РАСЧЕТ СОУДАРЕНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ТЕЛ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

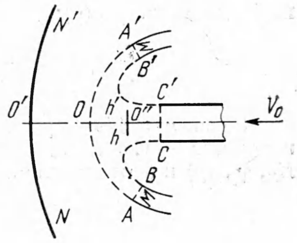
А. Н. Марьямов

(Москва)

Описание поведения металлов при интенсивных динамических нагрузках, возникающих при соударении твердых тел, дано в работе Г. И. Покровского [1]. Теоретическому исследованию этого явления посвящены работы М. А. Лаврентьева и Биргофа [2,3], где расчет взаимодействия проводился на основе модели идеальных несжимаемых струй. Соударения с учетом сжимаемости и прочностных характеристик металлов изучалось Ф. А. Баумом, К. П. Станюковичем и Б. И. Шехтером [4].

Оценке влияния сжимаемости при соударении металлических тел была посвящена работа Н. А. Златина [5]. А. Я. Сагомонян в работе [6] предложил для описания стационарного соударения твердых тел использовать методы гиперзвуковой газовой динамики. В настоящей работе решается задача о стационарном соударении металлических тел с учетом двумерности течения и сжимаемости материалов снаряда и преграды. Аналогичные результаты для одномерного течения были получены в [4,5].

Пусть металлический боек плотностью ρ_0, длина которого значительно превосходит поперечные размеры, встречает в направлении нормали к поперечному сечению плоскость полубесконечной преграды со скоростью V_0. В бойке и преграде возникают ударные волны, за фронтами которых материалы бойка и преграды находятся в состоянии, близком к жидкому. В процессе проникания жидкая струя, образовавшаяся за ударной волной в бойке, под действием высокого противодавления поворачивает на 180°, приобретая осесимметричную грибообразную форму (фиг. 1). Граничная поверхность AOA', разделяющая материал бойка и преграды, является контактной поверхностью, на которой давление и нормальная составляющая скорости непрерывны. Предполагая, что форма контактной поверхности между преградой и бойком может быть аппроксимирована однопараметрической поверхностью (например сферой), рассмотрим случай, когда скорость движения контактной поверхности U больше скорости звука в преграде, а разность скоростей $V_0 - U$ больше скорости звука в бойке. При этих условиях ударные волны в бойке и преграде относительно контактной поверхности будут неподвижны. Основным фактором, определяющим движение бойка в преграде, будет распределение давления по контактной поверхности, которое, вероятно, будет аналогичным распределению давления при движении тела в бесконечной сжимаемой жидкости. Изложенная постановка задачи соударения позволяет для описания движения использовать уравнения течения сжимаемой идеальной жидкости.



Система уравнений для определения нормальной u, тангенциальной v составляющих вектора скоростей $\mathbf{W}$, давления p, плотности ρ и энтропии S в переменных r и θ (случай осевой симметрии) имеет вид

$$
\begin{gathered}
u\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{v}{r}\frac{\partial u}{\partial \theta}-\frac{v^2}{r}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}=0\\
u\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{v}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}+\frac{uv}{r}+\frac{1}{r\rho}\frac{\partial p}{\partial \theta}=0\\
\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta}+\frac{v}{r\rho}\frac{\partial \rho}{\partial \theta}+\frac{u}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial r}+\frac{2u+v\operatorname{ctg}\theta}{r}=0\\
u\frac{\partial S}{\partial r}+\frac{v}{r}\frac{\partial S}{\partial \theta}=0
\end{gathered}
\tag{1}
$$

Граничными условиями для системы (1) будут условия на ударных волнах NN' и nn' (фиг. 1) с уравнениями меридиональных сечений соответственно $r_w(\theta)_1$ и $r_w(\theta)_2$ и условия на поверхности контакта AOA' с уравнением меридионального сечения $r_k(\theta)$. На ударных волнах выполняются обычные соотношения сохранения потоков массы, импульса и энергии

$$
\rho_0 v_{0n}=\rho v_n,\quad v_{0t}=v_t,\quad p_0+\rho_0 v_{0n}^2=p+\rho v_n^2,\quad h_0+{}^1/_2 v_{0n}^2=h+{}^1/_2 v_n^2 \tag{2}
$$

Здесь индекс 0 относится к параметрам невозмущенного течения, индексы n и t соответствуют нормальной и касательной к фронту ударной волны составляющим скорости.

На контактной поверхности давление и нормальные составляющие скорости непрерывны

$$p_1 = p_2, \quad u_1 - v_1 \frac{r_k'(\theta)}{r_k} = 0, \quad u_2 - v_2 \frac{r_k'(\theta)}{r_k} = 0, \quad r_k'(\theta) = \frac{dr_k(\theta)}{d\theta} \qquad (3)$$

Здесь индексы 1 относится к преграде, 2 — к бойку.

