

(y — расстояние от проницаемой стенки), описывающая согласно [3] распределение скорости в канале с проницаемыми стенками. Из данных фиг. 3, 4 видно, что при $x_1/h_1 \simeq 1,0$ профиль скорости хорошо описывается зависимостью (2), т. е. течение еще не возмущено преградой. При уменьшении x_1/h_1 влияние поперечной стенки приводит к уменьшению скорости потока на оси и разделению его на две симметричные струи.

То обстоятельство, что независимо от отношения h_2/h_1 длина зоны взаимодействия преграды и вытекающей струи Δx_1 , представленная в безразмерном виде $\Delta x_1/h_1$, оставалась примерно одинаковой, позволило предположить, что на этом участке распределения скорости зависят только от одного параметра — x_1/h_1 . На фиг. 4 представлены профили скорости для двух высот каналов (10 и 20 мм) и двух значений параметра $x_1/h_1 \simeq 1$ и 0,68. Видно, что профили скорости, соответствующие одинаковому значению x_1/h_1 , для обоих каналов близки, что говорит о правоте высказанного предположения.

Следует обратить внимание на распределение статического давления в канале высотой $h_1 = 20$ мм (см. фиг. 2, в). На участке роста распределения давления уже не описывается квадратичным законом (сплошная кривая). Эти результаты были проверены неоднократными измерениями. Описанный характер распределения давления был объяснен влиянием возникающей не двумерности течения (для данных опытов отношение ширины канала к его высоте h_1 составило 3, т. е. в 2 раза меньше, чем для канала высотой 10 мм). Интересно отметить, что распределение скорости при этом на не возмущенном преградой участке течения было по-прежнему близко к косинусоидальной зависимости (2) (фиг. 4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Белов А. И., Горшков Г. Ф. и др. Экспериментальное исследование газодинамических параметров при струйном обтекании преграды. — Изв. АН СССР. МЖТ, 1971, № 2.
2. Степанов С. И. Взаимодействие осесимметричной струи с плоской преградой. — Изв. вузов. Сер. Машиностроение, 1979, № 9.
3. Yuan S. N. Further investigation of laminar flow in channels with porous walls. — J. Appl. Phys., 1956, vol. 27, N 3.

Поступила 2/II 1984 г.

УДК 532.529 : 533.6.071.1

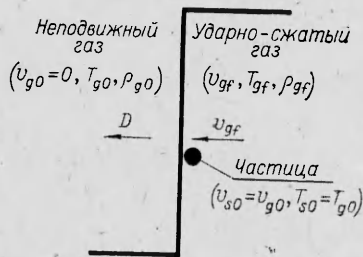
ОБ ОЦЕНКЕ ХАРАКТЕРНЫХ ВРЕМЕН ДИНАМИЧЕСКОГО И ТЕПЛООВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФАЗ В ЗАДАЧАХ ВОЛНОВОЙ ДИНАМИКИ ГАЗОВЗВЕСЕЙ

А. И. Ивандеев

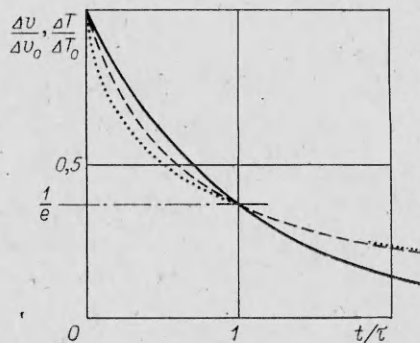
(Москва)

При решении задач волновой динамики газовзвесей полезно использовать понятия характерных времен τ и длин l межфазного обмена импульсом (τ_v, l_v) и теплом (τ_T, l_T), понимая под ними характерные времена и длины, на которых разница скоростей и температур газа и частиц изменяется в конечное число раз. Их сопоставление с характерным временным и линейным масштабом задачи позволяет делать выводы о возможности описания течений в рамках простых частных моделей (модели термодинамически равновесной газовзвеси, модели однотемпературной газовзвеси и т. п.). Если течение необходимо исследовать в рамках общей двухскоростной и двухтемпературной модели, то характерные времена и длины межфазового взаимодействия позволяют ввести удобные безразмерные переменные. Ниже показано, что характерные времена динамического τ_v и теплового τ_T взаимодействия фаз определяются характерными числами Рейнольдса обтекания частиц. При этом они могут сильно отличаться друг от друга и от обычных стоксовых времен [1, 2], соответствующих малым числам Рейнольдса.

