

## ДВУХФАЗНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В СМЕШАННО-СМАЧИВАЕМЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

А. В. Доманский, В. И. Пеньковский  
(Новосибирск)

Разность давлений

$$(0.1) \quad p - p_1 = p_K,$$

называемая «капиллярным давлением на границе фаз», — определяющее соотношение, замыкающее общепринятую [1] систему уравнений фильтрации несжимаемых несмешивающихся жидкостей. Эту систему составляют уравнения движения (обобщенный закон Дарси)

$$(0.2) \quad v = -kf(s)\partial p/\partial x, \quad v_1 = -k_1f_1(s)\partial p_1/\partial x$$

и закон сохранения масс

$$(0.3) \quad m\partial s/\partial t + \partial v/\partial x = 0, \quad -m\partial s/\partial t + \partial v_1/\partial x = 0.$$

Здесь  $p$  — давление в жидкости (например, нефти), занимающей долю  $s$  порового пространства;  $s_1 = 1 - s$  — насыщенность второй жидкостью (водой) с давлением  $p_1$ ;  $k, k_1$  — отнесенная к вязкостям полная проницаемость среды при  $s = 1$  и  $0$  соответственно;  $f, f_1$  — относительные («фазовые») проницаемости;  $v, v_1$  — скорости фильтрации жидкостей;  $m$  — пористость;  $x$  — координата;  $t$  — время.

Обычно капиллярное давление  $p_K = p_K(s)$  определяется экспериментально в статических условиях и задается в виде знакоопределенной функции насыщенности  $s$ . В частности, при  $p_K \geq 0$  среда считается гидрофильной, при  $p_K \leq 0$  — гидрофобной. Однако предположение о знакоопределенности  $p_K$  в (0.1) применительно к задачам нефтепромысловой механики нельзя считать всегда выполненным, так как вопрос о смачиваемости горных пород, слагающих нефтеносные пласты, не может быть решен однозначно [2, 3].

В [4] предложено различать три основных класса пористых сред по отношению к двум их насыщающим несмешивающимся жидкостям: 1) смачиваемые ( $p_K \geq 0$ ), 2) несмачиваемые ( $p_K \leq 0$ ), 3) промежуточно-смачиваемые или «смешанно-смачиваемые» [5]. Для системы жидкость — жидкость — пористая среда третьего типа характерна смена знака функции  $p_K$ .

Как известно [6], смачиваемость системы в статических условиях определяется контактным углом  $\theta$  из уравнения равновесия Юнга

$$(0.4) \quad \cos \theta = (\gamma_1 - \gamma_2)/\gamma_{1,2},$$

где  $\gamma_i$  ( $i = 1, 2$ ) — удельные свободные энергии поверхностей раздела между скелетом и каждой из жидкостей;  $\gamma_{1,2}$  — удельная свободная энергия поверхности раздела между жидкостями (поверхностное натяжение). Если  $\gamma_1 > \gamma_2$ , то угол  $\theta$  острый и жидкость 2 преимущественно смачиваемая. При  $\gamma_1 \approx \gamma_2$ ,  $\cos \theta \approx 0$  жидкости в равной степени смачивают твердое тело. Соотношение между  $\gamma_i$  даже в условиях статики с течением времени может меняться (эффект «старения менисков»). Значительно большие изменения удельных свободных энергий наблюдаются в процессе движения [6]. Поэтому капиллярное давление, фигурирующее в определяющем соотношении (0.1), должно рассматриваться как динамическая характеристика системы жидкость — жидкость — пористая среда.

В настоящей работе предложен один из возможных вариантов задания зависимости динамического капиллярного давления от насыщенности и рассмотрен пример течения двух жидкостей в смешанно-смачиваемой пористой среде. Результаты расчетов, выполненных по предложенному алгоритму, сравниваются с данными проведенных экспериментов.

