ЛИТЕРАТУРА

1. Nuckolls J., Wood L., Thiessen G., Zimmerman G. Laser compression of matter to super-high densities: thermonuclear (CTR) applications.— Nature, 1972, vol. 139, N 2.
2. Clark J. S., Fisher H. N., Mason R. J. Laser-driven implosion of spherical DT targets to thermonuclear burn conditions.— Phys. Rev. Lett., 1973, vol. 30, N 2.
3. Прохоров А. М., Анисимов С. И., Пашинин П. П. Лазерный термоядерный синтез.— УФН, 1976, т. 119, № 3.
4. Kidder R. E. Laser-driven compression of hollow shells: power requirements and stability limitations.— Nucl. Fusion, 1976, vol. 16, N 1.
5. Анисимов С. И. О переходе водорода в металлическое состояние в волне сжатия, инициированной лазерным импульсом.— Письма в ЖЭТФ, 1972, т. 16, № 10.
6. Анисимов С. И., Иванов М. Ф., Иногамов Н. А., Пашинин П. П., Прохоров А. М. Численное моделирование процессов лазерного сжатия и нагрева простых оболочечных мишеней.— Физ. плазмы, 1977, т. 3, № 4.
7. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., Наука, 1966.
8. Брушлинский К. В., Каждан Я. М. Об автомодельных решениях некоторых задач газовой динамики.— УМН, 1963, т. 18, № 1.
9. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., Наука, 1966.

УДК 533.932

ДИФФУЗИЯ И ПЕРЕНОС ТЕПЛА В МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ПОЛНОСТЬЮ ИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЕ

В. М. Жданов, П. Н. Юшманов

(*Москва*)

В лабораторной плазме, особенно высокотемпературной, существенную роль играют примеси, поступающие со стенок разрядной камеры, диафрагм и т. д. Даже небольшая доля примесных ионов может заметно определять излучение, электропроводность и другие параметры плазмы. В связи с этим важное значение приобретают исследования диффузии примесей, их временного и пространственного распределений [1, 2].

При высоких температурах атомы примесей многократно ионизировались, поэтому задача сводится к исследованию процессов переноса в полностью ионизованной многокомпонентной плазме, образованной из электронов и нескольких сортов ионов произвольного заряда и массы.

Классическая диффузия в плазме, состоящей из электронов и ионов двух сортов, рассматривалась в работе [3]. Анализ, выполненный на основе квазигидродинамического приближения, т. е. в пренебрежении вкладом термосилы в уравнения движения для отдельных компонентов плазмы, показал, что при диффузии ионов поперек сильного магнитного поля ионы с большим зарядом должны концентрироваться в области плазмы большей плотности. Аналогичный вывод независимо сделан в [4]. Однако в этих работах пренебрегалось влиянием на диффузию поперечного градиента температуры, хотя последний всегда присутствует в условиях реальных экспериментов. Для частного случая плазмы с малой концентрацией примеси и при условии $m_I \gg m_i$ (m_I и m_i — массы ионов примеси и плазмы соответственно) диффузия примеси с учетом градиента температуры рассматривалась в [5] применительно к задаче «стеночного» или «немагнитного» удержания плазмы. В работе [6] рассчитывались продольные силы трения и потоки тепла в плазме с двумя сортами ионов произвольных масс в связи с анализом переноса примесей в тороидальных системах. При этом учет термосилы позволил проанализировать эффект температурного экранирования примесей.

В данной работе получена общая система уравнений для определения диффузионных скоростей и потоков тепла в многокомпонентной плазме с ионами произвольных масс, находящимися в произвольных зарядовых состояниях. Для решения линеаризованного уравнения Больцмана используется метод Грэда [7]. Уравнения переноса, полученные в работах [8—10] в приближении 13 моментов Грэда, не обеспечивают необходимой точности, поэтому здесь, как и в [6], используется более высокое приближение, соответствующее по точности расчетам работы [3] для простой плазмы.

В работе вычислены потоки частиц и тепла поперек магнитного поля в многокомпонентной замагниченной плазме, что позволяет, в частности, полностью проанализировать эффект температурного экранирования, а также поперечный перенос тепла в плазме с несколькими сортами ионов. При определении продольных свойств переноса обосновывается возможность суммирования по зарядовым состояниям ионов одного сорта, что существенно упрощает вычисление кинетических коэффициентов для этого случая. Полученные выражения вместе с рассчитанными в приложении 2 коэффициентами для плазмы с двумя сортами ионов могут быть использованы при анализе радиального переноса примесей (в частности, примесей углерода, кислорода, вольфрама и железа) в тороидальных системах в режиме Пфирша — Шлютера (см. также [6, 11]).

1. Общая система уравнений. Для определения диффузионных скоростей и потоков тепла в многокомпонентной плазме воспользуемся методом Грэда [7]. Функция распределения представляется при этом в виде разложения по неприводимым полиномам Эрмита [12]

$$f_{\alpha z} = f_{\alpha z}^{(0)} \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{(2m+1)!\,(m+n)!}{n!\,(m!)^2\,(2n+2m+1)!}\,\mathbf{a}_{\alpha z}^{mn}\mathbf{H}^{mn}\left(\mathbf{c}\sqrt{\frac{m_\alpha}{T_{\alpha z}}}\right), \tag{1}$$

где $f_{\alpha z}^{(0)} = n_{\alpha z}\left(\frac{m_\alpha}{2\pi T_{\alpha z}}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{m_\alpha c^2}{2T_{\alpha z}}\right)$ — локальная максвелловская функция распределения; $\mathbf{c} = \mathbf{v} - \mathbf{u}$; $\mathbf{u}$ — среднемассовая скорость смеси; m_α — масса частиц; $n_{\alpha z}$ и $T_{\alpha z}$ — плотность и температура частиц сорта α и заряда z. В этом разложении m характеризует ранг тензора, а n — степень полинома.

В общем случае подстановка разложения (1) в кинетическое уравнение приводит после интегрирования по скорости с весом $\mathbf{H}^{mn}$ к системе нелинейных дифференциальных уравнений для коэффициентов $\mathbf{a}_{\alpha z}^{mn}$ [7, 9]. Последние заметно упрощаются, если предположить, что макроскопические параметры плазмы слабо меняются на расстояниях порядка эффективной длины свободного пробега и за время порядка времени между столкновениями частиц плазмы. При соблюдении этих условий можно пренебречь производными от коэффициентов $\mathbf{a}_{\alpha z}^{mn}$ и нелинейными членами в левых и правых частях уравнений. В итоге приходим к линейной системе алгебраических уравнений для $\mathbf{a}_{\alpha z}^{mn}$ [8—10].

