

УДК 535.361.22

Аналитическая оценка локационного сигнала от шероховатой поверхности в аэрозольной среде

В.В. Дудоров, В.В. Колосов*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 12.04.2017 г.

В приближении гауссова вида распределений поля частично когерентного лазерного пучка, коэффициента диффузного отражения от объекта, индикатрисы рассеяния атмосферой и функции пропускания приемной апертуры получены аналитические выражения для полезного сигнала, отраженного от шероховатой поверхности объекта, и шумового сигнала, рассеянного (в приближении однократного рассеяния) аэрозолем, расположенным между приемопередающей системой и наблюдаемым объектом. Рассчитано отношение данных сигналов в зависимости от расстояния до объекта.

Ключевые слова: локационный сигнал, рассеяние, шероховатая поверхность, аэрозольная среда; location signal, scattering, rough surface, aerosol medium.

Введение

При фокусировке мощного лазерного излучения в атмосфере для устранения как искажающего влияния самой атмосферы, так и начальной расходимости лазерного пучка, вызванной неоднородностями его фазовых и энергетических характеристик, используют адаптивную оптику [1, 2]. При этом корректировка начального излучения зачастую может осуществляться методом апертурного зондирования на основе опорного излучения, отраженного от объекта (топомишени либо аэрозольного слоя), на который производится фокусировка лазерного пучка [3–6, 10]. Большинство объектов в атмосфере имеют шероховатую поверхность [7]. Диффузное отражение от шероховатой поверхности характеризуется большой расходимостью (во всех направлениях) и, соответственно, низкой плотностью мощности принимаемого сигнала. В реальной атмосфере основной источник шума при детектировании излучения, отраженного от наблюдаемого объекта, — это излучение, рассеянное частицами аэрозоля, расположенными между объектом и приемопередающей системой [8, 9, 11].

В общем случае для произвольных распределений интенсивности лазерного пучка, коэффициента отражения наблюдаемого объекта, коэффициента аэрозольного рассеяния и функции пропускания приемной оптической системы задачу нахождения локационного сигнала можно строго решить методом численного моделирования, например на основе параболического уравнения [7]. Однако моделиро-

вание частичной когерентности локационного лазерного пучка, диффузного отражения от шероховатой поверхности объекта и рассеяния аэрозолем требует существенных вычислительных затрат. В связи с этим очевидно, что аналитические оценки полезного сигнала, отраженного от шероховатой поверхности объекта, и шумового сигнала, рассеянного аэрозолем, являются актуальными при разработке современных локационных систем.

Известные способы получения аналитических оценок лидарного сигнала рассеяния (являющегося шумом в рассматриваемой задаче локации объектов) основаны на введении функции перекрытия, ограничивающей поле зрения приемника [12–14]. Этот подход позволяет снять неопределенность в уравнении лазерной локации [14] для слоя атмосферы, прилегающего к приемопередающей системе, но является нестрогим. Поскольку математическая постановка задач обратного рассеяния оптического излучения аэрозольным слоем (в приближении однократного рассеяния) и отражения от диффузной поверхности аналогична [7], в настоящей работе в рамках единого подхода выполнена аналитическая оценка локационного сигнала, отраженного от шероховатой поверхности объекта в аэрозольной среде. Для решения данной задачи предлагается использовать аппроксимацию распределений интенсивности локационного пучка, коэффициента отражения наблюдаемого объекта, диаграммы направленности обратного рассеяния аэрозолем и функции пропускания приемной оптической системы гауссовыми функциями. Такое безаберрационное приближение не вносит существенной ошибки в получаемое решение и позволяет получить простые выражения для отраженного и рассеянного сигналов.

* Вадим Витальевич Дудоров (dvv@iao.ru); Валерий Викторович Колосов (kvv@iao.ru).

1. Метод расчета локационного сигнала

На рис. 1 представлена схема формирования опорного сигнала, по которому возможно выполнять корректировку излучения передающего пучка.

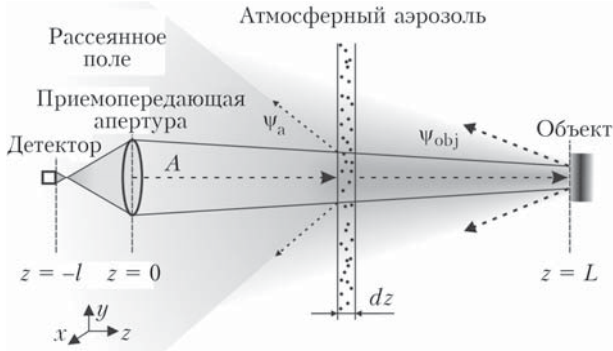


Рис. 1. Схема формирования локационного сигнала для корректировки излучения передающего пучка

Рассмотрим наиболее распространенную ситуацию, когда приемная и передающие апертуры совмещены. Лазерное излучение A распространяется из плоскости $z = 0$ в направлении оси OZ . На расстоянии $z = L$ находится отражающий объект с шероховатой поверхностью. Отраженное от объекта излучение ψ_{obj} распространяется в обратном направлении и фокусируется линзой приемного телескопа, расположенной в плоскости $z = 0$. Детектор фотоприемника установлен на оси оптической системы в плоскости изображения $z = -l$, удовлетворяющей условию $1/f = 1/l + 1/L$, где f – фокусное расстояние приемной линзы. Очевидно, что если распространение излучения происходит в свободном пространстве и поперечные размеры детектора много меньше размера изображения лазерного пучка на объекте, то максимальный сигнал детектора будет соответствовать условиям максимальной интенсивности излучения на наблюдаемом объекте [7]. Однако если распространение происходит в аэрозольной среде, то данные условия могут быть нарушены за счет вклада лазерного излучения ψ_a , рассеянного частицами аэрозоля, расположенными между наблюдателем и объектом. В данной работе наряду с оценкой сигнала, сформированного рассеянным от объекта излучением, рассмотрено искажающее влияние сигнала обратного рассеяния от атмосферного аэрозоля, расположенного между приемопередающей системой и наблюдаемым объектом.