### 1. Капиллярное давление в смешанно-смачиваемых пористых средах.

Рассмотрим предварительно течение Пуазейля в тонком круглом капилляре радиуса  $r_K$ . Уравнение линии отмеченных частиц  $z = z(r, t)$  в начальный момент времени  $t = 0$ , перпендикулярной оси  $z$  капилляра, в системе координат, движущейся со средней скоростью  $\langle v \rangle$  жидкости, имеет вид  $z(r, t) = \langle v \rangle t (1 - 2r^2/r_K^2)$ . Вычисляя среднюю кривизну  $\langle K \rangle$  этой линии, получим

$$\langle K(t) \rangle = \frac{1}{r_K} \int_0^{r_K} \frac{|z''_{rr}|}{(1 + z'^2_{r'})^{3/2}} dr = \frac{1}{r_K} \frac{l(t)}{\sqrt{l^2 + 1/16}},$$

откуда видно, что радиус средней кривизны линии отмеченных частиц с ростом безразмерного перемещения  $l(t) = \langle v \rangle t / r_K$  быстро стремится к радиусу капилляра  $r_K$ .

С другой стороны, пусть в формуле (0.4)  $\gamma_1 \approx \gamma_2$  и существует поверхность раздела (мениск)  $S$  между двумя несмешивающимися жидкостями, движущимися по капилляру с заданной средней скоростью  $\langle v \rangle = \text{const}$ . Пусть  $\mu_i$  — вязкости,  $\rho_i$  — плотности жидкостей ( $i = 1, 2$ ),  $\alpha p_\gamma$  — доля капиллярного скачка давления, действующая на первую жидкость,  $-(1 - \alpha)p_\gamma$  — доля давления, действующая на вторую жидкость ( $0 < \alpha < 1$ , а общий скачок давления  $\alpha p_\gamma - [-(1 - \alpha)p_\gamma] = p_\gamma$  равен капиллярному давлению). Давление в первой жидкости, слева от мениска, равно  $p_s + \alpha p_\gamma$ , справа, во второй жидкости,  $p - (1 - \alpha)p_\gamma$  ( $p_s$  — гидродинамическое давление в окрестности мениска). В системе координат, движущейся со скоростью перемещения мениска  $\langle v \rangle$ , выделим два поперечных сечения  $S_1$  и  $S_2$ , которые расположены на достаточно большом расстоянии от мениска, и к объемам жидкостей  $\tau_i$ , ограниченных боковыми поверхностями  $S^i$ , сечениями  $S_i$  и поверхностью мениска  $S$ , применим теорему об изменении количества движения [7]:

$$(1.1) \quad \frac{d}{dt} \int_{\tau_i} v_{zi} \rho_i d\tau - \int_{\Sigma} v_{zi} \rho_i v_{ni} dS = F_{zi}$$

$$(\Sigma = S^i \cup S_i \cup S).$$

Здесь  $F_{zi}$  — проекция главного вектора внешних сил, приложенных к выделенным объемам;  $v_{zi}$  — проекция относительных скоростей на ось  $z$ , направленную вдоль оси капилляра;  $v_{ni}$  — проекция скоростей на нормаль к поверхностям. Вне некоторой окрестности мениска течение жидкостей близко к течению Пуазейля, поэтому естественно предположить, что силы вязкого трения, действующие по боковым поверхностям  $S^i$ , уравновешиваются перепадами гидродинамических давлений  $p_s - p_1$  и  $p_2 - p_s$  ( $p_i$  — давление в сечении  $S_i$ ).

Замечая, что  $v_{ni} = 0$  на  $S$ ,  $S^i$ ,  $v_{zi} = v - \langle v \rangle = \langle v \rangle (1 - 2r^2/r_K^2)$  на  $S_i$  и проекция главного вектора силы, соответствующей скачку капиллярного давления  $p_\gamma$ , равна  $2\pi r_K \gamma_{1,2} \cos \theta$  ( $\theta$  — угол, который образует мениск с поверхностью капилляра), из формулы (1.1) получим соотношение  $-\pi \rho_1 r_K^2 \langle v \rangle^2 / 3 = -\alpha 2\pi r_K \gamma_{1,2} \cos \theta$ ,  $\pi \rho_2 r_K^2 \langle v \rangle^2 / 3 = (1 - \alpha) 2\pi r_K \gamma_{1,2} \cos \theta$ . Исключая  $\alpha = \rho_1 / (\rho_1 + \rho_2)$ , найдем радиус  $R_K = r_K / \cos \theta$  кривизны мениска в виде

