фазы начинает все больше определяться теплом, вырабатываемым твердофазной реакцией, что и ведет к стабилизации процесса горения.

Улучшение устойчивости при учете химической реакции в k -фазе отмечалось также в работах [12,13], в которых рассматривались иные условия и модели горения. При этом в основу исследования [13] положено физически малооправданное допущение о том, что химическая реакция в k -фазе имеет нулевой порядок. Такой подход обусловил некорректность постановки задачи и уменьшение числа характерных параметров, определяющих окончательное решение.

Увеличение параметра m дестабилизирует процесс горения (фиг. 2). Здесь зависимости 1, 2, 3 получены соответственно при $m = 0, 0.2, 0.4$



Фиг. 4

Кривые 1, 2 получены соответственно при $g = 5, 10$ для $\nu = 2/3$, $\lambda = 0.75$, $b^0 = 0.5$, $m = 0.2$, $\beta = -0.05$. Рост g снижает устойчивость горения. Увеличение параметра g означает увеличение энергии активации реакции в конденсированной фазе, т. е. сужение зоны тепловыделения в k -фазе.

Численные расчеты показали, что ширина реакционного слоя в среднем составляет 20—30% величины κ / u^0 .

Изложенный выше подход является феноменологическим. Он учитывает суммарную экзотермичность разложения k -фазы, диспергирование и является обобщением ранее известных методов.

Показано, что модель горения с $T_1 = \text{const}$ и учетом переменности коэффициента диспергирования способна качественно объяснить многие экспериментальные результаты. Это означает, что существен не столько учет инерционности зоны реакции, сколько наличие тепловыделения от реакций.

К сожалению, пока еще нет надежных экспериментальных данных по зависимости глубины диспергирования от начальной температуры и давления, которая в основном определяет тепловыделение, поэтому количественное сравнение теории и эксперимента пока еще затруднено.

Поступила 10 IV 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Новожилов Б. В. Теория нестационарного горения гомогенных порохов. Физика горения и взрыва, 1968, т. 4, № 4.
2. Вилюнов В. Н., Руднев А. П. О необходимых условиях устойчивого горения пороха в полузамкнутой камере. ПМТФ, 1972, № 6.
3. Мальцев В. М., Погил П. Ф. Оценка теплового эффекта начальной стадии горения порохов и ВВ. ПМТФ, 1963, № 2.
4. Вилюнов В. Н. К математической теории стационарной скорости горения конденсированных веществ. Докл. АН СССР, 1961, т. 136, № 1.
5. Мержанов А. Г., Дубовицкий Ф. И. К теории стационарного горения пороха. Докл. АН СССР, 1959, т. 129, № 1.

6. Зельдович Я. Б. О скорости горения пороха при переменном давлении. ПМТФ, 1964, № 3.
 7. Новиков С. С., Рязанцев Ю. С. Анализ математических моделей горения конденсированной фазы. Докл. АН СССР, 1964, т. 157, № 5.
 8. Зельдович Я. Б. Об устойчивости режима горения пороха в полузамкнутом объеме. ПМТФ, 1963, № 1.
 9. Новожилев Б. В. Устойчивость стационарного режима горения пороха в полузамкнутом объеме. Физика горения и взрыва, 1967, т. 3, № 1.
 10. Истратов А. Г., Либрович В. Б. Об устойчивости горения пороха. ПМТФ, 1964, № 5.
 11. Зельдович Я. Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ. ЖЭТФ, 1942, т. 12, вып. 11, 12.
 12. Максимов Э. И., Шкадинский К. Г. Об устойчивости стационарного горения безгазовых составов. Физика горения и взрыва, 1971, т. 7, № 3.
 13. Романов О. Я., Шелухин Г. Г. К теории устойчивости горения пороха. В кн. «Горение и взрыв». М., «Наука», 1972.
-