

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ВЗВЕШЕННЫХ ЧАСТИЦ В КИПЯЩЕМ СЛОЕ

В. П. Мясников (Москва)

При анализе процессов, протекающих в химической аппаратуре с кипящим слоем, большое значение имеет знание характера распределения числа частиц в единице объема в области, занимаемом слоем. Качественный характер такого распределения описывался многими исследователями, однако число работ, содержащих количественные данные указанного типа, сравнительно невелико.

Основными особенностями распределения числа частиц по высоте в кипящем слое будут его близость к однородному при малых скоростях взвешивающего потока и экспоненциальное убывание числа частиц с высотой при скоростях взвешивающего потока, близких к предельной скорости полного выноса частиц из слоя.

В настоящей работе на основе предложенной ранее кинетической модели кипящего слоя [1,2] исследовано распределение числа частиц по высоте при газовом взвешивающем потоке. Теоретические выводы качественно хорошо подтверждаются известными экспериментальными данными.

1. Постановка задачи. Будем рассматривать совокупность твердых частиц в потоке газа как две взаимодействующие сплошные среды: псевдогаз твердых частиц и несущий поток.

Полные уравнения гидродинамики такой системы были получены в работе [2]. Их отличие от аналогичных уравнений, предложенных в работах [3,4], состоит в более сложной структуре тензора напряжений в псевдогазе и необходимости использовать уравнение для изменения среднеквадратичной скорости хаотического движения частиц — псевдотемпературы, которое в работах [3,4] вообще не рассматривалось. Некоторые другие особенности модели, используемой в настоящей статье, отмечены в [2].

Рассмотрим в дальнейшем задачу о поведении слоя твердых частиц диаметра σ , имеющего первоначальную толщину h и не ограниченного боковыми стенками. Подобная схематизация кипящего слоя в реальном аппарате возможна только при условии, что продольная протяженность слоя $L \gg h$ и влиянием стенок можно пренебречь. Будем предполагать, что в слое отсутствуют конвективные движения и среднюю макроскопическую скорость движения частиц можно считать равной нулю. Некоторые замечания об устойчивости такого состояния будут сделаны ниже.

Направим оси неподвижной декартовой системы координат так, чтобы ось x_1 была перпендикулярна плоскости распределительной решетки, поддерживающей слой снизу, и направлена вертикально вверх, а оси x_2, x_3 были расположены в плоскости этой решетки. Тогда в безмерных переменных

$$x_1 = hx, \quad \theta = \rho_d v_0 Q^2 T, \quad N = nv_*, \quad \kappa = \frac{v_0}{v_*} \quad (1.1)$$

система уравнений гидродинамики кипящего слоя в рассматриваемом случае будет иметь вид

$$K\xi \frac{d}{dx} \left[\frac{NT}{1-N} P_2(N) \right] + \xi \frac{d}{dx} \left[\frac{1-N}{1-11/16N} (1-\kappa N)^{-3.75} \frac{T_0}{\sqrt{T}} \right] = N \frac{1-\gamma(1-\kappa N)^{4.75}}{(1-\kappa N)^{4.75}}$$

$$T_0 = DL(R_0) \kappa^2 N^2 (1-N)^2 [P_3(N)]^{-1} (1-\kappa N)^{-4} \quad (1.2)$$

$$\frac{3}{16} K\xi^2 \frac{d}{dx} \left[\frac{\Lambda(N)}{1-N} \sqrt{T} \frac{dT}{dx} \right] = N (1-\kappa N)^{-3.75} (T - T_0)$$

где

$$\xi = \frac{5\sigma}{12h\sqrt{\pi}}, \quad K = \frac{Q\sigma\rho_d}{18v_0\rho_0 H(R_0)}, \quad \Phi_0 = \frac{18v_0\rho_0}{\sigma^2\rho_d} \quad (1.3)$$

$$\gamma = \frac{g}{Q\Phi_0 H(R_0)}, \quad R_0 = \frac{Q\sigma}{v_0}, \quad L(R_0) = \left[4.75 - \frac{R_0 H'(R_0)}{H(R_0)} \right]$$

Здесь v_* — объем, приходящийся на одну частицу при их плотной упаковке в пространстве; v_0 — объем частицы; Q — объемный расход газового потока через единицу площади поперечного сечения поддерживающей сетки в единицу времени; ρ_0, ρ_d — истинные плотности газового потока и твердых частиц; v_0 — кинематический коэффициент вязкости газа; g — ускорение силы тяжести; n — число частиц в единице объема.