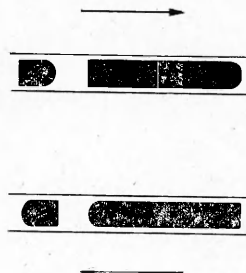
$$(1.2) \quad R_K = 6\gamma_{1,2} / [\langle v \rangle^2 (\rho_1 + \rho_2)].$$

Как и следовало ожидать, кинематическое воздействие частиц жидкостей на поверхность мениска пропорционально квадрату средней скорости движения. Поскольку фильтрационные течения относятся к разряду «ползущих» и характеризуются скоростями  $v$ , на 2—4 порядка меньшими, чем это дает формула (1.2) для  $\langle v \rangle = \langle v \rangle_{\text{max}} = \sqrt{6\gamma_{1,2} / (r_K(\rho_1 + \rho_2))}$ , то можно предположить, что в пористой среде кривизна менисков не зависит от скорости фильтрации и определяется в основном геометрией порового пространства и эффектами физико-химического взаимодействия между жидкостями и скелетом среды в процессе их взаимного перемещения.

На рис. 1 показан заполненный водой кварцевый капилляр с вкраплением сырой нефти радиусом  $r_K = 0,3 \cdot 10^{-3}$  м. Стрелками отмечены направления перемещения нефти. Отчетливо видно изменение кривизны менисков в зависимости от направления движения.

При смещении границы раздела между жидкостями происходит отрыв (когезия) одной жидкости с одновременным прилипанием (адгезией) другой жидкости на поверхности твердого тела. Разность между энергией, затрачиваемой на отрыв, и энергией, выделенной при прилипании, должна компенсироваться работой по перемещению мениска, т. е. работой по

преодолению капиллярного давления. Поскольку энергия когезии больше энергии адгезии, по крайней мере, для системы типа порода — нефть — вода, то развиваемое движением капиллярное давление будет препятствовать процессу вытеснения. Другими словами, поровый канал, заполненный водой, ведет себя как гидрофильный и, наоборот, канал, заполненный нефтью, — как гидрофобный. Это дает основание предположить, что для смешанно-смачиваемых пористых сред знак функции  $p_k$ , входящей в уравнение (0.1), совпадает со знаком производной  $\partial s/\partial t$ . Гистерезис капиллярного давления здесь проявляется ярче, чем в смачиваемых средах, например в системах типа среда — жидкость — газ. Однако проблема построения первичных и вторичных кривых разверток представляется более простой, так как существует приоритет заполнения поровых каналов: вытесняющая («несмачивающая») жидкость, двигаясь под действием гидродинамического давления по путям наименьшего сопротивления, стремится проникнуть в сравнительно крупные поры. Аналогичный порядок заполнения пор газом (воздухом) в дренажном цикле имеет место в смачиваемых средах, для которых методика экспериментального определения статического капиллярного давления  $p_k(S)$  достаточно разработана.



Р и с. 1

Предположим, что первичная кривая гистерезиса капиллярного давления

$$(1.3) \quad p_k = \kappa \varphi(s) \quad (s(x, 0) = 0, \partial s/\partial t > 0),$$

где  $\kappa > 0$  зависит от разности удельных работ адгезии нефти и когезии воды на поверхности частиц скелета пористой среды;  $\varphi(s)$  — безразмерная функция, аналогичная функции Леверетта.

