УДК 537.523.74

ЭЛЕКТРОННЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ПЕРЕНОСА В НЕРАВНОВЕСНОЙ СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЕ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

Н. Л. Александров, А. П. Напартович, А. Н. Старостин

(Москва)

1. Введение. В данной работе рассматривается слабоионизованная плазма в электрическом и магнитном полях, в которой энергетическое распределение электронов является неравновесным. Такая плазма встречается в ионосфере [1], МГД-генераторах [2] и полупроводниковых устройствах. В последнее время в связи с рядом технических приложений повышенный интерес вызывает неравновесная газоразрядная плазма в скрещенных электрическом и магнитном полях [3, 4].

В [5] экспериментально обнаружено явление анизотропии диффузии электронов в газах под действием электрического поля, которое нашло теоретическое объяснение в [6, 7]. В [8] показано, что система уравнений переноса электронов в слабоионизованной слабонеоднородной плазме в электрическом поле сводится к одному модифицированному уравнению непрерывности, которое в окончательном виде (без магнитного поля) получено в [9]. Это связано с тем, что средняя скорость и средняя энергия электронов однозначно определяются внешним электрическим полем и сечениями рассеяния электронов на атомах и молекулах. Согласно [9], не только неоднородность плотности электронов, но и неоднородность, и нестационарность параметра E/N (E — напряженность электрического поля, N — плотность нейтральных частиц) приводят к перенормировке потока электронов вдоль электрического поля, т. е. «термодиффузия» электронов в электрическом поле также является анизотропной. Расчету электронных коэффициентов переноса в электрическом поле (без магнитного поля) посвящено большое число работ [7, 9].

В [10] выведено модифицированное уравнение переноса электронов в слабоионизованной плазме в электрическом и магнитном полях, указаны формулы для определения электронных коэффициентов переноса и на основе нового уравнения переноса исследована устойчивость слабоионизованной плазмы.

В данной работе рассмотрен предел сильного магнитного поля, когда циклотронная частота электронов велика по сравнению с частотой передачи импульса электронов. Получены явные выражения для электронных коэффициентов переноса в модельном случае, когда интеграл столкновений имеет дивергентный вид, а сечения рассеяния электронов на нейтральных частицах являются степенными функциями от скорости электронов. Такой вид интеграл столкновений имеет, если основные потери энергии электронов связаны с упругими соударениями (атомарные газы). В молекулярных газах к такому же виду при определенных условиях сводится интеграл столкновений с возбуждением вращений и колебаний. Ранее из набора электронных коэффициентов переноса для сильного магнитного поля вычислялся только коэффициент поперечной диффузии [7].

2. Основные уравнения. Получим формулы для определения электронных коэффициентов переноса в неравновесной слабоионизованной плазме в электрическом и магнитном полях, следуя работе [10].

Если под действием электрического поля электроны на длине λ_u набирают энергию, значительно большую тепловой ($eE\lambda_u \gg T$, где λ_u — длина релаксации средней энергии электронов, e — заряд электрона, T — температура газа), то средняя энергия электронов значительно превышает энергию тяжелых частиц [11]. При достаточно малой степени ионизации α_i ($\alpha_i \leqslant 10^{-6}$—$10^{-4}$ для различных газов) длина пробега электронов по отношению к электрон-электронному рассеянию превышает λ_u, и энергетическое распределение электронов становится немаксвелловским [11]. Для функции распределения электронов по скоростям воспользуемся двучленным приближением [11] $f = f_0 + (\mathbf{v}/v)\mathbf{f}_1$ (v — скорость электронов), которое справедливо для большинства газов. Если частота изменения параметров плазмы много меньше частоты передачи импульса электронов нейтральным частицам ν, то система уравнений для изотропной и неизотропной частей функции распределения электронов по скоростям в электрическом $\mathbf{E}$ и магнитном $\mathbf{H}$ полях имеет вид [8, 12]

$$\frac{\partial (nf_0)}{\partial t} + \frac{v}{3}\,\mathrm{div}\,(n\mathbf{f}_1) - \frac{en\mathbf{E}}{3mv^2}\frac{\partial}{\partial v}(v^2\mathbf{f}_1) - S_0(nf_0) = 0, \tag{2.1}$$

$$\frac{v}{3}\nabla(nf_0) - \frac{e\mathbf{E}}{m}\frac{\partial f_0}{\partial v} - \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{f}_1 + \nu\mathbf{f}_1 = 0,$$

