

**ОБ ИСКРИВЛЕНИИ ИНДИКАТОРНЫХ ДИАГРАММ СКВАЖИН  
В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТЫХ КОЛЛЕКТОРАХ**

*В. М. Ентов, А. Х. Мирзаджанзаде, В. И. Мищевич*

(Баку, Москва)

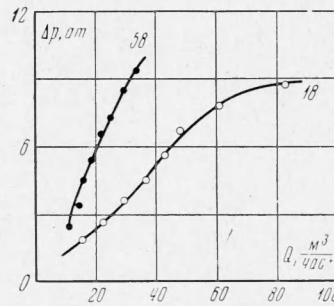
При проведении гидродинамического исследования поглощающих пластов по наблюдениям за падением уровня в скважинах [1] было обнаружено, что индикаторные диаграммы  $Q - \Delta p$  ( $Q$  — текущий расход жидкости,  $\Delta p$  — текущее значение избыточного давления) имеют характерный искривленный вид (фиг. 1), повторяющийся в общих чертах для большинства исследованных скважин. В области малых расходов индикаторная диаграмма на небольшом участке выпукла к оси расходов, в области больших расходов она близка к прямой, отсекающей некоторый конечный отрезок на оси перепадов давления.

Поглощающие пласты представляют собой трещиноватые и кавернозные известняки, характеризующиеся весьма большой гидропроводностью и быстрой стабилизацией режима (минуты). Последнее обстоятельство дает основания рассматривать индикаторные диаграммы, полученные в нестационарном режиме, как стационарные расходные характеристики поглощающего пласта.

В рамках этого допущения наблюдаемый вид индикаторных диаграмм можно объяснить, предположив, что при фильтрации пластовой жидкости в малопроницаемых пористых блоках обнаруживается начальный (пределный) градиент давления, д<sub>0</sub> превышения которого жидкость не движется. Причиной этого может быть наличие у жидкости некоторого, даже небольшого, предельного напряжения сдвига, появление его в результате взаимодействия жидкости с пористой средой (вода) или в результате проявления в пористых блоках капиллярных эффектов (подробнее см. [2-4]). Ниже дается описание указанного явления в рамках общей схемы фильтрации в средах с двойной пористостью, предложенной в работах [5,6].

Рассматриваемое явление имеет много общего с увеличением эффективной мощности пласта при увеличении дебита скважины. Чаще всего его связывают с раскрытием трещин в пласте, приводящим к подключению новых пропластков. Однако рост эффективной мощности наблюдается не только в нагнетательных, но и в эксплуатационных скважинах. Поэтому естественно полагать, что эффективная мощность зависит не от величины давления (или не только от величины давления), а от величины градиента давления. Убедительные аргументы в пользу такого предположения приведены в работе [7]. В свою очередь, изменение эффективной мощности (подключение пропластков) может быть объяснено нелинейностью закона фильтрации (наличием начального градиента давления, меняющегося от пропластка к пропластку) [8]. Особенностью же трещиновато-пористой среды является то, что при движении в трещинах в законе сопротивления может оказаться существенным влияние инерционных (квадратичных) членов.

1. Рассмотрим трещиновато-пористую среду, состоящую из пористых блоков, отделенных один от другого почти по всей поверхности трещинами. Будем полагать, что пористость блоков  $m$  велика по сравнению с суммарным объемом трещин в единице объема среды, а гидравлическая проводимость блоков сопоставима с гидравлической проводимостью системы трещин.



Фиг. 1

Для течения жидкости через пористые блоки запишем обобщенный закон Дарси (закон фильтрации с предельным градиентом)

$$\mathbf{u}_2 = -\frac{k_2}{\mu} \left( \text{grad } p - \gamma \frac{\text{grad } p}{|\text{grad } p|} \right), \quad |\text{grad } p| > \gamma \quad (1.1)$$

$$\mathbf{u}_2 = 0, \quad |\text{grad } p| \leq \gamma$$

Здесь  $k_2$  — проницаемость пористых блоков,  $\gamma$  — предельный градиент давления для блоков,  $p$  — давление в трещинах.