При рассмотрении диффузии и переноса тепла в разложении (1) сохраняются лишь члены с $m = 1$. Для достаточно точного вычисления коэффициентов переноса в полностью ионизованной плазме необходимо использовать не менее трех членов [3]. При этом удобно от коэффициентов $\mathbf{a}_{\alpha z}^{10}$, $\mathbf{a}_{\alpha z}^{11}$ и $\mathbf{a}_{\alpha z}^{12}$ перейти к моментам $\rho_{\alpha z}\,\mathbf{w}_{\alpha z} = \rho_{\alpha z}\,(\mathbf{u}_{\alpha z} - \mathbf{u})$, $\mathbf{h}_{\alpha z} = \mathbf{q}_{\alpha z} - 5p_{\alpha z}\,\mathbf{w}_{\alpha z}/2$ и $\mathbf{r}_{\alpha z}$ в соответствии с соотношениями

$$\mathbf{a}_{\alpha z}^{10} = \rho_{\alpha z}\mathbf{w}_{\alpha z}\gamma_{\alpha z}^{-1/2}/p_\alpha,\quad \mathbf{a}_{\alpha z}^{11} = 2\mathbf{h}_{\alpha z}\gamma_{\alpha z}^{1/2}/p_\alpha,\quad \mathbf{a}_{\alpha z}^{12} = 4\mathbf{r}_{\alpha z}\gamma_{\alpha z}^{3/2}/p_{\alpha z},$$

где $\mathbf{u}_{\alpha z}$ и $\mathbf{q}_{\alpha z}$ — скорость и поток тепла частиц сорта α и заряда z; $\rho_{\alpha z} = m_\alpha n_{\alpha z}$; $p_{\alpha z} = n_{\alpha z}T_{\alpha z}$, $\gamma_{\alpha z} = m_\alpha/T_{\alpha z}$. Уравнения для $w_{\alpha z}$, $h_{\alpha z}$ и $r_{\alpha z}$ могут быть тогда записаны в виде

$$-\rho_{\alpha z}\omega_{\alpha z}[\mathbf{w}_{\alpha z}\times\mathbf{k}] + \nabla p_{\alpha z} - \rho_{\alpha z}\left(\frac{\mathbf{F}_{\alpha z}}{m_\alpha} - \frac{d\mathbf{u}}{dt}\right) = \sum_{\beta,\zeta}\Big\{G_{\alpha z\beta\zeta}^{(1)}(\mathbf{w}_{\alpha z} - \mathbf{w}_{\beta\zeta}) + \frac{\mu_{\alpha\beta}}{T}G_{\alpha z\beta\zeta}^{(2)}\left(\frac{\mathbf{h}_{\alpha z}}{\rho_{\alpha z}} - \frac{\mathbf{h}_{\beta\zeta}}{\rho_{\beta\zeta}}\right) + \frac{\mu_{\alpha\beta}^2}{T^2}G_{\alpha z\beta\zeta}^{(3)}\left(\frac{\mathbf{r}_{\alpha z}}{\rho_{\alpha z}} - \frac{\mathbf{r}_{\beta\zeta}}{\rho_{\beta\zeta}}\right)\Big\}; \tag{2a}$$

(2б) $$-\omega_{\alpha z}[\mathbf{h}_{\alpha z}\times\mathbf{k}] + \frac{5}{2}\frac{p_{\alpha z}}{m_\alpha}\nabla T_{\alpha z} = \frac{T}{m_\alpha}\sum_{\beta,\zeta}\left\{\frac{5}{2}\frac{\mu_{\alpha\beta}}{m_\alpha}G^{(2)}_{\alpha z\beta\zeta}(\mathbf{w}_{\alpha z}-\mathbf{w}_{\beta\zeta}) + G^{(4)}_{\alpha z\beta\zeta}\frac{\mathbf{h}_{\alpha z}}{p_{\alpha z}} - G^{(5)}_{\alpha z\beta\zeta}\frac{\mathbf{h}_{\beta\zeta}}{p_{\beta\zeta}} + \frac{\mu_{\alpha\beta}}{T}\left(G^{(6)}_{\alpha z\beta\zeta}\frac{\mathbf{r}_{\alpha z}}{p_{\alpha z}} - G^{(7)}_{\alpha z\beta\zeta}\frac{\mathbf{r}_{\beta\zeta}}{p_{\beta\zeta}}\right)\right\};$$

(2в) $$-\omega_{\alpha z}[\mathbf{r}_{\alpha z}\times\mathbf{k}] = \frac{T^2}{m_\alpha^2}\sum_{\beta,\zeta}\left\{\frac{35}{2}\left(\frac{\mu_{\alpha\beta}}{m_\alpha}\right)^2 G^{(3)}_{\alpha z\beta\zeta}(\mathbf{w}_{\alpha z}-\mathbf{w}_{\beta\zeta}) + 7\frac{\mu_{\alpha\beta}}{m_\alpha}\left(G^{(6)}_{\alpha z\beta\zeta}\frac{\mathbf{h}_{\alpha z}}{p_{\alpha z}} - G^{(7)}_{\alpha z\beta\zeta}\frac{\mathbf{h}_{\beta\zeta}}{p_{\beta\zeta}}\right) + G^{(8)}_{\alpha z\beta\zeta}\frac{m_\alpha\mathbf{r}_{\alpha z}}{Tp_{\alpha z}} - G^{(9)}_{\alpha z\beta\zeta}\frac{m_\beta\mathbf{r}_{\beta\zeta}}{Tp_{\beta\zeta}}\right\},$$

где $\mathbf{F}_{\alpha z} = \mathbf{X}_\alpha + ez(\mathbf{E} + [\mathbf{u}\times\mathbf{H}]/c)$; $\mathbf{X}_\alpha$ — сила неэлектромагнитной природы; $\omega_{\alpha z} = ezH/m_\alpha c$; $\mu_{\alpha\beta} = m_\alpha m_\beta/(m_\alpha + m_\beta)$; $\mathbf{k} = \mathbf{H}/H$. Индекс ζ относится к зарядовому состоянию ионов сорта β.

Величины $G^{(n)}_{\alpha z\beta\zeta}$ с учетом связи между неприводимыми полиномами Эрмита $\mathbf{H}^{1k}$ и полиномами Сонина $S^{(k)}_{3/2}$ [12]

$$\mathbf{H}^{1k}(u) = (-2)^k k!\, S^{(k)}_{3/2}\left(\frac{u^2}{2}\right)\mathbf{u}$$

выражаются через известные интегральные скобки полиномов Сонина [13, 14]. Вычисление последних для полностью ионизованной плазмы приводит к следующим результатам:

(3) $$G^{(1)}_{\alpha z\beta\zeta} = -W_{\alpha z\beta\zeta},\quad G^{(2)}_{\alpha z\beta\zeta} = \frac{3}{5}W_{\alpha z\beta\zeta},\quad G^{(3)}_{\alpha z\beta\zeta} = -\frac{3}{14}W_{\alpha z\beta\zeta},$$

$$G^{(4)}_{\alpha z\beta\zeta} = -\left(\frac{13}{10}\frac{m_\beta}{m_\alpha} + \frac{8}{5} + 3\frac{m_\alpha}{m_\beta}\right)\varkappa_{\alpha\beta}W_{\alpha z\beta\zeta},\quad G^{(5)}_{\alpha z\beta\zeta} = -\frac{27}{10}\varkappa_{\alpha\beta}W_{\alpha z\beta\zeta},$$

$$G^{(6)}_{\alpha z\beta\zeta} = \frac{3}{5}\left(\frac{23}{28}\frac{m_\beta}{m_\alpha} + \frac{8}{7} + 3\frac{m_\alpha}{m_\beta}\right)\varkappa_{\alpha\beta}W_{\alpha z\beta\zeta},\quad G^{(7)}_{\alpha z\beta\zeta} = \frac{45}{28}\varkappa_{\alpha\beta}W_{\alpha z\beta\zeta},$$

$$G^{(8)}_{\alpha z\beta\zeta} = -\left(\frac{433}{280}\frac{m_\beta^2}{m_\alpha^2} + \frac{139}{35}\frac{m_\beta}{m_\alpha} + \frac{459}{35} + \frac{32}{5}\frac{m_\alpha}{m_\beta} + 5\frac{m_\alpha^2}{m_\beta^2}\right)\varkappa^2_{\alpha\beta}W_{\alpha z\beta\zeta},$$

$$G^{(9)}_{\alpha z\beta\zeta} = -\frac{75}{8}\varkappa^2_{\alpha\beta}W_{\alpha z\beta\zeta},$$

где $\varkappa_{\alpha\beta} = m_\alpha m_\beta/(m_\alpha + m_\beta)^2$; $W_{\alpha z\beta\zeta} = W_{\beta\zeta\alpha z} = n_{\alpha z}m_\alpha/\tau_{\alpha z\beta\zeta}$;

$$\tau^{-1}_{\alpha z\beta\zeta} = \frac{4\sqrt{2\pi}}{3}\frac{n_{\beta\zeta}z^2\zeta^2e^4\mu^{1/2}_{\alpha\beta}\lambda}{m_\alpha T^{3/2}}.$$

Здесь λ — кулоновский логарифм [3], который из-за слабой зависимости от параметров принимается приближенно одинаковым для всех сортов частиц.