где $\nu = N\sigma_т v$; $\sigma_т$ — транспортное сечение рассеяния электронов на нейтральных частицах; n — плотность электронов; $\boldsymbol{\omega} = e\mathbf{H}/mc$; S_0 — усредненный по углам интеграл столкновений. Функция распределения электронов нормируется условием

$$4\pi \int\limits_0^\infty f_0 v^2 dv = 1.$$

Если для характерного размера неоднородности L и временного масштаба τ изменения энергетического распределения электронов выполняются условия $\lambda_u \ll L$, $\tau^{-1} \ll \nu_u$ (ν_u — частота передачи энергии электронов нейтральным частицам), то функция распределения электронов в главном порядке f_{00} определяется решением системы (2.1) без членов, описывающих неоднородность и нестационарность:

$$\frac{e^2}{3m^2v^2}\frac{\partial}{\partial v}\left\{\frac{v^2}{\omega^2+\nu^2}\frac{\partial f_{00}}{\partial v}\left[\nu E^2 + \frac{(\boldsymbol{\omega}\mathbf{E})^2}{\nu}\right]\right\} + S_0(f_{00}) = 0. \tag{2.2}$$

Эта функция может быть использована в качестве нулевого приближения для построения теории возмущений по параметрам $(\tau\nu_u)^{-1}$ и λ_u/L.

Будем считать, что плотность электронов и электрическое поле являются неоднородными и нестационарными. Тогда, согласно [10], функцию распределения электронов можно представить в виде

$$f_0(v) = f_{00}(v)\left[1 + \frac{a_j(v)}{n}\frac{\partial n}{\partial x_j} + \frac{b^{\perp}(v)}{E}\frac{\partial E_{\perp j}}{\partial x_j} + \frac{b^{\parallel}(v)}{E}\frac{\partial E_{\parallel j}}{\partial x_j} + \right.$$
$$\left. + \frac{c_j^{\perp}(v)}{E}\frac{\partial E_{\perp}}{\partial x_j} + \frac{c_j^{\parallel}(v)}{E}\frac{\partial E_{\parallel}}{\partial x_j} + \frac{d^{\perp}(v)}{E}\frac{\partial E_{\perp}}{\partial t} + \frac{d^{\parallel}(v)}{E}\frac{\partial E_{\parallel}}{\partial t}\right], \tag{2.3}$$

где $\mathbf{E}_{\parallel} = \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\omega}\mathbf{E})/\omega^2$, $\mathbf{E}_{\perp} = \mathbf{E} - \mathbf{E}_{\parallel}$. (Здесь и далее по повторяющимся индексам подразумевается суммирование.) Уравнения для коэффициентов в разложении (2.3) приведены в [10]. Выражение для средней направленной скорости электронов, согласно [10], имеет вид

$$w_i = \mu_{ij}E_j - \frac{D_{ij}^*}{n}\frac{\partial n}{\partial x_j} - \frac{D_i^{\perp}}{E}\frac{\partial E_{\perp j}}{\partial x_j} - \frac{D_i^{\parallel}}{E}\frac{\partial E_{\parallel j}}{\partial x_j} - \frac{D_{ij}^{\perp}}{E}\frac{\partial E_{\perp}}{\partial x_j} -$$
$$- \frac{D_{ij}^{\parallel}}{E}\frac{\partial E_{\parallel}}{\partial x_j} - \frac{D_i^{t\perp}}{E}\frac{\partial E_{\perp}}{\partial t} - \frac{D_i^{t\parallel}}{E}\frac{\partial E_{\parallel}}{\partial t},$$

где

$$\mu_{ij} = \frac{4\pi}{3}\frac{e}{m}\int\limits_0^\infty \frac{v^3}{\omega^2+\nu^2}\frac{\partial f_{00}}{\partial v}\left(\nu\delta_{ij} + \varepsilon_{ikj}\omega_k + \frac{\omega_i\omega_j}{\nu}\right)dv,$$

$$D_{ij} = \frac{4\pi}{3}\int\limits_0^\infty \frac{v^4 f_{00}}{\omega^2+\nu^2}\left(\nu\delta_{ij} + \varepsilon_{ikj}\omega_k + \frac{\omega_i\omega_j}{\nu}\right)dv,$$

$$D_{ij}^* = D_{ij} + J_i(f_{00}a_j), \quad D_i^{\perp,\parallel} = J_i(f_{00}b^{\perp,\parallel}),$$

$$D_{ij}^{\perp,\parallel} = E\frac{\partial D_{ij}}{\partial E_{\perp,\parallel}} + J_i(f_{00}c_j^{\perp,\parallel}), \quad D_i^{t\perp,\parallel} = J_i(f_{00}d^{\perp,\parallel}),$$

$$J_i(f) = -\frac{4\pi}{3}\frac{e}{m}\int\limits_0^\infty \frac{v^3}{\omega^2+\nu^2}\left(\nu E_i + \varepsilon_{inm}E_m\omega_n + E_n\frac{\omega_m\omega_i}{\nu}\right)dv,$$