Для движения в трещинах, ввиду того что их раскрытие значительно больше среднего размера пор блоков, можно не учитывать наличие предельного градиента давления, но следует учесть квадратичный член в законе сопротивления. При этом получим [9]

$$\text{grad } p = -\mu (1 + \beta u_1) \mathbf{u}_1 / k \quad (1.2)$$

Здесь  $\mathbf{u}_1$  — скорость фильтрации по системе трещин,  $k_1$  — трещинная проницаемость,  $\beta$  — коэффициент.

Введем вектор суммарного потока жидкости через единицу площади пласта

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 \quad (1.3)$$

Исключая из соотношений (1.1) — (1.3)  $\mathbf{u}_1$  и  $\mathbf{u}_2$ , получаем связь между  $\mathbf{u}$  и  $\text{grad } p$  в виде

$$\text{grad } p = -(\mu/k_1)(1 + \beta u) \mathbf{u} \quad (u \leq u_0)$$

$$\text{grad } p = - \left[ \gamma + \frac{\mu u}{k_2} + \frac{\mu}{2\beta k_2} + \frac{\mu k_1}{2\beta k_2^2} - \frac{\mu}{2k_2\beta} \left( 1 + \frac{k_1^2}{k_2^2} + 2 \frac{k_1}{k_2} + \frac{4\gamma\beta k_1}{\mu} + \frac{4k_1\beta u}{k_2} \right)^{1/2} \right] \frac{\mathbf{u}}{u} \quad (u \geq u_0) \quad (1.4)$$

где

$$u_0 = 1/2 \beta^{-1} (\sqrt{1 + 4\beta\gamma k_1/\mu} - 1) \quad (1.5)$$

Полный поток удовлетворяет уравнению неразрывности

$$\text{div } \mathbf{u} = 0 \quad (1.6)$$

Соотношения (1.4) и (1.6) показывают, что рассматриваемое движение эквивалентно движению в однородном пласте при нелинейном законе фильтрации вида (1.4). В частности, при  $\beta = 0$  выражение (1.4) переходит в кусочно-линейный закон фильтрации

$$\mathbf{u} = -\frac{k_1}{\mu} \text{grad } p, \quad u \leq \lambda = \frac{k_1\gamma}{\mu} \quad (1.7)$$

$$\mathbf{u} = -\frac{k_1 + k_2}{\mu} \left[ \text{grad } p - \gamma \frac{k_2}{k_1 + k_2} \frac{\text{grad } p}{|\text{grad } p|} \right], \quad u \geq \lambda$$

В целом картина движения имеет много общего с рассмотренным ранее [8] движением вязко-пластической жидкости в слоистом пласте, состоящем из пропластков различной проницаемости. На фиг. 2 показан в безразмерных координатах  $z = |\text{grad } p|/\gamma$ ,  $x = u/\lambda$  вид условного закона фильтрации (1.4) при различных соотношениях между параметрами  $C = k_2/k_1$  и  $B = \beta\lambda$ , а также зависимость  $y = u_0/\lambda$  от параметра  $B$ . Здесь линии 1 относятся к  $C = 1$ , линии 2 — к  $C = 2$ , линии 3 — к  $C = 10$ . Номера без штриха соответствуют  $B = 10$ , со штрихом —  $B = 2$ .

2. Используя выражение (1.4), нетрудно получить связь между расходом жидкости, поглощаемой пластом, и давлением в скважине. Эта

зависимость описывается выражением

$$\Delta p = \frac{\mu Q}{2\pi k_2 h} C \left[ \ln \frac{1}{\rho} + Bx(1 - \rho) \right], \quad x \leq 1$$

$$\Delta p = \frac{\mu Q}{2\pi k_2 h} \left\{ \left[ C(1 + B) + \frac{1 + C}{2BC} \right] \left( 1 - \frac{1}{x} \right) + \ln x - \frac{xg(1, 1) - g(x, 1)}{2BCx} - \frac{2}{\Delta} \ln \left[ \sqrt{x} \frac{\Delta + g(1, 1)}{\Delta + g(x, 1)} \right] + C \ln \frac{1}{\rho x} + BC(1 - \rho x) \right\} \quad (2.1)$$