Вид функций $\Lambda(N)$, $P_2(N)$ и $P_3(N)$ указан в работе [2]. Для конкретизации расчетов в работе принята полуэмпирическая зависимость силы взаимодействия между компонентами, предложенная в [2]. С учетом этой зависимости функция $H(R_0)$ имеет вид

$$H(R_0) = 1 + 10^{-2} \left(R_0 + \sqrt{R_0^2 + 200R_0} \right)$$

Обсуждение этой зависимости и некоторое ее обоснование дано в работах [6,7]. Таким образом, задача сводится к отысканию решения системы (1.2), удовлетворяющего условию сохранения полного числа частиц в кипящем слое

$$\int_0^{\infty} N(x) dx = 1. \tag{1.4}$$

Помимо условия сохранения числа частиц в кипящем слое, необходимо также задать условия для определения псевдотемпературы на границе с поддерживающей слой сеткой. Определение вида этих условий требует специального рассмотрения, и для целей настоящей статьи знание конкретного вида этих условий не требуется.

2. Кипящие слои с большой начальной толщиной. Для слоя с частицами $\sigma \approx 10^{-2}$ см и начальной толщиной $h \approx 10^{-2}$ см, взвешиваемого газовым потоком с кинематической вязкостью $\nu_0 \approx 10^{-2}$ пауз при отношении плотностей компонент $(\rho_0 / \rho_d) \sim 10^{-3}$ и скорости фильтрации $Q \approx 10^2$ см/сек, будем иметь $K \approx 10^4$, $\xi \approx 10^{-4}$, $K\xi \approx 1$, $K\xi^2 \approx 10^{-4}$. Пренебрегая членами порядка ξ и $K\xi^2$ получим

$$T = T_0(N), \quad \frac{dx}{dN} = K_z DL(R_0) \kappa^2 A(N) [1 - \gamma(1 - \kappa N)]^{-4.75} \tag{2.1}$$

где $A(N)$ — некоторая функция, явный вид которой может быть легко вычислен. Поведение правой части уравнения (2.1) при различных γ дано на фиг. 1, а, б. Точка N_0 определяется из условия $A(N_0) = 0$.

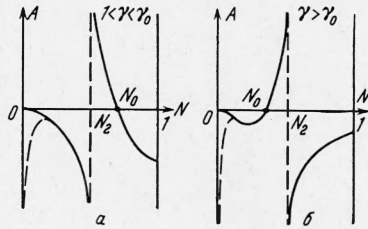
Уравнение (2.1), как и исходная система (1.2), допускает два точных решения

$$N_1 \equiv 0, \quad N_2 \equiv \kappa^{-1}(1 - \gamma^{-0.21}) \tag{2.2}$$

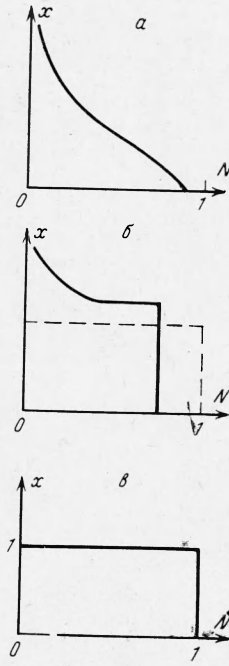
однако ни одно из них не удовлетворяет условию (1.4). Следует иметь в виду, что уравнение (2.1) будет давать достаточно хорошее приближение только при $N \gg \sqrt{\xi}$. При меньших значениях N оба члена в левой части первого уравнения в (1.2) будут иметь одинаковый порядок. Если включить соответствующую поправку, то поведение $A(N)$ в окрестности $N = 0$ изменится так, как это показано на фиг. 1, а, б, пунктиром. Можно показать, что появляющаяся особенность в поведении будет суммируемой, и

$$\int_0^N N \frac{dx}{dN} dN < \infty \quad (N > 0)$$

Исследуем вид распределения $N(x)$, определяемого уравнением (2.1) при условии (1.4).



Фиг. 1



Фиг. 2

Как видно из поведения $A(N)$ при $\gamma < 1$, решения (2.1), удовлетворяющего условию (1.4), не существует. Физически это означает, что при столь больших скоростях взвешиваемого потока кипящий слой существовать не может, так как при такой скорости поток увлекает за собой даже одиночные частицы.