δ_{ij} и ε_{ijk} — символы Кронекера и Леви — Чивита. Тензор D_{ij}^* описывает диффузию электронов в неравновесной плазме (выражение для D_{ij}^* впервые получено в [7]), $D_i^{\perp,\parallel}$ и $D_{ij}^{\perp,\parallel}$ — «термодиффузию» электронов, так как величина E определяет среднюю энергию электронов. Тензоры $D_i^{t\perp,\parallel}$ описывают неклассические потоки электронов, связанные с нестационарностью электрического поля. Согласно [10], если ν не зависит от скорости электронов,

$$D^*_{ij} = D_{ij}, \quad D^{\perp, \parallel}_{ij} = E \frac{\partial D_{ij}}{\partial E_{\perp, \parallel}}, \quad D^{\perp, \parallel}_{i} = D^{t\perp, \parallel}_{i} = 0.$$

3. Электронные коэффициенты переноса в модельном случае. В общем случае для определения коэффициентов переноса электронов необходимо численно решать систему интегродифференциальных уравнений [10], однако для некоторых моделей удается получить аналитическое решение этой задачи.

Пусть интеграл столкновений электронов с атомами и молекулами имеет дивергентный вид

$$S_0(f) = \frac{1}{2v^2} \frac{\partial}{\partial v} (v^3 \nu_u f)$$

и частоты упругих и неупругих столкновений электронов с нейтральными частицами являются степенными функциями от скорости электронов: $\nu = \nu_0 v^p$, $\nu_u = \delta\nu$, $\delta = \delta_0 v^q$. Как указывалось во введении, эта модель отражает ряд конкретных ситуаций.

Будем считать, что магнитное поле перпендикулярно электрическому и направлено по оси z, т. е. $E_\parallel = 0$, $E_\perp = E$. Тогда решение уравнения (2.2) имеет вид

$$(3.1) \qquad f_{00} = C \exp\left[-\frac{3m^2\delta_0}{2e^2E^2} \left(\frac{\omega^2}{q+2} v^{q+2} + \frac{\nu_0^2}{2p+q+2} v^{2p+q+2} \right) \right].$$

Если величина магнитного поля мала и $\omega \ll \nu$, то выражение (3.1) сводится к известной формуле [9] без учета магнитного поля. В другом предельном случае $\omega \gg \nu$ выражение (3.1) упрощается *

$$(3.2) \qquad f_{00} = C \exp[-(v/\alpha)^s],$$

$$\alpha^s = \frac{2s}{3\delta_0} \left(\frac{eE}{m\omega}\right)^2, \quad s = q + 2, \quad C = \frac{s}{4\pi\alpha^3 \Gamma\left(\frac{3}{s}\right)}.$$

Именно этот случай и будет рассматриваться ниже. Тензоры подвижности и диффузии электронов тогда равны

$$\mu_{ij} = -\frac{p+3}{3} \frac{\Gamma\left(\frac{p+3}{s}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{s}\right)} \frac{e\nu(\alpha)}{m\omega^2} \delta_{ij} + \frac{e\omega_k}{m\omega^2} \varepsilon_{ijk},$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \frac{\Gamma\left(\frac{p+5}{s}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{s}\right)} \frac{\alpha^2 \nu(\alpha)}{\omega^2} \delta_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\Gamma\left(\frac{5}{s}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{s}\right)} \frac{\alpha^2 \omega_k}{\omega^2} \varepsilon_{ijk},$$

где $\nu(\alpha) = \nu_0 \alpha^p$, $i, j = x, y$. Компоненты тензоров с индексом z выписывать не будем, так как выражения для них не зависят от магнитного поля. Выражение для тензора диффузии с учетом перенормировки имеет вид

$$D^*_{ij} = D_{ij} + C_0 \frac{\alpha^2 \nu(\alpha)}{\omega^2} e_i e_j, \quad e_i = E_i/E,$$

$$C_0 = \frac{p+3}{6} \frac{\Gamma\left(\frac{p+5}{s}\right)\Gamma\left(\frac{3}{s}\right) - \Gamma\left(\frac{p+3}{s}\right)\Gamma\left(\frac{5}{s}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{3}{s}\right)} + S.$$