1.1. Сигнал, отраженный от шероховатой поверхности объекта

Распространение вперед

Полагаем, что в начальной плоскости $z = 0$ комплексная амплитуда поля A частично когерентного лазерного излучения характеризуется гауссовым видом функции когерентности $\Gamma_A(z, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle A(z, \mathbf{r}_1) A^*(z, \mathbf{r}_2) \rangle$ [7]:

$$\Gamma_A(z = 0, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) =$$

$$I_0 \exp \left[-\frac{(\mathbf{r}_1^2 + \mathbf{r}_2^2)}{2a_0^2} - \frac{(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)^2}{4c_0^2} - ik \frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}{2f_0} \right], \quad (1)$$

где $\mathbf{r} = \{x, y\}$ – радиус-вектор в плоскости, перпендикулярной оси распространения OZ ; a_0 и I_0 – радиус и осевая интенсивность лазерного пучка; f_0 – кривизна среднего волнового фронта; c_0 – радиус когерентности. При переходе к суммарным $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ и разностным $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ координатам получим

$$\Gamma_A(z = 0, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = I_0 \exp \left[-\frac{\mathbf{R}^2}{a_0^2} - \frac{\boldsymbol{\rho}^2}{4a_0^2} - \frac{\boldsymbol{\rho}^2}{4c_0^2} - ik \frac{\mathbf{R}\boldsymbol{\rho}}{f_0} \right]. \quad (2)$$

Использование гауссова распределения функции когерентности позволяет нам воспользоваться простым выражением для ее изменения при распространении излучения в свободном пространстве. В безабберрационном приближении динамика частично когерентного поля полностью определяется начальными значениями радиуса пучка a_0 , радиуса когерентности c_0 , радиуса кривизны среднего фазового фронта f_0 и осевой интенсивности излучения I_0 [7]:

$$\Gamma_A(z, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{I_0}{g^2(z)} \times \exp \left[-\frac{\mathbf{R}^2}{a_0^2 g^2(z)} - \frac{\boldsymbol{\rho}^2}{4a_0^2 g^2(z)} - \frac{\boldsymbol{\rho}^2}{4c_0^2 g^2(z)} - ik \frac{\mathbf{R}\boldsymbol{\rho}}{g(z)/g'(z)} \right]. \quad (3)$$

Здесь функция $g^2(z) = \left(1 - \frac{z}{f_0}\right)^2 + \frac{z^2}{k^2 a_0^4} + \frac{z^2}{k^2 a_0^2 c_0^2}$, называемая уширением пучка, определяет радиус пучка, радиус когерентности, кривизну фазового фронта, а также распределение интенсивности излучения следующим образом:

$$a(z) = a_0 g(z), \quad c(z) = c_0 g(z), \quad f(z) = g(z)/g'(z), \\ I(z, \mathbf{R}) = I_0 g^{-2}(z) \exp \left[-\mathbf{R}^2 / a^2(z) \right]. \quad (4)$$

Отражение от объекта

Комплексную амплитуду поля, отраженного от объекта в плоскости $z = L$, представим в виде

$$\psi(z = L, \mathbf{r}, t) = A(z = L, \mathbf{r}, t) R(\mathbf{r}, t), \quad (5)$$

где

$$R(\mathbf{r}, t) = \gamma(\mathbf{r}) \exp[ik\xi(\mathbf{r}, t) + ikS(\mathbf{r})] \quad (6)$$

– комплексный коэффициент отражения поверхности; $k = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны падающего излучения; $0 \leq \gamma(\mathbf{r}) \leq 1$ определяет размеры мишени и отражающие свойства поверхности объекта; случайная функция $\xi(\mathbf{r}, t)$ характеризует неоднородности шероховатой поверхности, а функция $S(\mathbf{r})$ – форму объекта.

Будем считать, что отражающая поверхность объекта плоская и ориентирована ортогонально к падающему излучению. Кроме этого полагаем, что флуктуации неоднородностей являются изотропными на поверхности мишени, а их продольные и поперечные размеры существенно превышают длину волны.

Из вида формулы (6) следует, что значение функции $\xi(\mathbf{r}, t)$ представляет собой удвоенную высоту случайной неоднородности в точке \mathbf{r} . Присутствие на поверхности случайной неоднородности высотой в половину длины волны излучения приводит к дополнительному набегу фазы, равному 2π , по сравнению с отражением от средней поверхности. Присутствие времени в данном выражении связано с тем, что в общем случае возможны перемещение объекта в пространстве и флуктуации (вибрации) его поверхности.