Тогда вторую часть первичной кривой гистерезисной петли представим в виде

$$(1.4) \quad p_k = -\kappa_1 \varphi_1(s) \quad (s(x, 0) = 1, \partial s/\partial t < 0).$$

Здесь  $\kappa_1$  — параметр, определяемый разностью удельных работ адгезии воды и когезии нефти, а функция  $\varphi_1(s) = \varphi(s_1) = \varphi(1 - s)$ , поскольку порядок заполнения пор водой в гидрофобной среде аналогичен порядку заполнения пор нефтью в гидрофильной среде с одинаковой структурой. В состоянии покоя ( $v = v_1 = 0$ ) давление в жидкостях выравнивается ( $p_k = 0$ ). В соответствии с этим, если из состояния покоя с момента времени  $t = t_0$  процесс вытеснения будет продолжен, развиваемое движением капиллярное давление составит разность

$$p_k = \kappa [\varphi(s) - \varphi(s^0)], \quad s_t(x, t_0 + 0) > 0, \quad s_t(x, t_0 - 0) > 0$$

совершаемой и уже совершенной удельных работ. Аналогично вторичные кривые обратного процесса «довытеснения» примут вид

$$p_k = -\kappa_1 [\varphi(s_1) - \varphi(s_1^0)], \quad s_t(x, t_0 + 0) > 0, \\ s_t(x, t_0 - 0) > 0 \quad (s^0 = s(x, t_0)).$$

В случае смены направления вытеснения из соображения «взаимности совершаемых работ» получим

$$p_k = \begin{cases} \kappa [\varphi(s_1) - \varphi(s_1^0)], & s_t(x, t_0 + 0) > 0, \quad s_t(x, t_0 - 0) < 0, \\ -\kappa_1 [\varphi(s) - \varphi(s^0)], & s_t(x, t_0 + 0) < 0, \quad s_t(x, t_0 - 0) > 0. \end{cases}$$

Если силы взаимодействия между скелетом среды и водой больше, то  $\kappa > \kappa_1$ . При  $\kappa_1 = \kappa_1(t) \rightarrow 0$  может наблюдаться самопроизвольная капиллярная пропитка среды водой [8]. Однако изменение во времени параметров  $\kappa$  и  $\kappa_1$  носит, по-видимому, диффузионный характер и связано с медленным процессом перераспределения «свободных мест» на поверхности частиц среды.

2. Численное решение. Экспериментальные данные. Пусть начальное распределение нефтенасыщенности

$$(2.1) \quad s^0 = s(x, 0) = \begin{cases} 0, & 0 < x < x_1, \\ 1, & x_1 < x < 1 \end{cases}$$

моделирует затампонируемый пласт единичной длины, в котором при  $t > 0$  через сечение  $x = 1$  началась закачка воды с заданным перепадом давления  $\Delta p$ . Граничные условия задачи вытеснения:

$$(2.2) \quad t > 0, \quad x = 0: p = p_1 = 0, \quad x = 1: p_1 = \Delta p, \quad v = 0.$$

Система (0.1) — (0.3) в одномерном случае при функциях капиллярного давления, задаваемых в виде (1.3) или (1.4), сводится к одному уравнению для насыщенности

$$(2.3) \quad \frac{m \partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a^\pm(s) \frac{\partial s}{\partial x} + V(t) b(s) \right) \equiv \frac{\partial \sigma}{\partial x}.$$

Здесь  $a^\pm = k k_1 f f_1 R d p_{\kappa}^\pm / ds$ ;  $p_{\kappa}^- = \kappa \varphi(s)$ ;  $p_{\kappa}^+ = -\kappa_1 \varphi_1(s)$ ;  $b = k_1 f_1 R$ ;  
 $R \equiv (k f + k_1 f_1)^{-1}$ .