Пусть одиночная сферическая частица диаметром d с плотностью вещества ρ_s , имеющая начальную скорость v_{s0} и температуру T_{s0} , попадает в газовый поток за фронтом движущейся со скоростью D ударной волны,



Фиг. 1



Фиг. 2

скорость которого относительно неподвижной системы координат равна v_{gf} , температура T_{gf} , а плотность ρ_{gf} (ситуация, схематично показанная на фиг. 1). Законы изменения скорости и температуры частицы в таком постоянном потоке описываются дифференциальными уравнениями

$$(1) \quad m dv_s/dt = f, \quad mc_s dT_s/dt = q \quad (m = (1/6)\pi d^3 \rho_s),$$

$$f = 0,125\pi d^2 \rho_{gf} C_d |v_{gf} - v_s| (v_{gf} - v_s), \quad q = \pi d \lambda_g \text{Nu} (T_{gf} - T_s),$$

где C_d — коэффициент сопротивления; Nu — параметр теплообмена; ρ , λ , c — плотность, теплопроводность и удельная теплоемкость; нижние индексы g и f отмечают параметры газа и частицы.

Коэффициент сопротивления C_d и параметр теплообмена Nu , определяющие интенсивность теплового и силового взаимодействия частицы с газом за фронтом ударной волны, зависят от характерных чисел Рейнольдса и Маха относительного движения [3]. Однако режимы обтекания частиц со значительными числами Маха реализуются лишь в очень сильных ударных волнах, в остальных случаях влияние Маха мало, и им можно пренебречь. Примем

$$(2) \quad C_d = 24/\text{Re} + 4/\text{Re}^{0,5} + 0,44, \quad \text{Nu} = 2 + 0,6\text{Re}^{0,5}\text{Pr}^{0,3}, \quad \text{Re} = |v_g - v_s| d \rho_g / \mu_g, \quad \text{Pr} = \mu_g c_{pg} / \lambda_g,$$

где c_{pg} и μ_g — теплоемкость при постоянном давлении и динамическая вязкость; Pr — число Прандтля газа.

Если Re невелики ($\text{Re} < \sim 1$), то реализуется стоксов режим обтекания, когда вместо (2) имеем $C_d \cong 24/\text{Re}$, $\text{Nu} \cong 2$. В этом случае в соответствии с (1) изменения скорости v_s и температуры T_s частицы во времени описываются экспоненциальными функциями

$$(3) \quad \frac{\Delta v}{\Delta v_0} = \frac{v_s - v_{gf}}{v_{s0} - v_{gf}} = \exp\left(-\frac{t}{\tau_v^S}\right), \quad \frac{\Delta T}{\Delta T_0} = \frac{T_s - T_{gf}}{T_{s0} - T_{gf}} = \exp\left(-\frac{t}{\tau_T^S}\right)$$

$$\left(\tau_v^S = \frac{\bar{v}_s d^2}{18\mu_g}, \quad \tau_T^S = \frac{\rho_s c_s d^2}{12\lambda_g} \right),$$

где τ_v^S , τ_T^S — характерные времена, за которые разность скоростей и температур газа и частицы в стоксовом режиме их относительного движения изменяется в $e \cong 2,7$ раза. Они имеют смысл для всей зоны выравнивания параметров и потому могут быть названы временами релаксации (τ_v^S — стоксово время релаксации скорости, τ_T^S — стоксово время релаксации температуры). Отметим, что

$$(4) \quad \frac{\tau_T^S}{\tau_v^S} = k, \quad k = 1,5 \frac{c_s}{c_{pg}} \text{Pr} \sim 1.$$

Константа k имеет порядок единицы, так как $c_s \sim c_{pg}$, а число Прандтля газа $\text{Pr} \sim 1$.