Предположим, что временные флуктуации функции $\xi(\mathbf{r}, t)$ являются быстрыми по сравнению со временем усреднения детектора. Так, например, для целей, вращающихся со скоростью 100 об/с, на дистанции 1 км характерное время замороженности $\xi(\mathbf{r}, t)$ для приемника с апертурой размером 10 см будет составлять менее 10^{-7} с. Для приемников с временем интегрирования, существенно превышающим время замороженности $\xi(\mathbf{r}, t)$, рассеянное объектом поле можно считать некогерентным. В этом случае усреднение по времени можно заменить усреднением по статистике флуктуаций данной функции. Очевидно также, что флуктуации поля исходного частично-когерентного пучка не коррелированы с флуктуациями функции $\xi(\mathbf{r}, t)$, что позволяет выполнить расщепление данных статистик при усреднении. Тогда из выражения (5) для амплитуды отраженного объектом поля $\psi_{\text{obj}}(\mathbf{r}, t)$ можно записать следующее выражение для функции когерентности $\Gamma_{\psi_0}(z, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle \psi_{\text{obj}}(z, \mathbf{r}_1, t) \psi_{\text{obj}}^*(z, \mathbf{r}_2, t) \rangle_t$:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\psi_0}(z = L, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) &= \\ &= \Gamma_A(z = L, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) \gamma(\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}/2) \gamma(\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}/2) \times \\ &\times \exp[ikS(\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}/2) - ikS(\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}/2)] \times \\ &\times \langle \exp[ik\xi(\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}/2) - ik\xi(\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}/2)] \rangle_{\xi}, \end{aligned} \quad (7)$$

где угловые скобки $\langle \rangle_{\xi}$ означают усреднение по случайным реализациям шероховатостей поверхности рассеивающего объекта. Полагая флуктуации функции ξ гауссовыми и изотропными, получаем [6]:

$$\begin{aligned} \langle \exp[ik\xi(\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}/2) - ik\xi(\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}/2)] \rangle_{\xi} &= \\ &= \exp[-k^2 D_{\xi}(\boldsymbol{\rho})/2], \end{aligned} \quad (8)$$

где D_{ξ} есть структурная функция флуктуаций шероховатостей поверхности мишени ξ . Структурная функция может быть выражена через дисперсию σ_{ξ}^2 и степень корреляции (нормированную функ-

цию корреляции) $b_{\xi}(\boldsymbol{\rho})$ случайных шероховатостей следующим образом [7]:

$$D_{\xi}(\boldsymbol{\rho}) = 2\sigma_{\xi}^2 [1 - b_{\xi}(\boldsymbol{\rho})]. \quad (9)$$

Ранее мы предположили, что флуктуации шероховатостей поверхности превышают длину волны. В этом случае $k\sigma_{\xi} \gg 1$ и значения экспоненты в правой части выражения (8) заметно отличаются от нуля только при малых $\boldsymbol{\rho}$ (когда $b_{\xi}(\boldsymbol{\rho})$ близко к 1). Тогда для малых значений $\boldsymbol{\rho}$ степень корреляции $b_{\xi}(\boldsymbol{\rho})$ можно разложить в ряд Тейлора. Учитывая, что для дифференцируемого случайного поля линейный член разложения обращается в нуль, и ограничиваясь в разложении степени корреляции флуктуаций шероховатостей поверхности слагаемыми второго порядка [7]:

$$b_{\xi}(\boldsymbol{\rho}) \approx 1 - \boldsymbol{\rho}^2 / 2l_{\xi}^2, \quad (10)$$

получаем

$$\begin{aligned} \langle \exp[ik\xi(\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}/2) - ik\xi(\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}/2)] \rangle &= \\ &= \exp[-\boldsymbol{\rho}^2 / 2c_{\text{sc}}^2], \end{aligned} \quad (11)$$

где $c_{\text{sc}} = l_{\xi} / (k\sigma_{\xi})$. Параметры l_{ξ} и c_{sc} имеют ясный физический смысл: $l_{\xi} = |b_{\xi}(0)|^{-1/2}$ — это радиус корреляции шероховатостей поверхности объекта; c_{sc} представляет собой радиус когерентности излучения, отраженного от объекта (в случае падения на объект когерентного излучения).

Полагая, что поверхность объекта является плоской и нормальной к оси распространения излучения, т.е. $S(\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}/2) - S(\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}/2) = 0$, а функция γ , характеризующая отражающие свойства поверхности объекта, имеет гауссов вид:

$$\gamma^2(\mathbf{r}) = R_{\text{obj}} \exp[-\mathbf{r}^2 / a_{\text{obj}}^2] \quad (12)$$

(a_{obj} — радиус (эффективный размер) объекта, $0 \leq R_{\text{obj}} \leq 1$ — коэффициент отражения поверхности объекта на оси), функцию когерентности отраженного от объекта поля (7) с учетом (3), (11) и (12) можно записать как

$$\begin{aligned} \Gamma_{\psi_0}(z = L, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) &= \\ &= \frac{R_{\text{obj}} I_0}{g^2(L)} \exp \left[-\frac{\mathbf{R}^2}{a_0^2 g^2(L)} - \frac{\mathbf{R}^2}{a_{\text{obj}}^2} - \frac{\boldsymbol{\rho}^2}{4a_0^2 g^2(L)} - \right. \\ &\left. - \frac{\boldsymbol{\rho}^2}{4a_{\text{obj}}^2} - \frac{\boldsymbol{\rho}^2}{4c_0^2 g^2(L)} - \frac{\boldsymbol{\rho}^2}{2c_{\text{sc}}^2} - ik \frac{\mathbf{R}\boldsymbol{\rho}}{g(L)/g'(L)} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Распространение назад

Выражение (13) является начальным условием для задачи распространения рассеянного объектом поля ψ_{obj} из плоскости $z = L$ назад в сторону приемника излучения. При этом начальные значения радиуса пучка a_{ψ_0} , радиуса когерентности c_{ψ_0} , радиуса кривизны среднего фазового фронта f_{ψ_0} и интен-