Далее, при

$$1 < \gamma < \gamma_0 = (1 - \kappa N_0)^{-4.75} \tag{2.3}$$

существует непрерывное решение (2.1), удовлетворяющее условию (1.4). Зависимость $N(x)$ в этом случае показана на фиг. 2, а.

Если же

$$\gamma_0 < \gamma < \gamma_{\max} = (1 - \kappa)^{-4.75} \tag{2.4}$$

то непрерывного решения (2.1), удовлетворяющего (1.4), не существует. Чтобы определить соответствующее разрывное решение, сделаем в (1.2) замену переменных

$$x' = x\xi^{-1/2} \tag{2.5}$$

Пренебрегая опять членами порядка ξ , получим

$$NTP_2(N) = (1 - N) p_0$$

$$\frac{3}{16} K \frac{d}{dx} \left[\frac{\Lambda(N)}{1-N} T^{1/2} \frac{dT}{dx'} \right] = N (1 - \kappa N)^{-3.75} (T - T_0) \tag{2.6}$$

Здесь p_0 — постоянная, которая должна быть определена в процессе решения задачи.

При $x' \rightarrow +\infty$ система должна выходить на определенный режим, и dT/dx' будет обращаться в нуль¹. Обозначим через N_c и T_c значение $N(x')$ и $T(x')$ при $x' \rightarrow -\infty$ и соответственно через N_r и T_r — значения, принимаемые $N(x')$ и $T(x')$ при $x' \rightarrow +\infty$. Из (2.6) можно показать, что существует пара значений $N_c > N_r$ таких, которые удовлетворяют соотношению

$$p_0 = \frac{N_c T_0(N_c) P_2(N_c)}{1 - N_c} = \frac{N_r T_0(N_r) P_2(N_r)}{1 - N_r} \tag{2.7}$$

причем

$$T_c = T_0(N_c), \quad T_r = T_0(N_r) \tag{2.8}$$

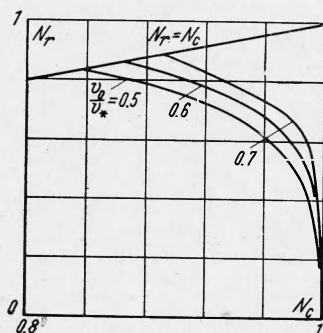
и N_c может быть выбрано произвольно из отрезка $[N_0, 1]$. Заметим также, что если $N_c \rightarrow 1$, то $N_r \rightarrow 0$. Возвращаясь к (2.1), найдем

$$N_c = \kappa^{-1} (1 - \gamma^{-0.21}) \tag{2.9}$$

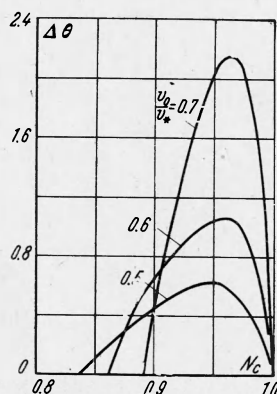
а для p_0 получим

$$p_0 = \frac{1 - \gamma^{-0.21}}{\kappa - (1 - \gamma^{-0.21})} T_0 [\kappa^{-1} (1 - \gamma^{-0.21})] P_2 [\kappa^{-1} (1 - \gamma^{-0.21})] \tag{2.10}$$

Зависимость $N(x)$ в этом случае имеет вид, указанный на фиг. 2, б. При $\gamma = \gamma_{\max}$, соответствующем минимально возможной скорости потока $N(x)$ имеет вид ступенчатой функции (фиг. 2, в).



Фиг. 3



Фиг. 4

Полученное решение показывает, что при $\gamma > \gamma_0$ существует четкая граница раздела между однородным состоянием кипящего слоя и его сильно разбавленной частью. По мере роста скорости взвешиваемого потока эта граница раздела исчезает и слой становится неоднородным по всей его протяженности. Такая картина поведения кипящего слоя качественно хорошо совпадает с той, которая наблюдается в экспериментах, за исключением области, непосредственно примыкающей к поддерживающей сетке [8]. Поведение частиц в этой области определяется конкретными условиями взаимодействия частиц с газораспределительной решеткой и требует специального анализа, выходящего за рамки настоящей статьи.