Заметим, что правые части системы уравнений (2) вычислены в предположении равенства температур всех сортов частиц. В противном случае уравнения становятся значительно более громоздкими (см., например, работу [9], где правые части уравнений для скоростей и теплового потока вычислены при произвольных температурах компонентов). Фактически для сохранения вида и значений коэффициентов системы (2) требуется не строгое равенство температур, а выполнение условия $|T_{\alpha z} - T_{\beta\zeta}| \ll T_{\alpha z}$. Приближенное равенство температур компонентов плазмы не накладывает, однако, никаких ограничений на градиенты температур. Поэтому как в исходной системе уравнений (2), так и во всех полученных результатах, если это не оговорено особо, температуры компонентов считаются приблизительно равными, а градиенты температур произвольными.

Система линейных алгебраических уравнений (2) с коэффициентами (3) позволяет определить скорости диффузии и потоки тепла в многокомпонентной полностью ионизованной плазме при произвольных значениях $\omega\tau$. В частном случае двухкомпонентной электрон-ионной плазмы решение этой системы в пределе $m_e/m_i \ll 1$ приводит к результатам, полученным в работе [3] методом Чепмена — Энскога. Для многокомпонентной плазмы, состоящей из электронов и ионов разных сортов в различных зарядовых состояниях, общее решение системы (2) при произвольных $\omega\tau$ выглядит достаточно громоздко, что практически исключает возможность ее анализа. Поэтому ниже будут рассмотрены решения уравнений (2) в пределах $\omega\tau \gg 1$ и $\omega = 0$, позволяющих получить относительно простые выражения для диффузионных скоростей и потоков тепла в практически важных случаях: поперечных потоков тепла и частиц произвольного заряда и массы в замагниченной плазме; продольных потоков для электронов или легких ионов; продольных потоков для нескольких сортов тяжелых ионов, находящихся в произвольных зарядовых состояниях.

2. Диффузия и перенос тепла поперек магнитного поля в замагниченной плазме. В замагниченной плазме ($\omega\tau \gg 1$, τ^{-1} — частота столкновений) решение системы уравнений (2) для составляющих перпендикулярных магнитному полю можно получить с помощью разложения по малому параметру $(\omega\tau)^{-1}$. В нулевом приближении, полностью пренебрегая столкновениями, имеем

$$\mathbf{w}^{(0)}_{\alpha z\perp} = \frac{1}{\rho_{\alpha z}\omega_{\alpha z}}[\mathbf{k}\times\nabla p_{\alpha z}] + \frac{c}{H^2}[\mathbf{E}\times\mathbf{H}] + \frac{1}{\omega_{\alpha z}}\left[\mathbf{k}\times\frac{d\mathbf{u}}{dt}\right], \tag{4}$$

$$\mathbf{h}^{(0)}_{\alpha z\perp} = \frac{5}{2}\frac{p_{\alpha z}c}{eHz}[\mathbf{k}\times\nabla T_{\alpha z}], \quad \mathbf{r}^{(0)}_{\alpha z\perp} = 0.$$

Диффузионные потоки частиц и тепла появляются в первом приближении по $(\omega\tau)^{-1}$ при подстановке формул (4) в правую часть уравнений (2). При этом следует отметить, что учет момента $\mathbf{r}^{(0)}_{\alpha z}$ в разложении, поскольку в замагниченной плазме $\mathbf{r}^{(0)}_{\alpha z\perp} = 0$, не приводит к каким-либо уточнениям по сравнению с известным 13-моментным приближением, соответствующим учету лишь двух первых моментов в разложении (1). Поэтому приводимые ниже результаты могут быть получены непосредственно из общих выражений работы [9], в которой рассматривался вывод уравнений переноса для неизотермической многосортной плазмы в приближении 13 моментов. Заметим, что в [9] не анализировался отдельно случай сильно замагниченной плазмы. Что касается работ [15, 16], основанных на иных методах решения, то в них приводятся выражения лишь для диффузионных скоростей поперек сильного магнитного поля. Целесообразно поэтому привести окончательные выражения для диффузионных скоростей и потоков тепла, следующие из системы (2). Пренебрегая для простоты силами неэлектромагнитной природы, получаем

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_{\alpha z\perp} = -\frac{z}{m_\alpha\omega_\alpha^2}\sum_\beta\frac{1}{\tau_{\alpha\beta}}\Bigg[&\frac{\nabla_\perp p_{\alpha z}}{z n_{\alpha z}} - \frac{T\nabla_\perp(n_\beta\bar{z}_\beta) + n_\beta\bar{z}_\beta\nabla_\perp\bar{T}^{(1)}_\beta}{n_\beta\overline{z^2_\beta}} + \\ &+\left(\frac{m_\alpha}{z} - \frac{m_\beta\bar{z}_\beta}{\overline{z^2_\beta}}\right)\frac{d\mathbf{u}_\perp}{dt} - \frac{3}{2}\mu_{\alpha\beta}\left(\frac{\nabla_\perp T_{\alpha z}}{z m_\alpha} - \frac{\bar{z}_\beta\nabla_\perp\bar{T}^{(1)}_\beta}{\overline{z^2_\beta}m_\beta}\right)\Bigg];\end{aligned} \tag{5}$$

$$\mathbf{h}_{\alpha z\perp} = \frac{3}{2}\frac{p_{\alpha z}z}{m^2_\alpha\omega^2_\alpha}\sum_\beta\frac{\mu_{\alpha\beta}}{\tau_{\alpha\beta}}\Bigg[\frac{\nabla_\perp p_{\alpha z}}{n_{\alpha z}z} - \frac{T\nabla_\perp(n_\beta\bar{z}_\beta) + n_\beta\bar{z}_\beta\nabla_\perp\bar{T}^{(1)}_\beta}{n_\beta\overline{z^2_\beta}} + \tag{6}$$

$$+\left(\frac{m_\alpha}{z}-\frac{m_\beta\overline{z}_\beta}{\overline{z_\beta^2}}\right)\frac{d\mathbf{u}_\perp}{dt}\Bigg]-\frac{2p_{\alpha z}}{m_\alpha\omega_\alpha^2}\sum_\beta\frac{\mu_{\alpha\beta}}{(m_\alpha+m_\beta)\tau_{\alpha\beta}}\left[\left(\frac{13}{8}\frac{m_\beta}{m_\alpha}+2+\frac{15}{4}\frac{m_\alpha}{m_\beta}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\nabla_\perp T_{\alpha z}-\frac{27}{8}\frac{z\overline{z}_\beta}{\overline{z_\beta^2}}\nabla_\perp\overline{T}_\beta^{(1)}\right].$$