сивности излучения на оптической оси I_{ψ_0} определяются следующим образом:

$$a_{\psi_0} = \left(\frac{1}{a_0^2 g^2(L)} + \frac{1}{a_{\text{obj}}^2} \right)^{-1/2}, \quad c_{\psi_0} = \left(\frac{1}{c_0^2 g^2(L)} + \frac{2}{c_{\text{sc}}^2} \right)^{-1/2},$$

$$f_{\psi_0} = -\frac{g(L)}{g'(L)}, \quad I_{\psi_0} = \frac{R_{\text{obj}} I_0}{g^2(L)}, \quad (14)$$

где производная

$$g'(z) = \frac{dg(z)}{dz} = \frac{\left(\frac{z}{f_0^2} - \frac{1}{f_0} \right) + \frac{z}{k^2 a_0^4} + \frac{z}{k^2 a_0^2 c_0^2}}{g(z)}.$$

По аналогии с безабберационным решением (3) динамика функции когерентности излучения, отраженного поверхностью объекта, расположенного в плоскости $z = L$, с учетом изменения направления распространения на противоположное описывается выражением

$$\Gamma_{\psi_0}(z, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{I_{\psi_0}}{g_{\psi_0}^2(L-z)} \times$$

$$\times \exp \left[-\frac{\mathbf{R}^2}{a_{\psi_0}^2 g_{\psi_0}^2(L-z)} - \frac{\boldsymbol{\rho}^2}{4a_{\psi_0}^2 g_{\psi_0}^2(L-z)} - \frac{\boldsymbol{\rho}^2}{4c_{\psi_0}^2 g_{\psi_0}^2(L-z)} - ik \frac{\mathbf{R}\boldsymbol{\rho}}{g_{\psi_0}(L-z)/g'_{\psi_0}(L-z)} \right], \quad (15)$$

где $g_{\psi_0}^2(z) = \left(1 - \frac{z}{f_{\psi_0}} \right)^2 + \frac{z^2}{k^2 a_{\psi_0}^4} + \frac{z^2}{k^2 a_{\psi_0}^2 c_{\psi_0}^2}.$

Распространение внутри приемной оптической системы

При достижении плоскости приемника $z = 0$ излучение проходит через апертуру приемного телескопа и фокусируется его линзой. Если положить, что функция пропускания T поля апертурой приемного телескопа также гауссова с радиусом a_t :

$$T(\mathbf{r}) = \exp \left[-\frac{r^2}{2a_t^2} \right], \quad (16)$$

а фокусное расстояние параболической линзы равно f_t , то функцию когерентности принимаемого излучения после прохождения линзы приемного телескопа в плоскости $z = 0$ можно записать как

$$\Gamma_{\psi_0}(z=0, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{I_{\psi_0}}{g_{\psi_0}^2(L)} \times$$

$$\times \exp \left[-\frac{\mathbf{R}^2}{a_{\psi_0}^2 g_{\psi_0}^2(L)} - \frac{\mathbf{R}^2}{a_t^2} - \frac{\boldsymbol{\rho}^2}{4a_{\psi_0}^2 g_{\psi_0}^2(L)} - \frac{\boldsymbol{\rho}^2}{4a_t^2} - \frac{\boldsymbol{\rho}^2}{4c_{\psi_0}^2 g_{\psi_0}^2(L)} - ik \frac{\mathbf{R}\boldsymbol{\rho}}{g_{\psi_0}(L)/g'_{\psi_0}(L)} + ik \frac{\mathbf{R}\boldsymbol{\rho}}{f_t} \right]. \quad (17)$$

Подобно функции когерентности отраженного от объекта поля (13) используем выражение (17) в качестве начального условия для задачи распространения принимаемого поля внутри оптической системы от плоскости $z = 0$ до плоскости расположения фотодетектора $z = -l$. При этом начальные значения радиуса пучка a_{t_0} , радиуса когерентности c_{t_0} , радиуса кривизны среднего фазового фронта f_{t_0} и интенсивности излучения на оптической оси I_{t_0} в соответствии с (17) определяются выражениями:

$$a_{t_0} = \left(\frac{1}{a_{\psi_0}^2 g_{\psi_0}^2(L)} + \frac{1}{a_t^2} \right)^{-1/2}, \quad c_{t_0} = c_{\psi_0} g_{\psi_0}(L),$$

$$f_{t_0} = \left(\frac{g'_{\psi_0}(L)}{g_{\psi_0}(L)} - \frac{1}{f_t} \right)^{-1}, \quad I_{t_0} = \frac{I_{\psi_0}}{g_{\psi_0}^2(L)}. \quad (18)$$

Очевидно, что в плоскости фотодетектора $z = -l$ интенсивность излучения можно представить в виде

$$I_{d_0}(z=-l, \mathbf{R}) = \frac{I_{t_0}}{g_{t_0}^2(l)} \exp \left[-\frac{\mathbf{R}^2}{a_{t_0}^2 g_{t_0}^2(l)} \right], \quad (19)$$

где

$$g_{t_0}^2(z) = \left(1 - \frac{z}{f_{t_0}} \right)^2 + \frac{z^2}{k^2 a_{t_0}^4} + \frac{z^2}{k^2 a_{t_0}^2 c_{t_0}^2}.$$

Полагая далее, что функция пропускания фотодетектора – гауссова:

$$T_d(\mathbf{r} = \{x, y\}) = \exp \left[-\frac{(x-x_d)^2}{2a_d^2} - \frac{y^2}{2a_d^2} \right] \quad (20)$$

(a_d – радиус детектора; x_d – смещение положения детектора от оси, направленной на объект), получаем следующее выражение для мощности принимаемого сигнала:

$$P_s = \frac{\pi I_{t_0} a_{t_0}^2 a_d^2}{a_{t_0}^2 g_{t_0}^2(l) + a_d^2} \exp \left[-\frac{x_d^2}{a_{t_0}^2 g_{t_0}^2(l) + a_d^2} \right]. \quad (21)$$

Таким образом, выражение (21) является точным решением задачи определения локационного сигнала, отраженного от шероховатой поверхности наблюдаемого объекта, в безабберационном приближении. Для вычисления мощности принимаемого сигнала по формуле (21) необходимо использовать (14), (18), а также выражения для соответствующих функций уширения $g(z)$, $g_{\psi_0}(z)$ и $g_{t_0}(z)$. Отметим также, что выражение (21) получено при отсутствии ослабления излучения. Если среда распространения является ослабляющей с коэффициентом ослабления α , то с учетом двукратного прохождения излучения вдоль трассы распространения выражение для локационного сигнала (21) нужно умножить на функцию пропускания атмосферы $T_a = \exp[-2\alpha L]$.