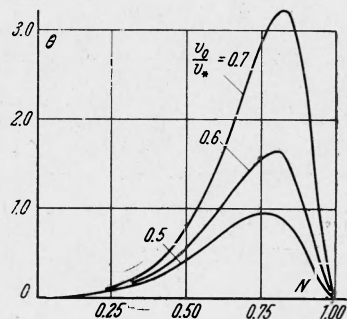
На фиг. 3—6 приведены результаты расчетов зависимостей

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= [T_0(N_r) - T_0(N_c)] \Gamma^{-1}, \quad \theta = T_0(N) \Gamma^{-1} \\ P_0 &= p_0 v_* \Gamma^{-1} \Gamma = 1/3 D x^2 L(R_0) \end{aligned} \tag{2.10}$$

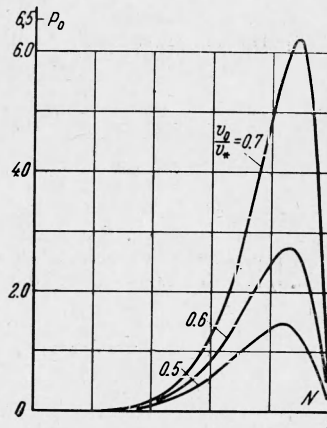
¹ Рассматриваемая задача аналогична задаче об определении соотношений на скачке уплотнения из уравнений Навье — Стокса для вязкого сжимаемого газа.

Постоянная D , фигурирующая во всех этих выражениях, должна быть определена на основе экспериментальных измерений.

Зависимость $T_0(N)$ с иной точки зрения была определена также в работе [9]. Различие численных результатов обусловлено использованием различных уравнений состояния псевдогаза: уравнения Эйринга в [9] и уравнения Ван-дер-Ваальса в настоящей работе.



Фиг. 5



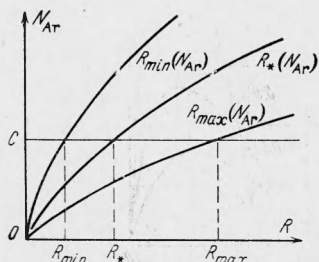
Фиг. 6

Область существования кипящего слоя, а также область существования однородного кипящего слоя может быть наглядно представлена на диаграмме состояний (фиг.7). Введем следующие обозначения:

$$R_{\min} = \frac{(1 - \kappa)^{4.75} N_{Ar}}{18 + 0.6 \sqrt{(1 - \kappa)^{4.5} N_{Ar}}}, \quad \dot{N}_{Ar} = \frac{g \sigma^2}{18 v_0^3} \left(\frac{\rho_d}{\rho_0} \right) \tag{2.11}$$

$$R_* = \frac{\gamma_0^{-1} N_{Ar}}{18 + 0.6 \sqrt{\gamma_0^{-1} N_{Ar}}}, \quad R_{\max} = \frac{N_{Ar}}{18 + 0.6 \sqrt{N_{Ar}}}$$

При задании свойств слоя и взвешивающего потока число Архимеда N_{Ar} будет фиксированным. Проводя на диаграмме (фиг. 7) прямую N_{Ar} , параллельную оси R , получим область существования кипящего слоя и критическое значение R_* , делящее эту область на две части: область $R_{\min} < R < R_*$, где существует однородное по плотности состояние кипящего слоя, и область $R_* < R < R_{\max}$, где слой неоднороден по всей своей протяженности.



Фиг. 7

В заключении раздела сделаем замечание о свойствах верхней границы области однородного состояния кипящего слоя. Заметим, что средняя кинетическая энергия частиц различна по обе стороны этой границы $x = x_0$ (фиг. 8), и чтобы перевести частицу из области однородного состояния слоя в область, где слой сильно разбавлен, т. е. из области $x < x_0$ в область $x > x_0$, необходимо совершить работу

$$\delta A = T_r - T_c \tag{2.12}$$

3. Распределение частиц в кипящем слое при больших скоростях взвешивающего потока. Как следует из результатов предыдущего раздела, при достаточно больших скоростях взвешивающего потока распределение числа частиц в единице объема по высоте будет неоднородным по всей протяженности слоя. Далее, для $1 < \gamma < \gamma_0$ максимальное значение N не превосходит N_2 , а $N_2 \rightarrow 0$ при $\gamma \rightarrow 1$. Положим

$$T = T_0(N)E \tag{3.1}$$

и разлагая в ряд функции N , входящие в (1.2), ограничимся в дальнейшем учетом членов, имеющих наименьший порядок малости по N . В результате получим

$$\omega \xi \frac{d}{dx} (NE^{-1/2}) = (1 - \gamma) N, \quad \omega = \kappa [DL(R_0)]^{1/2}$$

$$\frac{3}{16} K \xi^2 \omega \Lambda(0) \frac{d}{dx} \left(N^3 E^{1/2} \frac{dE}{dx} + 2N^2 E^{3/2} \frac{dN}{dx} \right) = (E - 1) N^3 \tag{3.2}$$