Обозначим  $D^- = \{0 \leq x \leq x_1\}$ ,  $D^+ = \{x_1 \leq x \leq 1\}$ . Краевые условия на внешних границах (2.2) примут вид

$$(2.4) \quad t > 0, \quad x = 0: s = 0, \quad x = 1: a^+ \partial s / \partial x + V b = V.$$

Условия сопряжения потоков и давлений фаз в точке  $x_1$  при совместном движении нефти и воды приводят к соотношениям

$$(2.5) \quad (a^+ \partial s / \partial x + V b)|_{x=x_1+0} = (a^- \partial s / \partial x + V b)|_{x=x_1-0}, \\ s^+ \equiv s(x_1 + 0, t) = 1, \quad s^- \equiv s(x_1 - 0, t) = 0.$$

До момента подхода фронта вытеснения нефти к точке  $x_1$  при  $x = x_1$  имеют место равенства

$$(2.6) \quad (a^- \partial s / \partial x + V b)|_{x=x_1-0} = 0, \quad s^+ = 1.$$

Заметим, что при подходе фронта вытеснения нефти к точке  $x_1$  в момент  $t_0 = 0$  давление  $p_1$  в водной фазе претерпевает разрыв  $p_1(x_1 + 0, t_0 = 0) - p_1(x_1 - 0, t_0 = 0) = \kappa_1 \varphi_1(1) + \kappa \varphi(s(x_1 - 0, t_0 = 0)) = \kappa \varphi(s(x_1 - 0, t_0 = 0))$ .

Из условий (2.4) — (2.6) для определения  $V(t)$  получается функциональное соотношение

$$(2.7) \quad V(t) = -(\Delta p - F(s^-) + F_0(s(1, t))) / J(t),$$

$$\text{где } F(s) = \int_0^s k_1 f_1 R \frac{d p_{\kappa}^-}{ds} ds; \quad F_0(s) = \int_s^1 k_1 f_1 R \frac{d p_{\kappa}^+}{ds} ds; \quad J = \int_0^1 R(s) dx.$$

Таким образом, исходная задача состоит в нахождении решения уравнений (2.3), где  $V(t)$  определяется по формуле (2.7), в областях  $D^+$ ,  $D^-$  при краевых условиях (2.4), начальных данных (2.1) и условиях сопряжения (2.5), (2.6).

Существующие методы численного расчета задач двухфазной фильтрации в областях с разрывами проницаемости и насыщенности (например, для «висячих» скачков) связаны, как правило, с применением явных разностных схем [9, 10] либо основаны на методе «размазывания» этих разрывов [11].

С учетом специфики сформулированной выше задачи в данной работе применялась безусловно устойчивая неявная разностная схема с «расщеплением» всей области фильтрации на подобласти однородности по физическим свойствам и последующим построением специального итерационного процесса. Конечно-разностная аппроксимация уравнения (2.3) проводи-

лась интегроинтерполяционным методом [12] и имела вид

$$(2.8) \quad m \frac{s_i^{j+1} - s_i^j}{\tau} = \frac{\sigma_{i+1/2}^{j+1} - \sigma_{i-1/2}^{j+1}}{h}, \quad 1 \leq i \leq N,$$

$$\sigma_{i+1/2}^{j+1} = (a^\pm)_{i+1/2}^{j+1} \frac{s_{i+1}^{j+1} - s_i^{j+1}}{h} + V^{j+1} b_{i+1/2}^{j+1}.$$

Порядок аппроксимации уравнения (2.8)  $O(\tau + h^2)$ .

Краевое условие при  $x = 1$  из (2.4) также аппроксимировалось со вторым порядком по  $h$  аналогично [12]:

$$(2.9) \quad m \frac{s_{N-1}^{j+1} - s_{N-1}^j}{\tau} = \frac{V^{j+1} - \sigma_{N-1/2}^{j+1}}{h}.$$

Значения  $s^-$  относились к узлу, соседнему слева с узлом разрыва  $x_I = x_1$ . Тем самым значениям насыщенности слева и справа от точки разрыва отводились разные ячейки памяти ЭВМ. Тогда условия сопряжения (2.5), (2.6), записываемые в разностном виде

$$\sigma_{I-1/2}^{j+1} = \sigma_{I+1/2}^{j+1}, \quad s_{I-1}^{j+1} = 0, \quad s_I^{j+1} = 1, \quad \sigma_{I-1/2}^{j+1} = 0, \quad s_I^{j+1} = 1,$$