(1 ≤ x ≤ 1/ρ)

$$\Delta p = \frac{\mu Q}{2\pi k_2 h} \left\{ \left[ C(1 + B) + \frac{1 + C}{2BC} \right] \frac{1 - \rho}{\rho x} + \ln \frac{1}{\rho} - \frac{g(x, \rho)}{2BC\rho x} + \frac{g(x, 1)}{2BCx} - \frac{2}{\Delta} \ln \left[ \frac{1}{\sqrt{\rho}} \frac{\Delta + g(x, \rho)}{\Delta + g(x, 1)} \right] \right\} \quad \left( \frac{1}{\rho} \leq x < \infty \right)$$

Здесь

$$x = \frac{Q}{2\pi r_c u_0 h}, \quad \rho = \frac{r_c}{r_i}, \quad B = \beta u_0, \quad C = \frac{k_2}{k_1}, \quad \Delta^2 = (1 + C)^2 + 4BC^2(1 + B)$$

$$g(x, \rho) = \sqrt{\Delta^2 + 4\rho BCx}$$

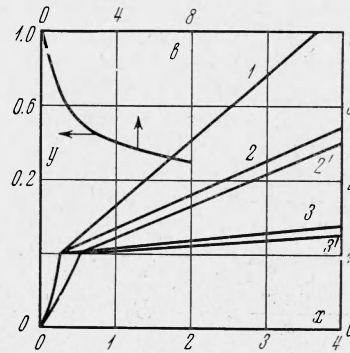
В частности, при β = 0 эти выражения упрощаются и переходят в

$$\Delta p = -Q^* C \ln \rho, \quad x \leq 1 \quad (Q^* = \mu Q / 2\pi k_2 h)$$

$$\Delta p = Q^* C [C(1 + C)^{-1}(1 - 1/x - \ln x) - \ln \rho], \quad 1 \leq x \leq 1/\rho$$

$$\Delta p = Q^* C [C(1 + C)^{-1}(1 - \rho)/\rho x - (1 + C)^{-1} \ln \rho], \quad 1/\rho \leq x < \infty \quad (2.2)$$

Характерный вид индикаторных диаграмм, описываемых соотношениями (2.2), показан на фиг. 3 для случая r<sub>k</sub> = 200 м, r<sub>c</sub> = 0.1 м, γ = 0.02 атм/м, ε = 1 / (1 + C) = 0 + 0.3, через q обозначена величина μQ / (2πh(k<sub>1</sub> + k<sub>2</sub>)). Общей чертой индикаторных диаграмм является выпуклость их к оси депрессии и наличие у них при достаточно больших дебитах асимптотического линейного участка, определяемого третьим соотношением (2.2). Наклон этого участка обычным образом определяет гидропроводность пласта, а отрезок, отсекаемый им на оси депрессий, равен γr<sub>k</sub> C / (1 + C), т. е. по нему можно оценить величину предельного градиента давления для блоков.



Фиг. 2

Приведенные индикаторные кривые, будучи близкими к наблюдаемым в области относительно больших расходов, отличаются от них при малых дебитах, не имея участка выпуклости к оси расходов. Это обстоятельство может быть связано с неучетом квадратичного члена в условном законе фильтрации, т. е. в переходе от выражения (2.1) к упрощенному выражению (2.2). Действительно, как показывают индикаторные кривые, приведенные на фиг. 4, существует диапазон значений параметров, в котором вид расчетных индикаторных кривых близок к наблюдаемому экспериментально; здесь p\* = (2πk<sub>2</sub>h / μ) Δp. Верхняя часть фигуры относится к ρ = 0.01, нижняя — к ρ = 0.03. Для кривых 1 B = C = 2, для кривых 2 B = 10, C = 0.5, для кривых 3 B = 10, C = 2.