Будем искать решения (3.2) в виде

$$E = \text{const}, \quad N = Ae^{-Ax} \quad (3.3)$$

Подставляя (3.3) в (3.2), получим уравнения для определения E и A . Исключая затем A , найдем

$$\frac{9K\Lambda(0)}{8\omega} (\gamma - 1)^2 E^{3/2} = E - 1 \quad (3.4)$$

При больших скоростях взвешивающего потока γ близко к единице, так как Q близко к Q_{\max} и

$$E = 1 + \frac{9K\Lambda(0)}{8\omega(Q_{\max})} (\gamma - 1)^2 + O(|\gamma - 1|^3) \quad (3.5)$$

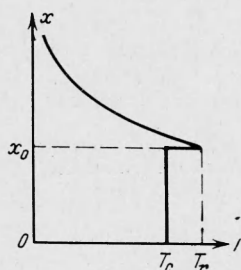
Аналогично

$$A = \frac{\gamma - 1}{\xi\omega(Q_{\max})} + O(|\gamma - 1|^3) \quad (3.6)$$

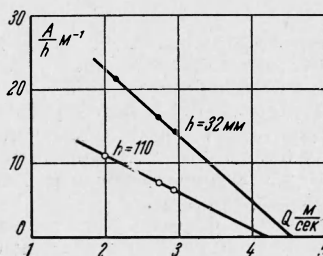
Окончательно, таким образом, получаем

$$N = Ae^{-Ax}, \quad T = \frac{\gamma - 1}{\xi} \omega Ae^{-2Ax}, \quad P_{11} = A\xi\omega e^{-Ax} \quad (3.7)$$

Результаты расчетов могут быть сравнены с известными экспериментальными данными [10]. На фиг. 9 представлена зависимость коэффициента A от скорости взвешиваемого потока для кипящих слоев, состоящих из одинаковых частиц, но с различной начальной толщиной слоя. Экспериментальные точки нанесены по данным работы [10],



Фиг. 8



Фиг. 9

а сплошные линии соответствуют теоретической зависимости, полученной следующим образом. Разлагая $\gamma - 1$ в ряд по степеням отношения $(Q_{\max} - Q) / Q_{\max}$ и ограничиваясь членами первого порядка малости, будем иметь

$$A = \frac{12\sqrt{\pi}}{5} \left(\frac{h}{\sigma}\right) \frac{\kappa}{\sqrt{D}} \left[\frac{5.75 - L(R_{\max})}{L(R_{\max})} \right] \frac{Q_{\max} - Q}{Q_{\max}} \quad (3.8)$$

Как видно на фиг. 9, зависимость A от скорости взвешивающего потока оказывается очень близкой к линейной. Вместе с тем, величина A сильно и, как подтверждается другими данными [10], единообразным образом зависит от начальной толщины слоя: верхние точки на фиг. 9 соответствуют меньшей начальной толщине. Такая зависимость обусловлена следующими причинами. При увеличении начальной толщины слоя засыпки увеличивается перепад давлений в газовом потоке на всей толщине кипящего слоя. В силу нелинейной зависимости плотности взвешивающего потока от величины давления, средняя плотность взвешивающего потока в кипящем слое будет зависеть от толщины слоя засыпки, а следовательно, будет изменяться величина Q_{\max} . Оценка величины изменения плотности может быть легко получена следующим образом.

Если пренебречь весом газового потока в объеме кипящего слоя, то в рассматриваемом случае уравнение сохранения импульсов в проекции на направление, перпендикулярное поддерживающей сетке, как следует из [2], имеет вид

$$\frac{d}{dx_1} [\Pi + p + P_{11}] = \rho_d \kappa N g \quad (3.9)$$

где Π — давление в газовом потоке, p — давление псевдогаза и P_{11} — нормальное напряжение в псевдогазе. Интегрируя (3.9) в пределах от нуля до бесконечности и учитывая зависимость p и P_{11} от N , в силу (1.4), получим

$$\Delta\Pi = \Pi(\rho) |_{x_1=0} - \Pi(\rho) |_{x_1=\infty} = \rho_d \kappa g h \quad (3.10)$$

Заметим, что перепад давлений газового потока на толщине кипящего слоя не зависит от скорости взвешивающего потока во всем интервале скоростей, при которых существует кипящий слой. Этот факт хорошо известен из многочисленных экспериментальных измерений [1]. В (3.10) ρ — локальная плотность взвешивающего потока.