Для удобства в формулах (5), (6) уже проведено суммирование по зарядовым состояниям ионов, поэтому стоящие в этих выражениях суммы распространяются лишь на разные по массе сорта частиц. При суммировании введены следующие обозначения:

$$\overline{z_\alpha^k}=\sum_z n_{\alpha z}z^k/n_\alpha,\quad n_\alpha=\sum_z n_{\alpha z},\quad p_\alpha=\sum_z p_{\alpha z},$$

$$T_\alpha=p_\alpha/n_\alpha,\quad \nabla\overline{T}_\alpha^{(k)}=\sum_z n_{\alpha z}z^k\nabla T_{\alpha z}/n_\alpha\overline{z_\alpha^k}\;(\nabla\overline{T}_\alpha^{(0)}\equiv\nabla T_\alpha),$$

$$\tau_{\alpha\beta}^{-1}=\sum_{z,\zeta}n_{\alpha z}/n_\alpha\tau_{\alpha z\beta\zeta},\quad \omega_\alpha^2=e^2H^2\overline{z_\alpha^2}/m_\alpha^2c^2.$$

Приведем также выражение для поперечной составляющей силы трения частиц α-сорта

(7)
$$\mathbf{R}_{\alpha z\perp}=-\frac{m_\alpha n_{\alpha z}z^2}{\overline{z_\alpha^2}}\sum_\beta\frac{1}{\tau_{\alpha\beta}}\Bigg\{\mathbf{w}_{\alpha z\perp}-\overline{\mathbf{w}}_{\beta\perp}-$$

$$-\frac{3}{2}\frac{c\mu_{\alpha\beta}}{eH}\left(\frac{[\mathbf{k}\times\nabla T_{\alpha z}]}{zm_\alpha}-\frac{\overline{z}_\beta\,[\mathbf{k}\times\nabla\overline{T}_\beta^{(1)}]}{m_\beta\overline{z_\beta^2}}\right)\Bigg\},$$

где $\overline{\mathbf{w}}_\alpha=\sum_z n_{\alpha z}z^2\mathbf{w}_{\alpha z}/n_\alpha\overline{z_\alpha^2}$. Суммирование в (7), как и в формулах (5), (6), распространяется только на разные сорта частиц.

Рассмотрим для иллюстрации некоторые следствия формул (5), (6). Определим равновесную (имеется в виду равновесие, устанавливающееся за время, меньшее характерного времени электронной диффузии [3]) концентрацию ионов примеси в плазме, состоящей из электронов, основных однозарядных ионов i и ионов сорта I с произвольными зарядами z. Уравнения для равновесного значения n_I в цилиндрически-симметричном случае можно получить из формулы (5), приравнивая к нулю радиальные составляющие потока ($\Gamma_I=\Sigma n_{Iz}w_{Iz}$) и тока ($J_I=e\Sigma n_{Iz}w_{Iz}z$) ионов примеси. Пренебрегая столкновениями с электронами и инерциальными членами, а также приближенно полагая $\overline{z_I^2}\approx\overline{z}_I^2$, имеем

(8)
$$\frac{\partial\overline{z}_I}{\partial r}=0,\quad \frac{1}{n_i}\frac{\partial p_i}{\partial r}-\frac{1}{n_I\overline{z}_I^2}\frac{\partial(p_I\overline{z}_I)}{\partial r}-\frac{3}{2}\mu_{iI}\left(\frac{1}{m_i}-\frac{1}{m_I\overline{z}_I}\right)\frac{\partial T}{\partial r}=0.$$

Важным следствием этих уравнений является то, что равновесие достигается только при $\overline{z}_I=\mathrm{const}$, т. е. в тех областях, где ионы примеси ионизованы до максимального зарядового состояния, возможного при данной температуре электронов. В противном случае за счет столкновений ионов примеси разного заряда возникает поток

$$\Gamma_I=\frac{\rho_{HI}^2 n_I}{2\tau_{II}}\frac{1}{\overline{z}_I}\frac{\partial\overline{z}_I}{\partial r},$$

где $\rho_{HI}^2 = 2T/m_I\omega_I^2$, направленный в сторону роста $\bar{z}_I$ *. В областях, где $\bar{z}_I$ = const, равновесная плотность ионов примеси имеет вид

$$n_I = \text{const}\, n_i^{\bar{z}_I} T^{\frac{3}{2}\mu_{iI}(1/m_i - \bar{z}_I/m_I) + \bar{z}_I - 1}. \tag{9}$$

В наиболее типичном случае ($m_I \geqslant 5m_i$) из соотношения (9) следует, что ионы примеси не будут собираться в области максимальной концентрации, если плотность основных ионов плазмы n_i растет медленнее, чем $T^{(\bar{z}_I+2)/2(\bar{z}_I-1)}$. Для плазмы с ионами двух сортов равного заряда ($\bar{z} = 1$) формула (9) показывает, что в области максимальной температуры концентрируются легкие частицы. В частности, для D — T-плазмы плотности ионов дейтерия и трития в равновесии связаны соотношением

$$n_T/n_D \sim T^{-3/10},$$

откуда следует, что ионы трития должны выноситься на периферию плазменного шнура.

Определим теперь поперечную ионную теплопроводность плазмы с одним сортом ионов примеси. Считая, как и в предыдущем примере, $z_i = 1$, $m_I \gg m_i$ и полагая $\nabla_\perp T_i = \nabla_\perp T_I$, из формулы (6) получаем

$$\chi = \chi_i + \chi_I = \frac{2p_i}{\omega_i^2 \tau_{ii} m_i}\left[1 + \frac{n_I \overline{z_I^2}}{n_i}\left(2{,}3 + \frac{n_I}{n_i}\sqrt{\frac{m_I}{m_i}}\right)\right]. \tag{10}$$

Коэффициент в (10) перед квадратной скобкой — это теплопроводность плазмы без примеси $\chi_i^{(0)}$, член, пропорциональный $(m_I/m_i)^{1/2}$,— добавка за счет теплопроводности тяжелых ионов, остальное — поправка к теплопроводности основных ионов плазмы. Удобно выразить поперечную теплопроводность через $z_{\text{эф}} = \sum_\alpha n_\alpha \overline{z_\alpha^2}/n_e$

$$\chi = \chi_i^{(0)}\left\{1 + (z_{\text{эф}} - 1)\left[2{,}3 + (m_I/m_i)^{1/2}(z_{\text{эф}} - 1)/\overline{z_I^2}\right]\right\}. \tag{11}$$

Здесь использовано неравенство $z_{\text{эф}} \ll \bar{z}_I$, которое обычно выполняется при $\bar{z}_I \gg 1$. Если не учитывать поправку, пропорциональную $(m_I/m_i)^{1/2}$, то формула (11) сразу обобщается на случай плазмы с произвольным числом ионов примеси. Если, например, в такой плазме $z_{\text{эф}} = 4$, то поперечная ионная теплопроводность возрастает приблизительно в 8 раз.

3. Определение продольных сил трения и потоков тепла. Продольные потоки тепла и силы трения можно найти из уравнений (2), если положить в них $\omega_{\alpha z} = 0$. При этом в систему фактически входят лишь два последних уравнения, а первое служит только для определения силы трения через скорости и градиенты температур компонентов. Эта довольно громоздкая система описывает диффузию и перенос тепла в плазме с частицами произвольных масс. Однако в реальной плазме массы многих компонентов связаны определенными соотношениями. В частности, всегда можно выделить компонент, масса частиц которого значительно меньше

* Сравнительно простой вид выражения для Γ_I и условий равновесия (8) связан со сделанным выше предположением о приближенном равенстве $\overline{z_I^2}$ и $\bar{z}_I^2$. В общем случае эти выражения оказываются более сложными и при заметном различии величин $\overline{z_I^2}$ и $\bar{z}_I^2$, возникающем при сильном разбросе значений зарядов ионов одного сорта, локализованных в данной области пространства, поток Γ_I, в частности, может обратиться в нуль.