3. В общем случае ( $B \neq 0$ ) полученные выражения весьма сложны, не допускают простого аналитического исследования. Однако такое исследование можно провести при некоторых дополнительных условиях для отдельных интервалов изменения расхода. Обозначим

$$\frac{2\pi k_2 h}{\mu Q} \Delta p = P(x) \quad (3.1)$$

так что  $P(x)$  пропорционально углу наклона отрезка, соединяющего текущую точку индикаторной диаграммы с началом координат. Из (2.1) получаем, прежде всего, что  $P(x)$  — непрерывная функция, причем

$$P(0) = C \ln(1/\rho), \quad P(1) = C [\ln(1/\rho) + B(1-\rho)] \quad (3.2)$$

Таким образом, на некотором участке  $0 \leq x \leq x_m$  величина  $P(x)$  возрастает, т. е. индикаторная диаграмма выпукла к оси расходов. С другой стороны, из третьего выражения

(2.1) при  $x \rightarrow \infty$  получаем  $P(x) \rightarrow \ln(1/\rho)$ . Таким образом, при  $C > (1 - B \ln \rho)^{-1}$  величина  $P(x)$  заведомо должна иметь при некотором конечном  $x_m < \infty$  максимум, т. е. на индикаторной кривой найдется точка, в которой касательная к индикаторной кривой проходит через начало координат. Рассмотрим теперь такие значения  $x$ , что  $z = \rho x$  порядка нескольких единиц,  $1 \leq \rho x \leq 10$ . Тогда с учетом условия  $\rho \ll 1$  можно упростить выражение (2.2). Предполагая выполненным условие  $1 < 4BCz \ll \Delta^2$ , можно получить с точностью до малых величин

$$\Delta p = \frac{\mu Q}{2\pi k_2 h} \ln \frac{1}{\rho} + \frac{\mu u_0 r_k}{k_2} C(1+B) \left(1 - \frac{2}{1+C+\Delta}\right) \quad (3.3)$$

Это уравнение соответствует прямой, отсекающей на оси давлений отрезок

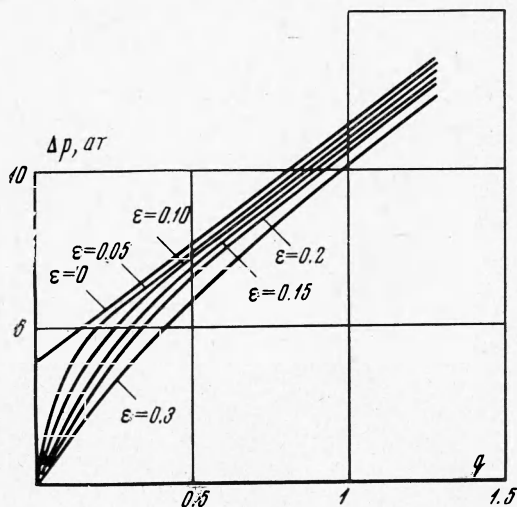
$$\Delta p_0 = \frac{\mu r_k u_0}{k_2} C(1+B) \left(1 - \frac{2}{1+C+\Delta}\right) \quad (3.4)$$

Согласно (1.5)

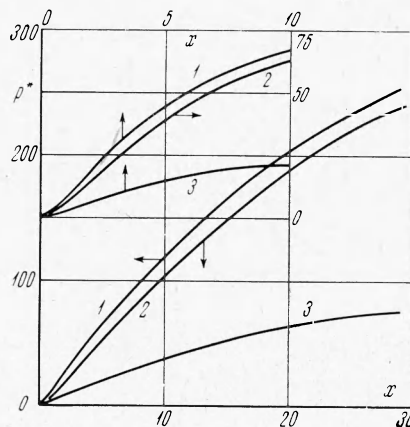
$$\gamma = (\mu u_0 / k_1) (1 + \beta u_0) = (\mu u_0 / k_1) (1 + B) \quad (3.5)$$

Таким образом, из (3.4) и (3.5)

$$\Delta p_0 = r_k \gamma \left(1 - \frac{2}{1+C+\Delta}\right) \quad (3.6)$$



Фиг. 3



Фиг. 4

Следовательно, отрезок, отсекаемый на оси давлений, позволяет оценить величину  $\gamma$ , если известна (или оценена) величина  $r_k$ . Наконец, для величины  $x_m$ , при которой величина  $P(x)$  достигает максимума, в первом приближении имеем при прежних допущениях

$$x_m = \frac{C(1+B)}{C-1} \left( 1 - \frac{2}{1+C+\Delta} \right) \quad (3.7)$$

Соответствующее значение расхода

$$Q_m = 2\pi r_c h x_m u_0 = \frac{2\pi r_c h k_2 \gamma}{\mu(C-1)} \left( 1 - \frac{2}{1+C+\Delta} \right) \quad (3.8)$$