* Эффективная фаза записи (3.2) верна для расчета интегральных величин типа μ, D и т. д. Сама функция распределения может сильно отличаться от (3.2) за счет второго слагаемого в показателе экспоненты (3.1)

При $p > -3$ величину S можно записать в виде ряда

$$S = \frac{(p+3)^2}{3s^2} \frac{\Gamma\left(\frac{p+3}{s}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{3}{s}\right)} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{\Gamma\left(k-1+\frac{5}{s}\right)\Gamma\left(\frac{3}{s}\right) - \Gamma\left(k-1+\frac{5-p}{s}\right)\Gamma\left(\frac{p+3}{s}\right)}{\left(k-1+\frac{2-p}{s}\right)\Gamma\left(k+\frac{3}{s}\right)} - \right.$$

$$\left. - \frac{\Gamma\left(k+\frac{p+5}{s}\right)\Gamma\left(\frac{3}{s}\right) - \Gamma\left(k+\frac{5}{s}\right)\Gamma\left(\frac{p+3}{s}\right)}{\left(k+\frac{2}{s}\right)\Gamma\left(k+1+\frac{p+3}{s}\right)} \right].$$

Тензоры «термодиффузии» электронов записываются в виде

$$D_i^{\perp} = e_i \frac{\alpha^2 \nu(\alpha)}{\omega^2} S,$$

$$D_{ij}^{\perp} = E \frac{\partial D_{ij}}{\partial E_{\perp}} + e_i \frac{\alpha^2 \nu(\alpha)}{\omega^2} \left[\frac{2p}{s} S e_j + C_1 \varepsilon_{jmn} e_m \frac{\omega_n}{\nu(\alpha)} + C_2 e_j \right],$$

где

$$C_1 = \frac{2(p+3)}{s(2-p)} \frac{\Gamma\left(\frac{5-p}{s}\right)\Gamma\left(\frac{p+3}{s}\right) - \Gamma\left(\frac{5}{s}\right)\Gamma\left(\frac{3}{s}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{3}{s}\right)},$$

$$C_2 = \frac{p+3}{3s(s+2)} \frac{(14+4p-3s)\,\Gamma\left(\frac{p+5}{s}\right)\Gamma\left(\frac{3}{s}\right) - (14-3s)\,\Gamma\left(\frac{p+3}{s}\right)\Gamma\left(\frac{5}{s}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{3}{s}\right)}.$$

Выражение для тензора $D_i^{t\perp}$, описывающего потоки электронов, связанные с нестационарностью электрического поля, сводится к

$$D_i^{t\perp} = C_1 \frac{m\alpha^2}{eE} e_i.$$

Заметим, что при $\omega \to 0$ полученные выше формулы совпадают с результатами [9] при замене $p \to -p$. Величина s при этом также другая. Здесь $s = q + 2$, в [9] $s = 2p + q + 2$.

Результаты расчета безразмерных коэффициентов C_0, S, C_1 и C_2 в зависимости от p для $s = 2$ и 4 приведены в таблице. Видно, что, как и в случае без магнитного поля, знаки этих коэффициентов определяются знаком производной транспортной частоты столкновений электронов с нейтральными частицами по скорости электронов. Однако при переходе от одного предельного случая $\omega \gg \nu$ к другому знаки S, C_0, C_1, C_2, а также части электронных коэффициентов переноса меняются. Это связано с тем, что при этом изменяется зависимость подвижности электронов от их транспортной частоты.

Экспериментальное определение указанных выше коэффициентов переноса электронов открывает новые возможности для определения сече-

p	$s=2$				$s=4$			
	C_0	S	C_1	C_2	C_0	S	C_1	C_2
−1	−0,26	−0,073	0,70	−0,75	−0,14	−0,054	0,10	−0,11
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,2	0,10	0,048	−0,16	0,28	0,032	0,016	−0,025	0,029
0,4	0,23	0,12	−0,32	0,63	0,067	0,036	−0,051	0,060
0,6	0,40	0,21	−0,50	1,06	0,11	0,058	−0,080	0,095
0,8	0,62	0,35	−0,69	1,60	0,15	0,083	−0,11	0,13
1	1,08	0,71	−0,91	2,26	0,20	0,12	−0,15	0,17
1,5	2,10	1,52	−1,57	4,67	0,34	0,22	−0,25	0,29
2	4,62	3,37	−2,54	8,75	0,57	0,40	−0,40	0,45

ний рассеяния электронов на атомах и молекулах, нахождения областей неустойчивости неравновесной слабоионизованной плазмы. Использование корректных уравнений переноса позволит проводить достаточно надежные расчеты характеристик неравновесной слабоионизованной плазмы в электрическом и магнитном полях.