Если числа Рейнольдса относительного обтекания частицы достаточно велики ($Re > 10^2$), то имеет место ньютонов режим обтекания, когда с учетом $Pr \sim 1$ в соответствии с (2) можно положить

$$(5) \quad C_d \cong 0,44, \quad Nu \cong 0,6Re^{1/2}.$$

Интегрирование уравнения движения (1) при законе сопротивления (5) дает зависимость скорости частицы от времени

$$(6) \quad \frac{\Delta v}{\Delta v_0} = \frac{v_s - v_{gf}}{v_{s0} - v_{gf}} = \left[1 + (e - 1) \frac{t}{\tau_v^N} \right]^{-1}, \quad \tau_v^N \cong 5,2 \frac{\rho_s}{\rho_{gf}} \frac{d}{|v_{gf} - v_{s0}|},$$

где τ_v^N — характерное время, за которое разность скоростей газа и частицы на начальном участке движения частицы за ударной волной при ньютоновом режиме обтекания изменяется в e раз.

Зависимость (6) в отличие от (3) не является экспоненциальной, и τ_v^N не есть истинное время релаксации, имеющее смысл для всей зоны выравнивания скоростей. Отметим, что в отличие от стоксова времени τ_v^S ньютоново время τ_v^N пропорционально не квадрату, а первой степени диаметра частицы d . Кроме того, оно зависит от характерного отношения плотностей фаз ρ_s/ρ_{gf} и характерной разницы скоростей $|v_{gf} - v_{s0}|$. При этом

$$(7) \quad \frac{\tau_v^N}{\tau_v^S} \cong \frac{94}{Re_*}, \quad Re_* = \frac{|v_{gf} - v_{s0}| d \rho_{gf}}{\mu_g} > 10^2,$$

где Re_* — характерное число Рейнольдса относительного движения, определенное по параметрам газа и частицы за фронтом ударной волны. Таким образом, характерное ньютоново время τ_v^N всегда меньше стоксова времени τ_v^S .

Зависимость температуры частицы от времени при ньютоновом режиме обтекания получим интегрированием уравнения притока тепла (1) при законе теплообмена (5) с учетом изменения скорости частицы (числа Re) во времени в соответствии с (6). Имеем

$$(8) \quad \frac{\Delta T}{\Delta T_0} = \frac{T_s - T_{gf}}{T_{s0} - T_{gf}} \cong \exp \left\{ 0,35 \sqrt{Re_*} \frac{\tau_v^N}{\tau_T^N} \left[1 - \left(1 + 1,72 \frac{t}{\tau_v^N} \right)^{1/2} \right] \right\}.$$

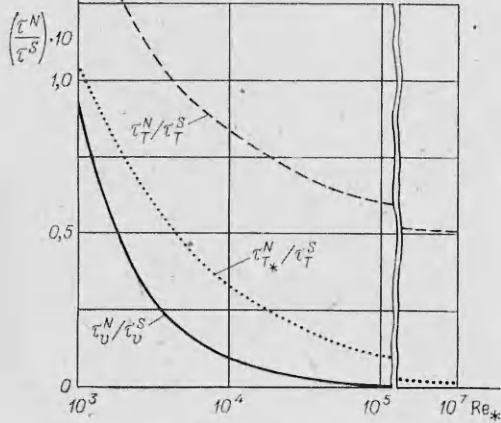
Зависимость (8) позволяет получить формулу для оценки характерного времени выравнивания температур при ньютоновом режиме обтекания движущейся частицы (времени, за которое разница температур между газом и частицей изменяется в $e = 2,7$ раза):

$$(9) \quad \frac{\tau_T^N}{\tau_v^N} \cong 3,4 \cdot 10^{-2} k \sqrt{Re_*} + 5,2 \cdot 10^{-4} k^2 Re_* \left(k = 1,5 \frac{c_s}{c_{pg}} Pr \sim 1, Re_* > 10^2 \right).$$