Уравнение состояния среды бралось в форме, предложенной в [7]

$$p = p_x(\rho) + \frac{3RT\gamma_p(\rho)\rho}{A} D\left(\frac{\theta}{T}\right) + \frac{\gamma_\theta}{2}\rho\beta(\rho)T^2 \qquad (4)$$

$$E = E_x(\rho) + \frac{3RT}{A} D\left(\frac{\theta}{T}\right) + \frac{\beta(\rho)}{2}T^2, \qquad p_x = \frac{1}{\rho^2}\frac{dE_x(\rho)}{d\rho}$$

Здесь T — абсолютная температура, E — удельная внутренняя энергия, E_x — энергия металла при $T = 0°K$ (холодная составляющая энергии), A — атомный вес, R — газовая постоянная, $\gamma_p(\rho)$ — коэффициент Грюнайзена для решетки, γ_θ — коэффициент Грюнайзена для электронов, β — коэффициент электронной теплоемкости, θ — дебаевская температура, $D(\theta/T)$ — функция Дебая. В теории твердого тела устанавливается следующая связь между коэффициентом $\gamma_p(\rho)$ и холодной составляющей давления $p_x(\rho)$:

$$\gamma_p(v) = -\left(\frac{2}{3} - \frac{t}{3}\right) - \frac{v}{2}\frac{d^2}{dv^2}\left(p_x v^{2/3 t}\right)\left[\frac{d}{dv}\left(p_x v^{2/3 t}\right)\right]^{-1}$$

Здесь $v = 1/\rho$ — удельный объем. Значение $t = 0$ отвечает теории Ландау — Станюковича — Слейтера [8,9], $t = 1$ — Дугдейла — Макдональда [10]. Зависимости p_x, E_x, $\gamma_p(\rho)$ и β от плотности ρ имеют вид

$$p_x = Q\left[\delta^{2/3}\exp\{q(1-\delta^{-1/3})\} - \delta^{4/3}\right]$$

$$E_x = 3\rho_{0k}Q\left[q^{-1}\exp\{q(1-\delta^{-1/3})\} - \delta^{1/3}\right] \qquad (5)$$

$$\gamma_p = \frac{1}{6}\,\frac{q^2\delta^{-4/3}\exp\{q(1-\delta^{-1/3})\} - 6}{\delta^{-1}q\exp\{q(1-\delta^{-1/3})\} - 2}$$

$$\beta = \beta_0\delta^{\gamma_\theta}, \quad \delta = \rho/\rho_{0k}$$

Здесь ρ_{0k} — плотность металла при $T = 0°K$. Используя соотношения (4), в области *1* (фиг. 1) решалась система уравнений (1) при граничных условиях (2) методом, предложенным Г. Ф. Телениным для расчета сверхзвукового обтекания затупленных тел сжимаемой жидкостью [11]. Рассчитывалось соударение медного образца с медным полупространством при скоростях встречи 28.2, 22.6, 16.4, 13.2 *км/сек* и давлениях на фронте ударной волны в преграде, соответственно равных $9\cdot10^6$, $5\cdot10^6$, $2\cdot10^6$, 10^6 *ат* и свинцового образца со свинцовым полупространством при скоростях встречи 22.2, 15.8, 9.2 *км/сек* и давлениях на фронте ударной волны в преграде, соответственно равных $9\cdot10^6$, $5\cdot10^6$, $1\cdot10^6$ *атм*. Получено распределение нормальной и тангенциальной составляющих вектора скорости, давления, плотности, температуры, холодных, тепловых и электронных составляющих давления и энергии, параметров Грюнайзена для решетки в области *1*.

Ниже приводится распределение безразмерного давления вдоль нулевого луча от контактной поверхности ($\xi = 0$) до ударной волны ($\xi = 1$) для медного и свинцового образцов при различных скоростях соударения V_0

$\xi = 0.0$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	Cu
$p = 0.7657$	0.7233	0.6597	0.5998	0.5321	0.4905	(V_0=28.2)
$p = 0.7364$	0.6712	0.5997	0.5379	0.4836	0.4326	(V_0=22.6)
$p = 0.6746$	0.5785	0.4973	0.4346	0.3832	0.3375	(V_0=16.4)
$p = 0.6245$	0.5072	0.4103	0.3563	0.3076	0.2659	(V_0=13.2)

$\xi = 0.0$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	Pb
$p = 0.8101$	0.7936	0.7700	0.7192	0.6652	0.6076	(V_0=22.2)
$p = 0.7872$	0.7743	0.7228	0.6675	0.6130	0.5577	(V_0=15.8)
$p = 0.7049$	0.6154	0.5324	0.4662	0.4109	0.3617	(V_0=9.2)

Следует отметить, что величины отходов ударной волны в области *1* от контактной поверхности для металлических сред при одинаковых числах Маха значительно больше, чем соответствующие величины отходов для реального газа. Это может быть обусловлено значительно меньшим изменением плотности на фронте ударной волны в металлах, чем при тех же числах Маха в газах.