можно рассматривать как краевые условия на «входной» границе области  $D^-$ . Аппроксимируя их аналогично (2.9) со вторым порядком точности по  $h$ , получим

$$(2.10) \quad m \frac{s_{I-1}^{j+1} - s_{I-1}^j}{\tau} = \frac{\sigma_{I+1/2}^{j+1} - \sigma_{I-3/2}^{j+1}}{h}, \quad s_{I-1}^{j+1} = 0;$$

$$(2.11) \quad m \frac{s_{I-1}^{j+1} - s_{I-1}^j}{\tau} = -\frac{\sigma_{I-3/2}^{j+1}}{h}, \quad s_I^{j+1} = 1.$$

Начальное (2.1) и краевое (2.4) условия записываются как

$$(2.12) \quad s_i^0 = 0, \quad 0 \leq i \leq I-1, \quad s_i^0 = 1, \quad I \leq i \leq N;$$

$$(2.13) \quad s_0^j = 0.$$

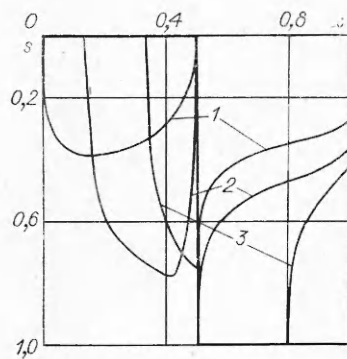
Таким образом, численное решение начально-краевой задачи (2.1), (2.3) — (2.7) осуществлялось по конечно-разностной схеме (2.8)–(2.13). Поскольку задача нелинейная, расчет насыщенности проводился итерационным методом. Значения коэффициентов уравнения и функционала  $V(t)$  брались с предыдущей итерации (интегралы в (2.7) рассчитывались по формуле трапеций), при этом, чтобы «расщепить» задачу, значение потока справа  $\sigma_{I+1/2}^{j+1}$  в (2.10) насчитывалось с предыдущей итерации.

Тем самым на каждой итерации для областей  $D^-$ ,  $D^+$  считались однотипные задачи — на входе задан поток вытесняющей фазы, а на выходе — насыщенность. Из предыдущего ясно, что алгоритм численного расчета составлен так, что фактическое решение задачи можно осуществить методом трехточечной прогонки, но с переопределением прогоночных коэффициентов в узлах  $x_{I-1}$ ,  $x_I$ .

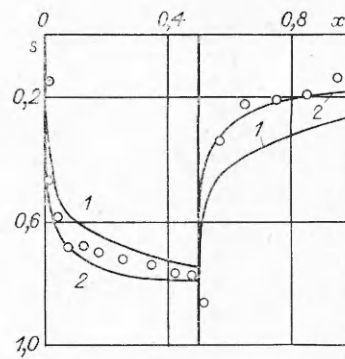
В расчетах использовались следующие зависимости капиллярного давления и относительных проницаемостей от насыщенности:  $f(s) = f_1(1 - s) = s^{3,5}$ ,  $\varphi(s) = \varphi_1(1 - s) = (s/(0,85 - s))^{0,5}$ ,  $k/k_1 = 6,31$ ,  $\kappa = \kappa_1$ ,  $\Delta p^0 = \Delta p/\kappa = 3$ ,  $x_1 = 0,5$ . Итерации проводились до выполнения условия  $\max |s_i^{q+1} - s_i^q| < 10^{-3}$  ( $q$  — номер итерации). Шаг по времени  $\tau$  выбирался из условий сходимости итераций с заданной точностью и выполнения условия материального баланса с точностью 5%.

Некоторые результаты расчетов приведены на рис. 2, где линия 3 — распределение насыщенности до момента подхода фронта вытеснения нефти к точке  $x_1$ , 2 — в момент подхода, а 1 — в последующий момент времени.