масс остальных частиц. Кроме того, равными оказываются массы ионов одного сорта, но разной кратности ионизации. Последнее обстоятельство, как показано в приложении 1, позволяет вычислять продольные составляющие в два этапа: сначала определить средние значения величин для частиц одного сорта, а затем найти разность между парциальным и средним значениями. В соответствии с этим общее решение уравнений (2) для продольных составляющих силы трения и потока тепла можно представить в виде

$$(12)\quad \mathbf{R}_{\alpha z\parallel} = -\frac{n_{\alpha z}m_\alpha z^2}{\overline{z_\alpha^2}}\left\{\sum_\beta\left[\frac{c_{\alpha\beta}^{(1)}}{\tau_{\alpha\beta}}(\mathbf{w}_{\alpha z\parallel}-\overline{\mathbf{w}}_{\beta\parallel}) - c_{\alpha\beta}^{(2)}\frac{\tau_\beta}{\tau_{\alpha\beta}}\frac{\nabla_\parallel T_\beta}{m_\beta}\right] + \frac{\overline{z_\alpha^2}}{z^2}c_\alpha^{(5)}\frac{\nabla_\parallel T_{\alpha z}}{m_\alpha}\right\};$$

$$(13)\quad \mathbf{h}_{\alpha z\parallel} = p_{\alpha z}\tau_\alpha\left\{\sum_\beta\left[\frac{c_{\beta\alpha}^{(2)}}{\tau_{\alpha\beta}}(\mathbf{w}_{\alpha z\parallel}-\overline{\mathbf{w}}_{\beta\parallel}) - c_{\alpha\beta}^{(3)}\frac{\tau_\beta}{\tau_{\alpha\beta}}\frac{\nabla_\parallel T_\beta}{m_\beta}\right] - \frac{\overline{z_\alpha^2}}{z^2}c_\alpha^{(6)}\frac{\nabla_\parallel T_{\alpha z}}{m_\alpha}\right\},$$

где $\tau_\alpha^{-1} = \sum_\beta \tau_{\alpha\beta}^{-1}$. Численные коэффициенты $c_{\alpha\beta}^{(n)}$, входящие в формулы (12), (13), определяются из решения системы уравнений для средних значений, а $c_\alpha^{(n)}$ — из уравнений для разности парциальных и средних величин. При этом $c_{\alpha\beta}^{(n)}$ и $c_\alpha^{(n)}$ связаны между собой соотношениями

$$c_{\alpha\beta}^{(1)} = c_{\beta\alpha}^{(1)},\quad \sum_\beta\frac{c_{\alpha\beta}^{(1)}}{\tau_{\alpha\beta}} = \frac{c_\alpha^{(4)}}{\tau_\alpha},\quad \sum_\beta\frac{c_{\beta\alpha}^{(2)}}{\tau_{\alpha\beta}} = \frac{c_\alpha^{(5)}}{\tau_\alpha},\quad c_{\alpha\beta}^{(3)} = c_{\beta\alpha}^{(3)}.$$

Суммирование здесь, как и в формулах (12), (13), распространяется только на различные сорта частиц.

Таким образом, задача теперь сводится к нахождению коэффициентов $c_{\alpha\beta}^{(n)}$ и $c_\alpha^{(n)}$ для компонентов с различными массами частиц. Общие выражения для этих величин довольно громоздки, однако для легких частиц (по крайней мере, один сорт таких частиц (электроны) всегда присутствует в плазме) явный вид коэффициентов может быть найден с помощью разложения по малому параметру m_k/m_α (индекс k относится к легким частицам). В нулевом приближении по m_k/m_α система уравнений (2) распадается на две независимые: для легкого компонента и для тяжелых компонентов с $m_\alpha \gg m_k$ (см., например, [3, 11], где использовался подобный метод). Решение первой из них приводит к следующим значениям коэффициентов $c_{\alpha\beta}^{(n)}$ и $c_\alpha^{(n)}$ для легких частиц:

$$(14)\quad c_{k\alpha}^{(1)} = (1+0{,}24z_k^*)(1+0{,}93z_k^*)/\Delta_k,\quad c_{k\alpha}^{(2)} = 0,\quad c_k^{(5)} - c_{kk}^{(2)}\tau_k/\tau_{kk} =$$
$$= 2{,}2z_k^*(1+0{,}52z_k^*)/\Delta_k,\quad c_{\alpha k}^{(2)} = 1{,}56(1+1{,}41z_k^*)(1+0{,}52z_k^*)/\Delta_k,$$
$$c_{k\alpha}^{(3)} = 0,\quad c_k^{(6)} + c_{kk}^{(3)}\tau_k/\tau_{kk} = 3{,}9(1+1{,}41z_k^*)(1+1{,}7z_k^*)/\Delta_k,$$

где $\Delta_k = (1+2{,}65z_k^*)(1+0{,}285z_k^*)$; $z_k^* = \sum_\alpha n_\alpha\overline{z_\alpha^2}/n_k\overline{z_k^2}$.

Суммирование здесь проводится по всем сортам частиц α, для которых $m_\alpha \gg m_k$. Приводя коэффициенты (14), мы учли, что в большинстве случаев легкие частицы — это частицы с единственным возможным зарядовым состоянием, поэтому $c_{kk}^{(n)}$ и $c_k^{(n)}$ входят в (12), (13) только в определенных комбинациях. Заметим, что, как показано в работах [8—10], если выполнено условие $T_k/m_k \gg T/m_\alpha$, то отделение уравнений для легких частиц возможно и в том случае, когда их температура отличается от температуры остальных компонентов. При этом в коэффициентах выражений для силы трения (12) и потока тепла (13) легких частиц необходимо использовать их собственную температуру.

Коэффициенты $c_{\alpha\beta}^{(n)}$ и $c_\alpha^{(n)}$ для тяжелых частиц определяются из системы (2), записанной без легкого компонента. Влияние последнего сводится лишь к учету силы трения тяжелых частиц о легкие [17]. Фактически, помимо добавления в формулы (12), (13) новых членов, связанных с легким компонентом, это приводит также к незначительному изменению $c_{\alpha\beta}^{(1)}$:

$$c_{\alpha\beta}^{(1)} = c_{\alpha\beta}^{(1)T} + 1{,}77\left(1 + 0{,}3z_k^*\right)(m_k/\mu_{\alpha\beta})^{1/2}/\Delta_k,$$

где $c_{\alpha\beta}^{(1)T}$ — коэффициент, вычисленный без учета легкого компонента.

Очевидно, что если после отделения уравнений для наиболее легкого из компонентов в плазме снова существует компонент, для которого $m_i \ll m_\alpha$ при $\alpha \neq i, k$ (например, протоны в плазме с тяжелыми примесями), то процедуру выделения уравнений из системы уравнений (12) можно продолжить. При этом коэффициенты в выражениях (12), (13) для силы трения и потока тепла компонента опять будут определяться формулами (14).