1.2. Сигнал рассеяния от аэрозольной среды

Уровень шумового сигнала, сформированного излучением, рассеянным на частицах аэрозоля, в приближении однократного рассеяния можно оценить, используя аналогичный подход. Рассмотрим вклад слоя аэрозольной среды, удаленного от приемной линзы на расстояние z (см. рис. 1). Среднее значение функции яркости излучения, рассеянного бесконечно тонким слоем аэрозоля в направлении θ , можно представить в виде [14]:

$$J(z, \mathbf{R}, \theta) = I(z, \mathbf{R})\beta(\theta)dz, \quad (22)$$

где $\beta(\theta)$ — это индикатриса рассеяния единицы объема; dz — толщина аэрозольного слоя; функция яркости излучения является Фурье-преобразованием от функции когерентности

$$J(z, \mathbf{R}, \theta) = (2\pi)^{-2}k^2 \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(z, \mathbf{R}, \rho) \exp(-ik\theta\rho) d\rho.$$

Аппроксимируя индикатрису рассеяния аэрозольным слоем в обратную полусферу гауссовой функцией вида

$$\beta(\theta) = \beta_\pi \exp\left[-\frac{\theta^2}{2\theta_\beta^2}\right] \quad (23)$$

($\beta_\pi = \beta(\theta = 0)$ — объемный коэффициент обратного рассеяния), значение интенсивности рассеянного в обратном направлении излучения можно записать как

$$I_{\psi_a}(z, \mathbf{R}) = \int d\theta J(z, \mathbf{R}, \theta). \quad (24)$$

Учитывая, что поперечные размеры аэрозольного слоя не ограничены по сравнению с размером лазерного пучка, а радиус когерентности рассеянного излучения определяется его угловой расходимостью θ_β , граничные условия типа (14) для функции когерентности поля ψ_a , рассеянного аэрозолем и распространяющегося в обратном направлении, будут следующими:

$$a_{\psi_a} = a_0 g(z), \quad c_{\psi_a} = \left(\frac{1}{c_0^2 g^2(z)} + 2k^2 \theta_\beta^2 \right)^{-1/2},$$

$$f_{\psi_a} = -\frac{g'(z)}{g(z)}, \quad I_{\psi_a} = \frac{2\pi\beta_\pi dz \theta_\beta^2 I_0}{g^2(z)}. \quad (25)$$

Изменение граничных условий (14) на (25) приведет к изменению граничных условий для функции когерентности поля, прошедшего через апертуру приемного телескопа (18). В случае поля, рассеянного аэрозолем, они будут иметь вид

$$a_{t_a} = \left(\frac{1}{a_{\psi_a}^2 g_{\psi_a}^2(z)} + \frac{1}{a_t^2} \right)^{-1/2}, \quad c_{t_a} = c_{\psi_a} g_{\psi_a}(z),$$

$$f_{t_a} = \left(\frac{g'_{\psi_a}(z)}{g_{\psi_a}(z)} - \frac{1}{f_t} \right)^{-1}, \quad I_{t_a} = \frac{I_{\psi_a}}{g_{\psi_a}^2(z)}, \quad (26)$$

где

$$g_{\psi_a}^2(z) = \left(1 - \frac{z}{f_{\psi_a}} \right)^2 + \frac{z^2}{k^2 a_{\psi_a}^4} + \frac{z^2}{k^2 a_{\psi_a}^2 c_{\psi_a}^2}.$$

Тогда с учетом ослабления излучения в атмосфере вклад аэрозольного слоя толщиной dz , расположенного на расстоянии z от приемопередающей системы, в суммарный сигнал, по аналогии с выражением (21), можно представить как

$$P_a^{dz}(z) = \frac{\pi I_{t_a} a_{t_a}^2 a_d^2}{a_{t_a}^2 g_{t_a}^2(L, z) + a_d^2} \times \exp\left[-\frac{x_d^2}{a_{t_a}^2 g_{t_a}^2(L, z) + a_d^2}\right] \exp[-2\alpha z], \quad (27)$$

где

$$g_{t_a}^2(z) = \left(1 - \frac{z}{f_{t_a}} \right)^2 + \frac{z^2}{k^2 a_{t_a}^4} + \frac{z^2}{k^2 a_{t_a}^2 c_{t_a}^2}.$$

Уровень шумового сигнала, сформированного излучением, рассеянным на частицах аэрозоля, расположенных вдоль всей трассы распространения лазерного пучка, что соответствует непрерывному лазерному излучению, рассчитывается прямым интегрированием:

$$P_a = \int_0^{\infty} P_a^{dz}(z). \quad (28)$$

Отметим, что выражения (25)–(28) — это точное решение задачи определения шумового сигнала, сформированного рассеянным аэрозодем излучением, в безаберрационном приближении.