Расчеты течения в области *2* проводились на основе теории сохранения массы и количества движения. Струя, моделирующая течение бойка, растекается вдоль контактной поверхности AOA', на которой распределения скорости, давления и плотности известны из решения задачи в области *1*. Запишем уравнения сохранения массы и количества движения для объема $ABCC'B'A'O$, выделенного на фиг. 1 пунктиром,

$$\int_{\Sigma} \rho w_n \, ds = \frac{1}{2} \pi \rho_0 V_0 r_0^2, \quad \int_{\Sigma} \rho w_n w ds - \pi \rho_0 V_0^2 r_0^2 = \int_{\Sigma'} (p - p_0) \, n ds \quad (\Sigma' = \Sigma + \Sigma_{AOA'}) \qquad (6)$$

Зная распределение давления вдоль контактной поверхности AOA' и точные значения давления, плотности и скорости в точках A, A', можно решить уравнение (6), сделав предположение о распределении параметров течения в сечении Σ (фиг. 1). Предположим, что в точках выхода ударной волны на свободную поверхность n, n' достигается местная скорость звука. Тогда из соотношения на фронте ударной волны можно определить угол наклона φ ударной волны в точках n и n' с положительным направлением оси OO'. По известному углу наклона скачка в точках n и n' определяем давление в этих точках. Вдоль свободной поверхности nB и $n'B'$ имеет место интеграл Бернулли, давление в точках B и B' известно и равно p_0. Следовательно, можно определить скорость и плотность в точках B и B'. Пусть p_A, ρ_A, w_A и p_B, ρ_B, w_B — давление, плотность и скорость соответственно в точках A и B. Аппроксимируя значение параметров в сечении Σ линейными функциями расстояния от контактной поверхности, будем иметь

$$p = \frac{p_A - p_B}{r_A - r_B}(r - r_B) + p_B, \quad \rho = \frac{\rho_A - \rho_B}{r_A - r_B}(r - r_B) + \rho_B$$

$$w = \frac{w_A - w_B}{r_A - r_B}(r - r_B) + w_B \qquad (7)$$

Подставляя (7) в (6), получим два алгебраических уравнения для определения r_A и r_B как функции радиуса поперечного сечения бойка r_0 до соударения. При соударении медного бойка с медным полупространством при скорости встречи 28.2 *км/сек* радиус контактной поверхности r_A равен 2.52 r_0, диаметр струи в сечении Σ равен $r_A - r_B = 0.55$.

Аналогичные расчеты проводились для всех рассмотренных случаев соударения.

Поступила 22 II 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Покровский Г. И. Гидродинамика больших скоростей. Изд. «Знание», 1966.
2. Лаврентьев М. А. Кумулятивный заряд и принципы его работы. Успехи матем. наук, 1957, т. 12, № 4, стр. 41.
3. Birkhoff G. F., Mc. Dougall D. P., Pugh E. M., Taylor G. J. Explosives with lined cavities J. Appl. Phys., 1949, vol. 19, p. 563.
4. Баум Ф. А., Станюкович К. П., Шехтер Б. И. Физика взрыва. Физматгиз, 1959.
5. Златин Н. А. К теории высокоскоростных соударений металлических тел. Ж. техн. физ. 1961, т. 31, № 8, стр. 911.
6. Сагомонян А. Я. К задаче взаимодействия тел с большими скоростями. Докл. АН СССР, 1964, т. 156, № 5, стр. 1053.
7. Альтшулер Л. В., Баканова А. А., Трунин Р. Ф. Ударные адиабаты и нулевые изотермы семи металлов при высоких давлениях. Ж. эксп. и теор. физ., 1962, т. 42, № 1, стр. 91.
8. Ландау Л. Д., Станюкович К. П. Об изучении детонации конденсированных взрывчатых веществ. Докл. АН СССР, 1945, т. 46, № 9, стр. 399.
9. Slater I. C. Introduction to Chemical Physics. New York, 1939.
10. Dugdall J. S., Mac Donald D. K., The thermal expausion of solids. Phys Rev. 1957, vol. 89, No. 4, p. 832.
11. Гилинский С. М., Теленин Г. Ф., Тиняков Г. П. Методы расчета сверхзвукового обтекания затупленных тел с отошедшей ударной волной. Изв. АН СССР, Механика и Машиностроение, 1964, № 4, стр. 8.