Коэффициенты $c_{\alpha\beta}^{(n)}$ и $c_\alpha^{(n)}$ для тяжелых компонентов с не слишком сильно различающимися массами, оставшихся в результате последовательных выделений всех легких компонентов, можно было бы, конечно, выразить через отношения соответствующих определителей. Но вряд ли это имеет смысл, поскольку само вычисление определителей в случае произвольных масс оказывается слишком трудоемким даже для двух сортов частиц. Поэтому наиболее целесообразным нам представляется численный расчет этих величин. Такой расчет проведен для двух тяжелых компонентов. Формулы для приближенного вычисления коэффициентов $c_{\alpha\beta}^{(n)}$ и $c_\alpha^{(n)}$ при нескольких отношениях масс, соответствующих любой паре из набора примесей углерода, кислорода, железа и вольфрама, даны в приложении 2.

В работе [6] выражения для продольных сил трения и потоков тепла, полученные для частного случая плазмы с двумя сортами ионов, были использованы для анализа радиального переноса частиц и тепла поперек магнитной поверхности в тороидальных системах в режиме Пфирша — Шлютера. В [11] с той же целью использовались выражения, полученные для многокомпонентной плазмы с большим отношением масс ионов. Выражения, найденные в данной работе, дают возможность полностью проанализировать диффузию и перенос тепла в режиме Пфирша — Шлютера для многокомпонентной плазмы с примесями произвольных масс, находящихся в произвольных зарядовых состояниях.

Приложение 1. Суммирование уравнений (2) по зарядовым состояниям при определении продольных свойств переноса оказывается возможным благодаря следующему свойству коэффициентов уравнений:

$$G_{\alpha z\beta\zeta}^{(n)} = I_{\alpha z} I_{\beta\zeta} \overline{G}_{\alpha\beta}^{(n)}, \quad \text{где } I_{\alpha z} = n_{\alpha z} z^2/n_\alpha \overline{z_\alpha^2}, \quad \overline{G}_{\alpha\beta}^{(n)} = \sum_{z,\zeta} G_{\alpha z\beta\zeta}^{(n)}.$$

Используя эти соотношения, уравнения (2б), (2в) в интересующем нас случае ($\omega_{\alpha z} = 0$) можно записать после суммирования по ζ в виде

$$(\text{П1}) \qquad \frac{5}{2} n_{\alpha z} \nabla_\parallel T_{\alpha z} = I_{\alpha z} \sum_\beta \left\{ \frac{5}{2} \frac{\mu_{\alpha\beta}}{m_\alpha} \overline{G}_{\alpha\beta}^{(2)} \left(\mathbf{w}_{\alpha z} - \overline{\mathbf{w}}_\beta\right) + \overline{G}_{\alpha\beta}^{(4)} \frac{\mathbf{h}_{\alpha z}}{p_{\alpha z}} - \right.$$

$$
-\overline{G}^{(5)}_{\alpha\beta}\frac{\overline{\mathbf{h}}_\beta}{p_\beta}+\frac{\mu_{\alpha\beta}}{T}\left(\overline{G}^{(6)}_{\alpha\beta}\frac{\mathbf{r}_{\alpha z}}{p_{\alpha z}}-\overline{G}^{(7)}_{\alpha\beta}\frac{\overline{\mathbf{r}}_\beta}{p_\beta}\right)\Bigg\},
$$

$$
0=I_{\alpha z}\sum_\beta\left\{\frac{35}{2}\left(\frac{\mu_{\alpha\beta}}{m_\alpha}\right)^2\overline{G}^{(3)}_{\alpha\beta}(\mathbf{w}_{\alpha z}-\overline{\mathbf{w}}_\beta)+7\frac{\mu_{\alpha\beta}}{m_\alpha}\left(\overline{G}^{(6)}_{\alpha\beta}\frac{\mathbf{h}_{\alpha z}}{p_{\alpha z}}-\overline{G}^{(7)}_{\alpha\beta}\frac{\overline{\mathbf{h}}_\beta}{p_\beta}\right)+\right.
$$

$$
\left.+\overline{G}^{(8)}_{\alpha\beta}\frac{m_\alpha\mathbf{r}_{\alpha z}}{Tp_{\alpha z}}-\overline{G}^{(9)}_{\alpha\beta}\frac{m_\beta\overline{\mathbf{r}}_\beta}{Tp_\beta}\right\},
$$

где $\overline{\mathbf{w}}_\alpha=\sum\limits_z I_{\alpha z}\mathbf{w}_{\alpha z}$; $\overline{\mathbf{h}}_\alpha=p_\alpha\sum\limits_z I_{\alpha z}\mathbf{h}_{\alpha z}/p_{\alpha z}$; $\overline{\mathbf{r}}_\alpha=p_\alpha\sum\limits_z I_{\alpha z}\mathbf{r}_{\alpha z}/p_{\alpha z}$ — средние значения величин $\mathbf{w}_{\alpha z}$, $\mathbf{h}_{\alpha z}$, $\mathbf{r}_{\alpha z}$ для частиц сорта α.

Суммируя уравнения (П1) по z, приходим к следующей системе уравнений:

$$
(\text{П2})\qquad \frac{5}{2}n_\alpha\nabla_\parallel T_\alpha=\sum_\beta\left\{\frac{5}{2}\frac{\mu_{\alpha\beta}}{m_\alpha}\overline{G}^{(2)}_{\alpha\beta}(\overline{\mathbf{w}}_\alpha-\overline{\mathbf{w}}_\beta)+\overline{G}^{(4)}_{\alpha\beta}\frac{\overline{\mathbf{h}}_\alpha}{p_\alpha}-\overline{G}^{(5)}_{\alpha\beta}\frac{\overline{\mathbf{h}}_\beta}{p_\beta}+\right.
$$

$$
\left.+\frac{\mu_{\alpha\beta}}{T}\left(\overline{G}^{(6)}_{\alpha\beta}\frac{\overline{\mathbf{r}}_\alpha}{p_\alpha}-\overline{G}^{(7)}_{\alpha\beta}\frac{\overline{\mathbf{r}}_\beta}{p_\beta}\right)\right\},
$$

$$
0=\sum_\beta\left\{\frac{35}{2}\left(\frac{\mu_{\alpha\beta}}{m_\alpha}\right)^2\overline{G}^{(3)}_{\alpha\beta}(\overline{\mathbf{w}}_\alpha-\overline{\mathbf{w}}_\beta)+7\frac{\mu_{\alpha\beta}}{m_\alpha}\left(\overline{G}^{(6)}_{\alpha\beta}\frac{\overline{\mathbf{h}}_\alpha}{p_\alpha}-\overline{G}^{(7)}_{\alpha\beta}\frac{\overline{\mathbf{h}}_\beta}{p_\beta}\right)+\right.
$$

$$
\left.+\overline{G}^{(8)}_{\alpha\beta}\frac{m_\alpha\overline{\mathbf{r}}_\alpha}{Tp_\alpha}-\overline{G}^{(9)}_{\alpha\beta}\frac{m_\beta\overline{\mathbf{r}}_\beta}{Tp_\beta}\right\}.
$$