Оценим возможные значения физических параметров задачи для системы мелкозернистый песок — керосин — вода. Как показывают опыты,



Р и с. 2



Р и с. 3

проведенные на кварцевом капилляре с радиусом  $0,3 \cdot 10^{-3}$  м, максимальная (в случае отступающего мениска) высота капиллярного подъема воды в нем  $h_{\text{в}} \approx 4,9 \cdot 10^{-2}$  м, что свидетельствует о практически полной смачиваемости внутренней поверхности капилляра (поверхностное натяжение воды  $\gamma_{\text{в}} \approx 73 \cdot 10^{-3}$  Н/м). Высота капиллярного подъема керосина в таком капилляре  $h_{\text{к}} \approx 2,8 \cdot 10^{-2}$  м. В то же время максимальная высота столба воды, удерживаемого капиллярными силами при наличии над ней слоя керосина толщины  $h_{\text{к}}$ , составила  $h_{\text{вк}} \approx 1,5 \cdot 10^{-2}$  м. По формуле Жюрена — Лапласа для данного  $h_{\text{вк}}$  получим  $\gamma_{\text{вк}} \cos \theta_{\text{вк}} \approx 22 \cdot 10^{-3}$  Н/м ( $\gamma_{\text{вк}}$  — поверхностное натяжение на границе вода — керосин,  $\theta_{\text{вк}}$  — краевой угол смачивания). Таким образом, удельная свободная энергия поверхности раздела в системе капилляр — вода — керосин составляет  $22/73 \approx 0,3$  от удельной свободной энергии, развиваемой в системе капилляр — вода — воздух. Если установленную экспериментально зависимость капиллярного давления  $p_{\text{в}}$  от насыщенности  $s_{\text{в}}$  воздухом для мелкозернистого песка пористостью  $m = 0,34$  и коэффициентом фильтрации (по воде)  $k_1 = 8,6$  м/сут приближенно аппроксимировать функцией  $p_{\text{в}}(s_{\text{в}}) = 0,5[s_{\text{в}}/(0,85 - s_{\text{в}})]^{0,5}$ , то для системы песок — керосин — вода в формуле (1.3) можно принять  $\kappa = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$  м,  $\varphi(s) = [s/(0,85 - s)]^{0,5}$  ( $s$  — насыщенность песка керосином),  $\kappa_1 = 0,1$  м.

На рис. 3 представлено сопоставление расчетов (кривые 1, 2) с экспериментальными данными (точки) для момента смыкания водной фазы на границе смачивающих свойств образца. Эксперименты проводились на трубке длиной 1 м и диаметром 0,02 м с мелкозернистым песком. В качестве рабочих жидкостей использовались раствор поваренной соли с концентрацией 30 г/л и керосин. Перепад уровней на торцах трубки составлял 1 м столба воды. Насыщенность порового пространства водной фазой определялась электрическим методом. Кривая 1 отвечает расчетам, выполненным по предложенной выше численной схеме, 2 — приближенному аналитическому решению задачи, полученному известным методом последовательной смены стационарных состояний. Расчеты, по крайней мере, качественно согласуются с экспериментальными данными. Поскольку в подобласти (0,5; 1) происходит вытеснение более вязкой жидкости менее вязкой, то в экспериментах наблюдалась некоторая неустойчивость в формировании профиля насыщенности. Это приводит к большему, чем в области (0; 0,5), разбросу экспериментальных точек.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917—1967).— М.: Наука, 1969.
2. Коллинз Р. Течение жидкостей через пористые материалы.— М.: Мир, 1964.
3. Шнейерсон В. Б., Васильева Н. П. Влияние нефтей на поверхностные свойства минералов, входящих в состав нефтяных коллекторов // Тр. Ин-та нефти АН СССР.— 1954.— Т. 3.
4. Morrow N. R., McCaffery F. G. Displacement studies in uniformly wetted porous media // Wetting, Spreading and Adhesion.— N. Y.: Acad. Press inc., 1978.— Sec. 13.