Таким образом, имеется качественное согласие между экспериментально наблюдаемыми и расчетными индикаторными диаграммами. Что касается проверки количественного соответствия, то оно вряд ли может быть проведено на существующем материале. Нельзя также с полной уверенностью считать описанный механизм единственно возможным объяснением наблюдаемого вида индикаторных диаграмм.

4. До сих пор рассматривалась схема трещиновато-пористого пласта, в котором в каждом сечении давление в блоках и трещинах одинаково. Другая предельная схема получается, если предположить, что пористая часть (блоки) и каналы (каверны или трещины) вскрыты одной скважиной, имеют общий контур питания, но не взаимодействуют между собой в сечениях пласта. При этом имеем для расхода через каналы

$$\Delta p = LQ_1 + MQ_1^2 = \frac{\mu Q_1}{2\pi k_1 h} \ln \frac{r_k}{r_c} + \frac{\beta Q_1^2}{4\pi^2 h^2} \left( \frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_k} \right) \quad (4.1)$$

для расхода через пористую часть

$$\Delta p = \frac{\mu Q_2}{2\pi k_2 h} \ln \frac{r_k}{r_c} + \gamma r_k \quad (4.2)$$

Полный расход равен

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (4.3)$$

Нетрудно видеть, что эти соотношения с точностью до обозначенной совпадают с соотношениями (1.2) — (1.4). Обозначая

$$Q_0 = \frac{1}{2} M^{-1} L \left( \sqrt{1 + 4\gamma r_k M / L^2} - 1 \right) \quad (4.4)$$

имеем

$$\Delta p = LQ + MQ^2 \quad (Q \leq Q_0) \\ \Delta p = \gamma r_k \left( 1 + ax + \frac{a}{2b} + \frac{a^2}{2b} - \frac{a}{2b} \sqrt{(1+a)^2 + 4b + 4abx} \right) \quad (Q \geq Q_0) \quad (4.5)$$

где

$$a = \frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{C}, \quad b = \frac{MQ^*}{L}, \quad x = \frac{Q}{Q^*} \quad (4.6) \\ Q^* = \frac{\gamma r_k}{L} - \frac{2\pi k_1 h \gamma r_k}{\mu \ln(r_k / r_c)}$$

Соответствующие индикаторные диаграммы представляются кривыми, показанными на фиг. 2.

Надо, однако, отметить, что схема с независимым пористым пластом плохо согласуется с предположением о быстрой стабилизации нестационарного процесса.

Поступила 2 VI 1970

## ЛИТЕРАТУРА

1. Мищевич В. И. Методика борьбы с поглощениями промывочной жидкости при бурении нефтяных скважин в Татарии. Альметьевск, 1960.
2. Гурбанов Р. С., Касимов А. Ф., Мирзаджанзаде А. Х. Гидродинамика вязко-пластических сред. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 3.
3. Сб. «Развитие исследований по теории фильтрации в СССР», гл. 1, § 1. М., «Наука», 1969.
4. Ахмедов З. М., Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Мирзаджанзаде А. Х. О нелинейных эффектах при фильтрации газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 5.
5. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. ПММ, т. 24, 1960, вып. 5.
6. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П. Об основных уравнениях фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. Докл. АН СССР, 1960, т. 132, № 3.
7. Кисляков Ю. П., Демин Н. В., Русских В. Н. Влияние градиентов давления на величины параметров пласта на Туймазинском месторождении. Нефт. хоз-во, 1964, № 2.
8. Ентов В. М. Двумерные и нестационарные одномерные задачи движения неньютоновских жидкостей в пористой среде. Нефт. хоз-во, 1968, № 10.
9. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. М., Гостоптехиздат, 1963.