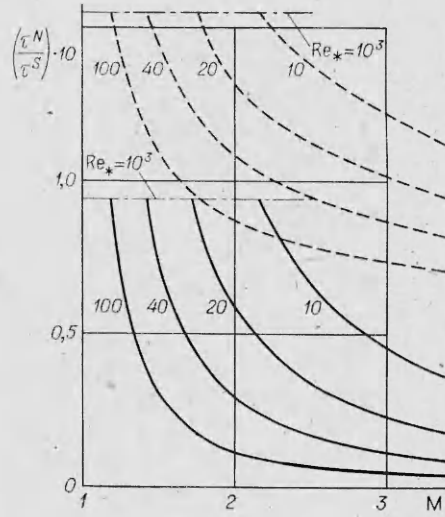
Видно, что в отличие от стоксова случая, когда в соответствии с (4) $\tau_T^S/\tau_v^S \sim 1$, величина отношения τ_T^N к τ_v^N при ньютоновом обтекании частиц зависит от характерного числа Рейнольдса Re_* и при Re_* порядка 10^3 и выше может значительно превышать 1. Отметим, что τ_T^N , так же как и τ_v^N , характеризует только ньютонову зону выравнивания температур и (в отличие от τ_T^S) не есть истинное время релаксации температуры. В противоположность стоксову времени релаксации τ_T^S ньютоново время τ_T^N зависит от характерного числа Рейнольдса относительного движения Re_* . При этом

$$\frac{\tau_T^N}{\tau_T^S} \cong 0,05k + \frac{3,3}{\sqrt{Re_*}} \left(k = 1,5 \frac{c_s}{c_{pg}} Pr \sim 1, Re_* \geq 10^2 \right),$$

следовательно, характерное ньютоново время τ_T^N значительно меньше соответствующего стоксова времени τ_T^S . Однако величина отношения τ_T^N/τ_T^S



Ф и г. 3



Ф и г. 4

не может быть меньше 0,05 даже при сколь угодно больших числах Re_* , т. е. характерное ньютоново время изменения температуры τ_T^N не может быть слишком малым (в отличие от ньютонова времени изменения скорости, которое при увеличении Re_* стремится к нулю (см. (7))).

Отметим, что если выражение для τ_T^N получить без учета эффекта вовлечения частицы в движение под воздействием газового потока, задав значение параметра теплообмена Nu в (5) равным $0,6Re_*^{1/2} = \text{const}$, то при значениях $Re_* \gg 10^3$ можно сильно ошибиться в оценке величины τ_T^N . Действительно, при таком подходе к определению τ_T^N (соответствующее значение τ_T^N обозначим индексом * внизу) имеем

$$\tau_{T*}^N / \tau_T^S \cong 3,3 / \sqrt{Re_*}.$$

В отличие от τ_T^N величина $\tau_{T*}^N \rightarrow 0$ при $Re_* \rightarrow \infty$. Поэтому, например, при $Re_* = 10^5$ имеем $\tau_T^N \cong 6\tau_{T*}^N$, а с увеличением Re_* отличие τ_T^N от τ_{T*}^N тоже увеличивается.

С учетом выражений (4), (7) и (9), связывающих значения τ_T^N , τ_r^N , τ_T^S и τ_v^S друг с другом, закон изменения температуры частицы во времени (8) может быть переписан в виде

$$(10) \quad \frac{\Delta T}{\Delta T_0} = \frac{T_s - T_{gf}}{T_{s0} - T_{gf}} \cong \exp \left\{ \frac{1}{0,03k \sqrt{Re_*}} \left[1 - \sqrt{1 + [(1 + 0,03k \sqrt{Re_*})^2 - 1] \frac{t}{\tau_T^N}} \right] \right\}.$$