Уравнения (П2) аналогичны двум последним уравнениям системы (2), но число уравнений здесь значительно меньше. Формальное решение этой системы позволяет выразить $\overline{\mathbf{r}}_\alpha$ и $\overline{\mathbf{h}}_\alpha$ через $\overline{\mathbf{w}}_\alpha$ и $\nabla_\parallel T_\alpha$ и после подстановки этих величин в правую часть уравнения (2а) определить значения констант $c^{(n)}_{\alpha\beta}$. Вычисление средних значений $\overline{\mathbf{r}}_\alpha$ и $\overline{\mathbf{h}}_\alpha$ не есть еще, однако, полное решение задачи, поскольку для описания поведения плазмы необходимо знать диффузию и перенос тепла для каждого из зарядовых состояний иона. Чтобы вычислить эти величины, разделим уравнения (П1) на $I_{\alpha z}$ и вычтем их почленно из соответствующих уравнений системы (П2). В результате имеем

$$
(\text{П3})\qquad \frac{5}{2}n_\alpha\left(\nabla_\parallel T_\alpha-\frac{\overline{z^2_\alpha}}{z^2}\nabla_\parallel T_{\alpha z}\right)=(\overline{\mathbf{w}}_\alpha-\mathbf{w}_{\alpha z})S^{(2)}_\alpha+\left(\frac{\overline{\mathbf{h}}_\alpha}{p_\alpha}-\frac{\mathbf{h}_{\alpha z}}{p_{\alpha z}}\right)S^{(4)}_\alpha+
$$

$$
+\left(\frac{\overline{\mathbf{r}}_\alpha}{p_\alpha}-\frac{\mathbf{r}_{\alpha z}}{p_{\alpha z}}\right)\frac{m_\alpha}{T}S^{(6)}_\alpha,
$$

$$
0=(\overline{\mathbf{w}}_\alpha-\mathbf{w}_{\alpha z})S^{(3)}_\alpha+7\left(\frac{\overline{\mathbf{h}}_\alpha}{p_\alpha}-\frac{\mathbf{h}_{\alpha z}}{p_{\alpha z}}\right)S^{(6)}_\alpha+\left(\frac{\overline{\mathbf{r}}_\alpha}{p_\alpha}-\frac{\mathbf{r}_{\alpha z}}{p_{\alpha z}}\right)\frac{m_\alpha}{T}S^{(8)}_\alpha,
$$

где $S^{(2)}_\alpha=\frac{5}{2}\sum\limits_\beta\frac{\mu_{\alpha\beta}}{m_\alpha}\overline{G}^{(2)}_{\alpha\beta}$; $S^{(3)}_\alpha=\frac{35}{2}\sum\limits_\beta\left(\frac{\mu_{\alpha\beta}}{m_\alpha}\right)^2\overline{G}^{(3)}_{\alpha\beta}$; $S^{(4)}_\alpha=\sum\limits_\beta\overline{G}^{(4)}_{\alpha\beta}$; $S^{(6)}_\alpha=\sum\limits_\beta\frac{\mu_{\alpha\beta}}{m_\alpha}\overline{G}^{(6)}_{\alpha\beta}$; $S^{(8)}_\alpha=\sum\limits_\beta\overline{G}^{(8)}_{\alpha\beta}$. Решение уравнений (П3) для $\overline{\mathbf{h}}_\alpha/p_\alpha-\mathbf{h}_{\alpha z}/p_{\alpha z}$

		C–O	Fe–W	O–Fe	C–Fe	O–W	C–W
m_i/m_I		0,750	0,304	0,286	0,214	0,087	0,065
$c_{ii}^{(1)}$	P_1	0,74	0,63	0,63	0,63	0,62	0,62
	P_2	0,09	0,11	0,11	0,10	0,09	0,09
	P_3	0,86	0,53	0,53	0,49	0,45	0,45
$c_{iI}^{(1)}$	P_1	0,77	0,55	0,54	0,48	0,38	0,36
	P_2	0,10	0,27	0,27	0,29	0,30	0,31
	P_3	0,87	0,63	0,62	0,57	0,50	0,49
$c_{II}^{(1)}$	P_1	0,84	0,84	0,84	0,84	0,84	0,84
	P_2	0,12	0,36	0,36	0,38	0,33	0,31
	P_3	0,88	0,65	0,63	0,58	0,49	0,48
$c_{ii}^{(2)}$	P_1	0,51	0,38	0,38	0,40	0,47	0,49
	P_2	0,07	0,11	0,10	0,06	0,01	0,01
	P_3	0,92	0,55	0,51	0,32	0,10	0,10
$c_{iI}^{(2)}$	P_1	0,37	−0,07	−0,08	−0,12	−0,11	−0,09
	P_2	0,07	0,27	0,27	0,27	0,18	0,14
	P_3	1,00	1,16	1,15	1,15	1,12	1,10
$c_{Ii}^{(2)}$	P_1	0,75	1,14	1,16	1,23	1,29	1,29
	P_2	0,04	0,02	0,02	0,01	0,00	0,00
	P_3	0,80	0,10	0,10	0,08	0,00	0,00
$c_{II}^{(2)}$	P_1	0,59	0,58	0,59	0,59	0,58	0,58
	P_2	0,04	−0,12	−0,45	−0,30	−0,32	−0,31
	P_3	0,86	13,00	8,00	2,90	1,40	1,20
$c_i^{(5)}$	P_1	0,75	1,17	1,19	1,26	1,37	1,39
	P_2	−0,17	−0,78	−0,82	−0,95	−1,19	−1,26
	P_3	1,09	1,36	1,37	1,43	1,56	1,59
$c_I^{(5)}$	P_1	0,59	0,58	0,58	0,58	0,57	0,57
	P_2	−0,15	−0,52	−0,53	−0,56	−0,50	−0,46
	P_3	1,09	1,26	1,25	1,21	0,95	0,86
$c_{ii}^{(3)}$	P_1	1,54	2,57	2,69	3,41	6,79	8,00
	P_2	−0,31	−4,00	−4,65	−8,80	−38,00	−52,00
	P_3	1,28	3,10	3,29	4,10	6,80	7,64
$c_{iI}^{(3)}$	P_1	1,35	0,64	0,56	0,20	−0,50	−0,55
	P_2	−0,28	−0,17	−0,07	1,20	4,00	4,50
	P_3	1,26	1,43	0,90	6,00	6,00	6,60
$c_{II}^{(3)}$	P_1	1,29	1,29	1,29	1,29	1,27	1,28
	P_2	−0,30	−1,67	−1,74	−2,02	−2,10	−1,96
	P_3	1,25	2,02	2,05	2,16	2,00	1,84
$c_i^{(6)}$	P_1	3,17	5,32	5,49	6,30	8,85	9,55
	P_2	−0,64	−5,05	−5,53	−8,11	−19,10	−23,00
	P_3	1,16	1,87	1,93	2,20	3,10	3,31
$c_I^{(6)}$	P_1	2,61	2,61	2,61	2,61	2,60	2,60
	P_2	−0,53	−2,13	−2,21	−2,47	−2,51	−2,36
	P_3	1,15	1,63	1,65	1,70	1,53	1,41

можно записать в виде

$$\text{(П4)}\qquad \frac{\mathbf{h}_{\alpha z}}{p_{\alpha z}}=\frac{\bar{\mathbf{h}}_\alpha}{p_\alpha}+c_\alpha^{(6)}\left(\mathbf{w}_{\alpha z}-\bar{\mathbf{w}}_\alpha\right)+\frac{\tau_\alpha}{\tau_{\alpha\alpha}}c_\alpha^{(5)}n_\alpha\left(\frac{\overline{z_\alpha^2}}{z^2}\nabla_\parallel T_{\alpha z}-\nabla_\parallel T_\alpha\right),$$

где $c_\alpha^{(5)}=\frac{5}{2}\frac{S_\alpha^{(8)}}{D_\alpha}\frac{\tau_{\alpha\alpha}}{\tau_\alpha}$; $c_\alpha^{(6)}=\frac{S_\alpha^{(2)}S_\alpha^{(8)}-S_\alpha^{(3)}S_\alpha^{(6)}}{D_\alpha}$; $D_\alpha=S_\alpha^{(4)}S_\alpha^{(8)}-7\left(S_\alpha^{(6)}\right)^2$.