1.3. Приближение далеко расположенного диффузного объекта неограниченного поперечного размера

Отражение от диффузной поверхности объекта

Рассмотрим случай, когда размер наблюдаемого объекта много больше размера падающего на него пучка ($a_{obj} \gg a(L) = a_0 g(L)$), а радиус когерентности излучения, диффузно рассеянного поверхностью объекта, много меньше и радиуса пучка ($c_{sc} \ll a(L)$) и радиуса когерентности излучения, упавшего на объект ($c_{sc} \ll c(L) = c_0 g(L)$). В данном случае $c_{\psi_0} = c_{sc}/\sqrt{2}$, а функция уширения для рассеянного объектом излучения, распространяющегося от объекта до приемника, для $z \gg c_{sc}$ преобразуется к виду

$$g_{\psi_0}^2(z) = \frac{2z^2}{k^2 a_0^2 g^2(L) c_{sc}^2}. \quad (29)$$

Далее нетрудно показать, что для расстояния до объекта L , много большего поперечных размеров линзы приемного телескопа a_t и радиуса лазерного

пучка $a(L)$, интенсивность рассеянного диффузным объектом излучения в плоскости приемной апертуры $z = 0$ является однородной:

$$I_{\psi_0}(z = 0, \mathbf{R}) = \frac{R_{\text{obj}} k^2 c_{\text{sc}}^2 P}{2\pi L^2}, \quad (30)$$

где $P = \int_{-\infty}^{\infty} I(z = 0, \mathbf{R}) d\mathbf{R} = \pi a_0^2 I_0$ — это мощность лазерного пучка.

Определим физический смысл коэффициента $\frac{R_{\text{obj}} k^2 c_{\text{sc}}^2}{2\pi}$ в выражении (30). При сделанных выше предположениях $a_{\text{obj}} \gg a(L)$, $c_{\text{sc}} \ll a(L)$ и $c_{\text{sc}} \ll c(L)$ выражение (13) для функции когерентности излучения, отраженного от диффузной поверхности объекта, можно записать как

$$\Gamma_{\psi_0}(z = L, \mathbf{R}, \rho) = \frac{R_{\text{obj}} I_0}{g^2(L)} \times \exp \left[-\frac{\mathbf{R}^2}{a_0^2 g^2(L)} - \frac{\rho^2}{2c_{\text{sc}}^2} - ik \frac{\mathbf{R}\rho}{g(L)/g'(L)} \right]. \quad (31)$$

Выполняя преобразование Фурье, получим выражение для функции яркости:

$$J(z = L, \mathbf{R}, \theta) = \frac{R_{\text{obj}} I_0}{g^2(L)} \exp \left[-\frac{\mathbf{R}^2}{a_0^2 g^2(L)} \right] \times \frac{k^2 c_{\text{sc}}^2}{2\pi} \exp \left[-\frac{(\mathbf{R}g'(L)/g(L) + \theta)^2 k^2 c_{\text{sc}}^2}{2} \right]. \quad (32)$$

Введем параметр $\theta_{\text{sc}} = \sigma_{\xi}/l_{\xi} = (kc_{\text{sc}})^{-1}$, соответствующий дифракционному углу для поперечного масштаба, равного радиусу когерентности c_{sc} , и представляющий собой угол, в который происходит рассеяние когерентного излучения после отражения от шероховатой поверхности объекта. Очевидно, что в пределах радиуса пучка $|\mathbf{R}| \leq a(L)$ для расстояний до объекта $L \gg a(L)$ и радиуса когерентности излучения $c_{\text{sc}} \ll a(L)$ (или $\theta_{\text{sc}} \gg \frac{1}{ka(L)}$) смещением луча максимальной яркости от оптической оси на угол $\mathbf{R}g'(L)/g(L)$ можно пренебречь:

$$\left(\exp \left[-\frac{(\mathbf{R}g'(L)/g(L) + \theta)^2}{2\theta_{\text{sc}}^2} \right] \approx \exp \left[-\frac{\theta^2}{2\theta_{\text{sc}}^2} \right] \right).$$

При этом выражение (32) преобразуется к виду

$$J(z = L, \mathbf{R}, \theta) = I(L, \mathbf{R}) \frac{R_{\text{obj}}}{2\pi\theta_{\text{sc}}^2} \exp \left[-\frac{\theta^2}{2\theta_{\text{sc}}^2} \right]. \quad (33)$$

Используя определение функции яркости излучения в направлении, обратном направлению распространения излучения $\theta = 0$:

$$J(z = L, \mathbf{R}, \theta = 0) = R_{\pi} I(L, \mathbf{R}), \quad (34)$$

получаем, что коэффициент $\frac{R_{\text{obj}} k^2 c_{\text{sc}}^2}{2\pi}$ в выражении (30) — это коэффициент обратного рассеяния единицы площади шероховатой поверхности R_{π} , и в плоскости приемной линзы интенсивность излучения на оптической оси I_{to} определяется следующим образом:

$$I_{\text{to}} = I_{\psi_0}(z = 0) = R_{\pi} \frac{P}{L^2}. \quad (35)$$

Радиус когерентности диффузно отраженного от объекта (расположенного в плоскости $z = L$) излучения в плоскости приемной линзы ($z = 0$), определяющийся выражением (18) ($c_{\text{to}} = c_{\psi_0} g_{\psi_0}(L)$), при использовании (29) запишется как

$$c_{\text{to}}^2 = \frac{L^2}{k^2 a^2(L)}, \quad (36)$$

что совпадает со следствием теоремы Ван Циттерта—Цернике [7].