Легко показать, что при $Re_* \geq 10^5$ (когда $0,03k \sqrt{Re_*} \gg 1$) для времен $t/\tau_T^N \geq 1$ параметр Re_* практически не влияет на вид зависимости (10) и

$$\Delta T / \Delta T_0 \cong \exp \left\{ -\sqrt{t/\tau_T^N} \right\}.$$

Вид безразмерных зависимостей относительной скорости и температуры частицы за фронтом волны от времени при стоковом и ньютоновом режимах обтекания проиллюстрирован на фиг. 2, сплошная линия — стоковы экспоненциальные зависимости (3), штриховая — ньютонова зависимость скорости (6), пунктир — зависимость температуры частицы от времени (10) при значении $Re_* = 10^5$. Каждая из кривых построена для своего безразмерного времени. Видно, что зависимости (6), (10) не очень сильно отличаются от экспоненциальной, хотя являются более крутыми при $t/\tau < 1$ и более пологими при $t/\tau > 1$. При $t/\tau > 1$ зависимости

(6), (10) (штриховая и пунктирная линии) практически совпадают (как отмечено выше, при $Re_* > 10^5$ вид зависимости (10) от значения этого параметра не зависит). Фиг. 3 иллюстрирует вид зависимостей характерных ньютоновых времен изменения скорости и температуры частицы от характерных чисел Рейнольдса относительного обтекания Re_* и наглядно показывает отличие этих времен друг от друга в широком диапазоне изменения Re_* .

На фиг. 4 показаны зависимости характерного ньютонова времени изменения скорости частицы (отнесенного к стоковому времени релаксации скорости, сплошные линии) и характерного времени изменения температуры (отнесенного к стоковому времени релаксации температуры, штриховые линии) от числа Маха для случая ударной волны в воздухе. Разные кривые соответствуют различным диаметрам частиц (цифры у кривых указывают диаметр в микронах). Каждая из кривых иллюстрирует соответствующие зависимости в области достаточно больших для данного размера частицы чисел Маха, при которых заведомо реализуется ньютонов режим ее обтекания за фронтом ($Re_* > \sim 10^3$). С увеличением интенсивности волн отношения характерных ньютоновых времен к стоковым уменьшаются, при этом величина характерного времени изменения скорости стремится к нулю, а величина характерного времени изменения температуры — к $\sim 0,05$. Для волн фиксированной интенсивности отношение ньютоновых времен к стоковым с уменьшением диаметра частиц растет, при этом

$$\tau_v^N/\tau_v^S \sim Ad^{-1}, \quad \tau_T^N/\tau_T^S \sim 0,05 + Bd^{-1/2} \quad (A, B = \text{const}).$$

Результаты выполненного анализа могут быть полезны при оценке характерных времен обмена импульсом и теплом между фазами в задачах динамики газозвесей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Marble F. Dynamics of dusty gases. — Ann. Rev. of Fluid Mech., 1970, N 2.
2. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1973.
3. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И. Газовая динамика многофазных сред. ВИНТИ, сер. МЖГ, 1981, т. 16.

Поступила 24/II 1984 г.

УДК 532.595.2 + 135

РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН ВОЗМУЩЕНИЙ В РЕОЛОГИЧЕСКИ СЛОЖНЫХ ЖИДКОСТЯХ

Р. М. Самтаров

(Баку)

Вопросы распространения волн возмущений в реальных жидкостях, движущихся в упругих и упруговязких трубах, неоднократно рассматривались в литературе [1—5].

В этих работах исследовано влияние реологических характеристик на процесс распространения волн возмущений в трубах с ньютоновскими и неньютоновскими (вязкопластичные, степенные, релаксационные) жидкостями. Рассматриваемые задачи в основном сводились к решению линеаризованных систем уравнений, описывающих ньютоновские и неньютоновские жидкости. Однако правомерность линеаризации не всегда оправдана, поскольку учет нелинейности может приводить к качественно новым эффектам.

В связи с этим данная работа посвящена исследованию распространения нелинейных волн в реологически сложных жидкостях при движении их в трубах.

Система дифференциальных уравнений, описывающих движение реальной жидкости в трубах, имеет вид [1]

$$(1) \partial(f\rho w)/\partial t + \partial(f\rho w^2)/\partial x = -f\partial p/\partial x + \chi\tau(w), \quad \partial(f\rho)/\partial t + \partial(f\rho w)/\partial x = 0,$$

где f — площадь поперечного сечения трубы; ρ — плотность жидкости;