Решение (П3) вида (П4) совместно с решением системы уравнений (П2) для $\bar{h}_\alpha$ приводит в результате к формуле (13). Подстановка решений этих уравнений в уравнение (2а) позволяет представить $R_{\alpha z}$ в виде (12), где коэффициент $c_\alpha^{(4)}$ определен выражением

$$c_\alpha^{(4)}=1-\frac{2}{5}\left[\left(S_\alpha^{(2)}\right)^2S_\alpha^{(8)}-2S_\alpha^{(2)}S_\alpha^{(3)}S_\alpha^{(6)}+\left(S_\alpha^{(3)}\right)^2S_\alpha^{(6)}/7\right]\tau_\alpha/D_\alpha\tau_{\alpha\alpha}.$$

Приложение 2. Коэффициенты $c_{\alpha\beta}^{(n)}$ и $c_\alpha^{(n)}$ в случае двух тяжелых компонентов удобно вычислять по приближенной формуле

$$c=P_1+P_2/(Z_{iI}+P_3),$$

где $Z_{iI}=n_I\overline{z_I^2}/n_i\overline{z_i^2}$. Индекс I соответствует наиболее тяжелому компоненту плазмы. Значения констант P_n для определения $c_{\alpha\beta}^{(n)}$ и $c_\alpha^{(n)}$ в плазме с двумя сортами ионов примеси (любой парой из набора: углерод, кислород, железо, вольфрам) приведены в таблице. Ошибка, даваемая приближенной формулой, в большинстве случаев не превышает 2—3%.

Поступила 11 IX 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. **TFR Group.** Space and time resolved study of impurities in TFR tokamak plasmas.— Phys. Rev. Lett., 1976, vol. 36, p. 1306.
2. **Гервидс В. И., Крупин R. A.** Об основных факторах, определяющих поведение примеси в плазме Токамака.— Физика плазмы, 1975, т. 1, с. 357.
3. **Брагинский С. И.** Явления переноса в плазме.— В кн.: Вопросы теории плазмы. Под ред. Леонтовича М. А. Вып. 1, 1963.
4. **Taylor J. B.** Diffusion of plasma ions across a magnetic field.— Phys. Fluids, 1961, vol. 4, p. 1142.
5. **Векштейн Г. Е., Рютов Д. Д., Чеботаев П. З.** Диффузия тяжелых примесей в плотной плазме, удерживаемой стенками.— Физика плазмы, 1975, т. 1, с. 401.
6. **Жданов В. М., Юшманов П. Н.** Диффузия примесей в режиме Пфирша — Шлютера.— Физика плазмы, 1977, т. 3, с. 1193.
7. **Grad H.** On the kinetic theory of rarefied gases.— Comm. Pure and Appl. Math., 1949, vol. 2, p. 331. Рус. пер. **Грэд X.** О кинетической теории разреженных газов.— Сб. пер. Механика, 1952, № 4 (14); № 5 (15).
8. **Herdan R., Liley B. S.** Dynamical equations and transport relationships for a thermal plasma.— Rev. Mod. Phys., 1960, vol. 32, p. 731.
9. **Алиевский М. Я., Жданов В. М.** Уравнения переноса для неизотермической многосортной плазмы.— ПМТФ, 1963, № 5.
10. **Самохин М. В.** Токи и потоки тепла в двухтемпературной плазме.— ЖТФ, 1963, т. 33, с. 667.
11. **Hirshman S. P.** Transport of a multiple ion species plasma in the Pfirsh — Schlüter regime.— Phys. Fluids, 1977, vol. 20, p. 589.
12. **Grad H.** Asymptotic theory of the Boltzmann equation.— Phys. Fluids, 1963, vol. 6, p. 147. Рус. пер.— В кн.: Некоторые вопросы кинетической теории газов. М., Мир, 1965.
13. **Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р.** Молекулярная теория газов и жидкостей. М., ИЛ, 1961.
14. **Ферцигер Дж., Капер Г.** Математическая теория процессов переноса в газах. М., Мир, 1976.
15. **Popoular R.** Analysis of classical impurity transport.— Nuclear Fusion, 1976, vol. 16, p. 679.

16. **Попрядухин А. П.** Классические потоки частиц в плазме с одномерной неоднородностью плотности и температуры. Препринт ИАЭ им. И. В. Курчатова, № 2404, 1974.
17. **Митчнер М., Кругер Ч.** Частично ионизованные газы. М., Мир, 1976.

УДК 533.6.011

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ НЕПЛОТНОЙ ПЛАЗМЫ, ПОГЛОЩАЮЩЕЙ ИЗЛУЧЕНИЕ CO_2-ЛАЗЕРА

С. П. Попов, Ю. И. Ромашкевич

(Москва)

Путем расчетов уравнений нестационарной двумерной газовой динамики с учетом поглощения лазерного излучения и возможного отклонения температуры и степени ионизации от равновесных значений исследуется процесс нагрева и движения гелиевой плазмы под действием импульсного излучения CO_2-лазера с длительностью 100 нс и общей энергией 10 Дж. Средняя плотность заряженных частиц $\sim 10^{18}$ 1/см^3, максимальная температура 25 эВ, размер плазменного образования 0,2—1,2 см.

Условные обозначения:

ρ — плотность; u — осевая компонента скорости; v — радиальная компонента скорости; p — общее давление; E — полная энергия; ε, p_e, T_e — тепловая энергия, давление и температура электронов; T — температура атомов (ионов); α_0, α_1, α_2, α_e — соответственно неравновесные концентрации атомов, одно- и двукратно ионизованных атомов, электронов; α_{0p}, α_{1p}, α_{2p}, α_{ep} — равновесные значения этих концентраций; K_1, K_2 — константы ионизационного равновесия; I_1, I_2 — потенциалы ионизации He; g_0, g_1, g_2 — статистические веса; N_0 — число Лошмидта; M — масса атома; v_c — средняя тепловая скорость электронов; σ_1, σ_0, σ_a — сечения ионизации ионов и атомов электронным ударом и при атом-атомных столкновениях; σ_{0e}, σ_{1e}, σ_{2e} — сечения тормозного поглощения электронами лазерного излучения соответственно в поле атома, одно- и двукратно заряженных ионов; $\varkappa_{0e}$, $\varkappa_{1e}$, $\varkappa_{2e}$ — соответствующие спектральные линейные коэффициенты поглощения; $\varkappa$ — линейный коэффициент поглощения, исправленный на вынужденное испускание; t_a, t_i, t_{2i} — времена температурной релаксации, соответствующие упругим столкновениям электронов с атомами и ионами; ν, q — энергия кванта и плотность потока лазерного излучения.

Пробой газов мощными потоками лазерного излучения давно является объектом всестороннего изучения. В настоящее время теоретическое описание пробоя находится в хорошем качественном согласии с обширными экспериментальными результатами, но количественное соответствие получено в гораздо меньшем числе случаев. Это объясняется наличием большого числа физических процессов, влияющих на его образование и последующее развитие. Для более точного учета диффузии заряженных частиц, потерь энергии электронами в неупругих столкновениях, а также реального распределения интенсивности излучения лазера необходимо привлечение численных методов.

Аналогичная ситуация складывается и при изучении процессов взаимодействия лазерного излучения с плазмой, получающейся в результате пробоя. Исследования в этом направлении развиваются, в частности, в связи с возможностью удержания, сжатия и нагрева не слишком плотной плазмы магнитным полем, а также с эффектами самофокусировки