Также из выражения (29) при сделанных выше предположениях ($a_{\text{obj}} \gg a(L)$, $c_{\text{sc}} \ll a(L)$ и $c_{\text{sc}} \ll c(L)$) для величины a_t порядка a_0 следует, что

$$a_{\psi_0}^2 g_{\psi}^2(L) = 2L^2 \theta_{\text{sc}}^2 \gg a_t^2, \quad \frac{g'_{\psi}(L)}{g_{\psi}(L)} = \frac{1}{L} \ll \frac{1}{f_t}.$$

Тогда очевидно, что

$$a_{\text{to}} = a_t, \quad f_{\text{to}} = f_t. \quad (37)$$

В данном случае с учетом ослабления излучения выражение (21) для локационного сигнала, отраженного от отдаленного объекта неограниченного поперечного размера, примет вид

$$P_s = \frac{\pi R_{\pi} P}{L^2} \frac{a_t^2 a_d^2}{a_t^2 g_t^2(L) + a_d^2} \exp \left[-\frac{x_d^2}{a_t^2 g_t^2(L) + a_d^2} \right] \exp[-2\alpha L], \quad (38)$$

где

$$g_t^2(z) = \left(1 - \frac{z}{f_t} \right)^2 + \frac{z^2}{k^2 a_t^4} + \frac{z^2 a^2(L)}{a_t^2 L^2}.$$

Нетрудно показать, что в случае, когда на фотодетектор падает все сфокусированное линзой излучение, т.е. при $a_d \gg a_t g_t(l)$ и $a_d \gg x_d$, выражение для локационного сигнала еще проще:

$$P_s = \frac{R_{\pi} P S}{L^2} \exp[-2\alpha L] \quad (39)$$

($S = \pi a_t^2$ — площадь апертуры приемного телескопа).

Таким образом, в условиях, удовлетворяющих сделанным в данном подразделе приближениям, выражение (39) позволяет получить оценку отклика детектора на отраженное излучение от диффузной поверхности далеко расположенного объекта, поперечный размер которого существенно больше размера упавшего на него пучка.

Как было показано в подразделе 1.2, излучение, отраженное от бесконечно тонкого аэрозольного слоя, по своим свойствам близко к излучению, отраженному от шероховатой поверхности протяженного объекта. В данном случае величина θ_{sc} соответствует ширине диаграммы направленности аэрозольного рассеяния назад θ_b , а коэффициент обратного рассеяния единицей площади шероховатой поверхности объекта R_π равен произведению объемного коэффициента обратного рассеяния аэрозоля β_π на толщину слоя dz .

С учетом ослабления излучения в атмосфере вклад аэрозольного слоя толщиной dz , расположенного на расстоянии $z \gg a(z)$ от приемопередающей системы, в суммарный сигнал запишется, по аналогии с выражением (38), как

$$P_a^{dz}(z) = \frac{\pi\beta_\pi P dz}{z^2} \frac{a_t^2 a_d^2}{a_t^2 g_{ta}^2(l, z) + a_d^2} \times \exp\left[-\frac{x_d^2}{a_t^2 g_{ta}^2(l, z) + a_d^2}\right] \exp[-2\alpha z], \quad (40)$$

где

$$g_{ta}^2(l, z) = \left(1 - \frac{l}{f_t}\right)^2 + \frac{l^2}{k^2 a_t^4} + \frac{l^2 a^2(z)}{a_t^2 z^2}.$$

Очевидно, что в случае, когда на фотодетектор падает все сфокусированное линзой излучение ($a_d \gg a_t g_t(l)$ и $a_d \gg x_d$), выражение для шумового сигнала от бесконечно тонкого слоя (40) совпадает с известным уравнением оптической локации (лидарным уравнением), полученным в приближении однократного рассеяния [14]:

$$P_a^{dz}(z) = \frac{\beta_\pi P S_t dz}{z^2} \exp[-2\alpha z]. \quad (41)$$

Однако можно отметить, что данное приближенное выражение (41) характеризуется расходимостью при $z \rightarrow 0$, в то время как в выражении (40) отсутствует характерная для уравнения оптической локации неопределенность $P_a^{dz}(z) \rightarrow \infty$, возникающая при расчете сигнала от аэрозольного слоя, прилегающего к приемопередающей системе. В данном подходе

$$P_a^{dz}(z) \xrightarrow{z \rightarrow 0} \pi\beta_\pi P dz \frac{a_t^2 a_d^2}{l^2 a_0^2}. \quad (42)$$

Заметим, что широко используемый подход, на основе которого получены выражения (38) и (40), применим к расстояниям до объекта (в данном случае аэрозольного слоя) $z \gg a(z)$. Несмотря на отсутствие расходимости выражения (40) при $z \rightarrow 0$ очевидно, что для близлежащих аэрозольных слоев оно будет иметь погрешность, связанную с неучетом ширины индикатрисы рассеяния (23).

2. Результаты расчетов и обсуждение

2.1. Применимость приближенных решений

Сравнивая решения (40) и (41), полученные в широко используемых приближениях, с решениями в рамках строгого подхода (27), можно определить область применимости данных приближений для задачи локации объектов импульсным излучением. На рис. 2 представлена зависимость вклада аэрозольного слоя толщиной dz , расположенного на расстоянии z от приемопередающей системы, в суммарный сигнал; вклад рассчитан с помощью приближенных выражений (40) и (41), а также строгого подхода на основе выражения (27) с использованием (25), (26), выражений для соответствующих функций уширения $g(z)$, $g_{wa}(z)$ и $g_{ta}(z)$ и индикатрисы рассеяния аэрозольным слоем в обратную полусферу (23).