Отсюда для средней плотности взвешивающего потока в кипящем слое будем иметь

$$\Pi'(\rho_0)(\rho|_{x=0} - \rho|_{x=\infty}) = \rho_d \kappa gh \quad (3.11)$$

Примем, что $\Pi = a\rho^\lambda$. Так как значение $\Pi(0)$ и $\Pi(\infty)$ известны и $\Pi(\infty)$ мало, сравнительно с $\rho_d \kappa gh$, из (3.11) окончательно получим

$$\rho_0 \approx c(\rho_d \kappa gh)^{1/\lambda} \quad (3.12)$$

Постоянная C определяется свойствами газа.

Учет полученной зависимости приводит к правильному качественному объяснению зависимости A от начальной высоты слоя.

4. Устойчивость однородного состояния кипящего слоя. Результаты, полученные в разд. 2,3, показывают, что при больших и малых скоростях взвешивающего потока распределение числа частиц по высоте в кипящем слое оказывается весьма различным по своей структуре. Поскольку технологические процессы ведутся обычно при небольших скоростях взвешивающего потока, то в дальнейшем речь будет идти только о таких режимах, при которых, в соответствии с выводами разд. 2, существует область однородного состояния кипящего слоя.

При малых скоростях взвешивающего потока имеет место неравенство

$$\frac{\rho_0}{\rho_d g h} \ll 1 \quad (4.1)$$

Тогда можно показать, что при больших начальных значениях толщины слоя задача об исследовании устойчивости однородного состояния с использованием полных уравнений гидродинамики кипящего слоя, приведенных в [2], будет совершенно аналогично исследованной в работе [3] для более простой модели.

Однородное состояние оказывается неустойчивым, и в кипящем слое будут необходимо возникать конвективные движения твердых частиц. Такая неустойчивость кипящего слоя в газовом взвешивающем потоке отмечается многими экспериментаторами (см., например, [1]).

Характерные формы конвективных движений в кипящем слое сильно зависят от особенностей взаимодействия частиц со стенками аппарата, с поддерживающей слой сеткой, формы аппарата, качества газораспределения и т. п. Возникновение конвективных движений приведет к некоторому изменению распределения числа частиц по высоте слоя, однако при малом превышении скорости газового потока над минимальной скоростью псевдооживления будут невелики.

Автор благодарен В. Г. Левичу за ценные дискуссии и советы и Е. Маркарян и Л. Холод — за помощь в вычислениях.

Поступила 14 VIII 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Левич В. Г., Мясников В. П. Кинетическая модель кипящего слоя. ПММ, 1966, т. 30, вып. 3.
2. Мясников В. П. О динамических уравнениях движения двухкомпонентных систем. ПМТФ, 1967, № 2.
3. Мургау J. D. On the mathematics of fluidization. Part 1, Fundamental equations and wave propagation. J. Fluid. Mech., 1965, vol. 21, p-t 3, p. 465—493.
4. Буевич Ю. А. Двухжидкостная гидродинамика взвешенного слоя. Изв. АН СССР. МЖГ, 1966, № 4.
5. Горошко В. Д., Розенбаум Р. Б., Тодес О. М. Приближенные закономерности гидравлики взвешенного слоя и естественного падения. Изв. высш. учебн. завед., Нефти и газа 1958, № 1, стр. 125—131.
6. Буевич Ю. А. Взаимодействие фаз в концентрированных дисперсных системах. ПМТФ, 1966, № 3.
7. Гупало Ю. П. О некоторых закономерностях псевдооживленного слоя и естественного падения. Инж.-физ. ж., 1962, № 1.
8. Bakker P. I., Neerthjes P. M. Porosity distributions in a fluidized bed. Chem. Engng. Sci., 1960, vol. 12, No. 4, p. 260—271.
9. Буевич Ю. А. Приближенная статистическая теория взвешенного слоя. ПМТФ, 1966, № 6.
10. Сыромятников Н. И., Волков В. Ф. Процессы в кипящем слое. Металлургиздат, 1959.
11. Забродский С. С. Гидродинамика и теплообмен в псевдооживленном кипящем слое. Госэнергоиздат, 1963.