5. Batycky J. P., McCaffery F. G. et al. Interpreting relative permeability and wettability from unsteady-state displacement measurements // Soc. Petrol. Engng J.— 1981.— V. 21, N 3.
6. Зимон А. Д. Адгезия жидкостей и смачивание.— М.: Химия, 1974.
7. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика.— М., 1963.— Ч. 1, 2.
8. Jacquin Ch., Legait B. Influence of capillarity and viscosity during spontaneous imbibition in porous media and in capillaries // Physicochemical Hydrodynamics. Intern. J.— 1984.— V. 5, N 3/4.
9. Королев А. В., Шалимов Б. В., Швидлер М. И. О «висячих» скачках насыщенности при фильтрации несмешивающихся жидкостей в неоднородных средах // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1975.— № 3.
10. Узаков Э. О возможности повышения нефтеотдачи путем локального воздействия на пласт // Динамика многофазных сред.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1983.
11. Швидлер М. И., Леви Б. И. Одномерная фильтрация несмешивающихся жидкостей.— М.: Недра, 1970.
12. Коновалов А. Н. Задачи фильтрации многофазной несжимаемой жидкости.— Новосибирск: НГУ, 1972.

Поступила 17/III 1987 г.

УДК 536.4:551.466+533.6.011.6

## КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ ЗАЖИГАНИЯ РЕАГИРУЮЩИХ ВЕЩЕСТВ ПРИ СЛОЖНОМ ТЕПЛОМАССОБМЕНЕ

Г. Н. Исаков, Г. С. Касьянов  
(Томск)

Применение тепловых волн в практике теплофизических исследований общеизвестно [1]. Методы периодического нагрева позволяют по измеренным пространственно-временным и амплитудно-фазовым колебаниям температуры в твердом теле, которое нагревается в среде с гармонически измеряющимися параметрами, комплексно определять его тепловые свойства [1]. Периодические флуктуации параметров теплообмена наблюдаются также во многих технологических процессах с дисперсными средами, например в псевдооживленном слое [2].

В последнее время тепловые волны и их аналоги используются при анализе каталитических процессов и обработке химических реакторов в искусственно создаваемых нестационарных условиях [3]. Периодическое изменение входных параметров позволяет повысить активность и избирательность физико-химических процессов в подобном рода реакторах, что приводит к росту производительности и улучшает качество конечного продукта [3]. При этом технологически просто могут быть решены вопросы регенерации катализаторов [4, 5], когда периодическое возбуждение (зажигание) основной и регенерационной волн горения приводит к существенному повышению срока безостановочной работы реакторов.

В связи с этим в данной работе численно исследованы закономерности твердофазного и гетерогенного зажигания [6] реагирующих веществ при периодическом нагреве в потоке газообразного окислителя. В приближении постоянства коэффициентов переноса рассмотрена одномерная модель зажигания, когда на поверхность вещества дополнительно падает радиационный тепловой поток и имеет место испарение легколетучих компонентов.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим нестационарный теплообмен и зажигание конденсированного вещества под воздействием радиационно-конвективного теплового потока, когда на поверхности протекает гетерогенная реакция окисления  $\nu$ -го порядка [6] и происходит испарение (сублимация) легколетучих компонентов (жидких или твердых) по закону Герца — Кнудсена — Ленгмюра [7, 8]. Тепловые волны в твердом теле [7] создаются путем гармонического измерения параметров газового потока (температуры  $\Theta_e$  и коэффициента теплоотдачи  $Nu$ ):

$$(1.1) \quad P_i(\tau) = \langle P_i \rangle - P_{mi} \cos(\Omega_i \tau - \varphi_{ni}), P_1 = \Theta_e, P_2 = Nu.$$

Здесь  $\langle P \rangle$ ,  $P_m$ ,  $\Omega$ ,  $\varphi_n$  — безразмерное среднее значение параметра, амплитуда, циклическая частота и начальная фаза колебаний;  $i = 1, 2$ .

С учетом перечисленных факторов одномерная краевая задача о зажигании сводится к решению системы уравнений сохранения энергии и ве-