Поступила 24 V 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. **Власов М. Н., Кочетов И. В., Мишин Е. В., Певгов В. Г., Телегин В. А.** Функция распределения электронов по энергиям и тепловой баланс ионосферной плазмы при наличии электрических полей. Препринт ИЗМИРР АН СССР № 25(338). М., 1981.
2. **Вулис Л. А., Генкин А. Л., Фоменко Б. А.** Теория и расчет магнитогазодинамических течений в каналах. М.: Атомиздат, 1971.
3. **Бондаренко Т. С., Турко М. Н.** О влиянии магнитного поля на кинетические характеристики плазмы разряда.— Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук, 1971, т. 8, № 2.
4. **Афонин Ю. В., Оришич А. М., Пономаренко А. Г.** Однородность объемного разряда, контролируемого электронным пучком в поперечном магнитном поле.— ПМТФ, 1979, № 5.
5. **Wagner E. B., Davis F. J., Hurst G. S.** Time-of-flight investigations of electron transport in some atomic and molecular gases.— J. Chem. Phys., 1967, vol. 47, N 9.
6. **Parker J. H., Lowke J. J.** Theory of electron diffusion parallel to electric fields. I. Theory.— Phys. Rev., 1969, vol. 181, N 1; **Scullerud H. R.** Longitudinal diffusion of electrons in electrostatic fields in gases.— J. Phys. B, ser. 2, 1969, vol. 2, N 4.
7. **Хаксли Л., Кромптон Р.** Диффузия и дрейф электронов в газах. М.: Мир, 1977.
8. **Тимофеев А. В.** О гидродинамических уравнениях переноса для слабоионизованной плазмы газового разряда.— ЖТФ, 1970, т. 40, № 1.
9. **Александров Н. Л., Напартович А. П., Старостин А. Н.** Уравнения переноса в неравновесной слабоионизованной плазме.— Физика плазмы, 1980, т. 6, № 5.
10. **Александров Н. Л., Напартович А. П., Старостин А. Н.** Уравнения переноса электронов в неравновесной слабоионизованной плазме в электрическом и магнитном полях.— Физика плазмы, 1983, т. 9, № 5.
11. **Гинзбург В. Л., Гуревич А. В.** Нелинейные явления в плазме, находящейся в переменном электромагнитном поле.— УФН, 1960, т. 70, № 2.
12. **Шкаровский И., Джонстон Т., Бачинский М.** Кинетика частиц плазмы. М.: Атомиздат, 1969.

УДК 533.932+533.601.18

О ПЕРЕДАЧЕ ИМПУЛЬСА ГАЗОВЫХ ИОНОВ ПОВЕРХНОСТИ ТВЕРДОГО ТЕЛА

В. А. Шувалов

(Днепропетровск)

Тепловое и силовое взаимодействие тел с потоком разреженного газа в значительной мере характеризуется коэффициентами обмена импульсом и энергией или эквивалентными им коэффициентами аккомодации. Коэффициенты аккомодации используются при определении конвективных тепловых потоков и аэродинамических характеристик тел в свободномолекулярном режиме обтекания и являются важным элементом расчетных соотношений независимо от принятой схемы взаимодействия атомов газа с поверхностью твердого тела.

В настоящее время наиболее полно теоретически изучен процесс взаимодействия атомов газа с чистыми кристаллическими структурами. Известно значительное количество работ, посвященных численному моделированию столкновения атомных частиц с поверхностью твердого тела и содержащих приближенные аналитические решения, характеризующие механизм передачи импульса и энергии атомов газа идеальным кристаллическим поверхностям [1].

На практике мишени с идеальной монокристаллической структурой встречаются крайне редко. В большинстве случаев бомбардируемые мишени имеют поликристаллическую структуру; отдельные кристаллиты в этих образцах ориентированы случайным образом. При численном исследовании процесса столкновения атомов газа с атомарно-гладкой поликристаллической поверхностью необходимо осреднение характеристик взаимодействия, что существенно усложняет задачу [2]. В литературе отсутствует в необходимом объеме информация о расчетных и экспериментальных значениях коэффициентов аккомодации газовых молекул для практически важного, с точки зрения аэродинамики, диапазона энергии частиц ~1—100 эВ. Поэтому исследование особен-