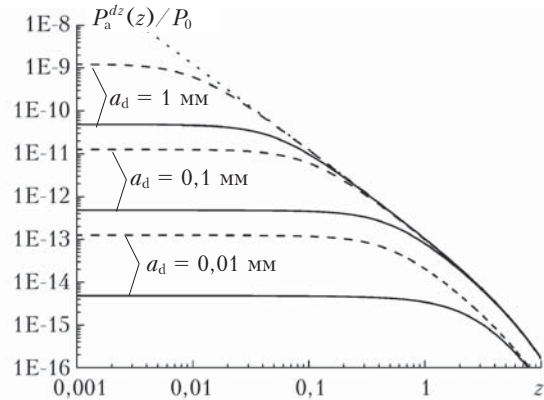


Рис. 2. Зависимость величины $P_a^{dz}(z)$ от расстояния до аэрозольного слоя, рассчитанной на основе приближенных выражений (40) (штриховая линия) и (41) (точки), а также строгого подхода (27) (сплошная линия). Лазерный пучок – когерентный и коллимированный радиусом $a_0 = 1$ см; длина волны $\lambda = 1,064$ мкм; радиус апертуры приемного телескопа $a_t = 5$ см; детектор радиусом a_d расположен в плоскости фокуса $f_t = 1$ м; коэффициент ослабления $\alpha = 0,1$ км⁻¹; $\beta_\pi = \alpha/(2\pi)$; $\theta_b = 20^\circ$

Видно, что для большого размера чувствительного элемента фотодетектора ($a_d = 1$ мм), существенно превышающего дифракционный размер для данного приемного телескопа ($f/(ka_t) = 3,4$ мкм), оба приближения дают хорошее совпадение с точным решением для расстояний от приемопередающей системы более 100 м. Уменьшение фотодетектора до размеров, соизмеримых с дифракционным, приводит к большому отклонению приближенных решений от точного. При этом пренебрежение шириной индикатрисы рассеяния аэрозоля приводит к существенному завышению значений суммарной мощности P_a из-за того, что основной вклад в интеграл (28) практически всегда вносят близлежащие слои аэрозоля. В связи с этим можно заключить, что для оценки шумового сигнала, сформированного обратнорассеянным излучением непрерывного

лазерного пучка, необходимо учитывать ширину индикатрисы рассеяния независимо от размеров фотодетектора.

2.2. Соотношение полезного и шумового сигналов при подсветке удаленных объектов непрерывным лазерным излучением

Одним из применений представленного выше аналитического метода может быть оценка полезного и шумового сигналов при лазерном сопровождении (подсветке) удаленных объектов в различных атмосферных условиях. На рис. 3 показана зависимость отраженного от объекта сигнала P_s , рассчитанного с помощью выражения (21), а также паразитной засветки P_a , рассчитанной на основе (28) с использованием строгого (27) и приближенного (40) подходов, от расстояния до наблюдаемого объекта.

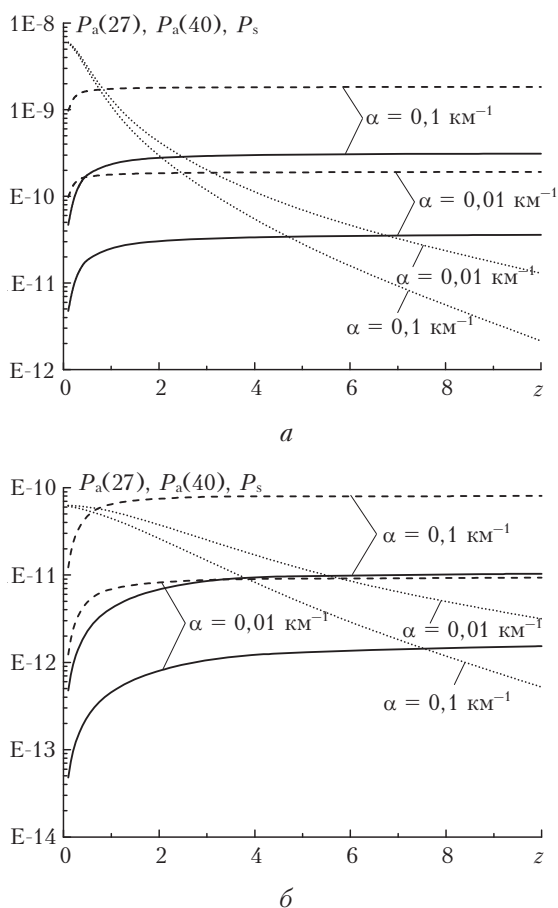


Рис. 3. Зависимость полезного P_s (точки) и шумового P_a (сплошная линия соответствует выражению (27), штриховая – (40)) сигналов от расстояния до наблюдаемого объекта при подсветке объекта непрерывным лазерным излучением. Объект полностью перекрывает лазерный пучок ($a_{\text{obj}} \gg a(z)$); $R_{\pi} = 1/(2\pi)$, $\theta_{\text{sc}} = 20^\circ$; размер детектора $a_d = 100$ (а), 10 мкм (б); коэффициент ослабления $\alpha = 0,01$ и $0,1 \text{ км}^{-1}$; остальные параметры аналогичны рис. 2)

Видно, что принимаемая мощность излучения, отраженного от шероховатой поверхности объекта, уменьшается с ростом дистанции до объекта. Повышение уровня паразитной засветки с расстоянием до объекта связано с увеличением объема рассеивающей среды. При этом уменьшение размера детектора в плоскости фокуса приемного телескопа позволяет увеличить отношение P_s/P_a (см. рис. 3). Можно также отметить, что значение мощности паразитной засветки P_a при использовании приближенного выражения (40) практически на порядок больше, чем при использовании строгого подхода (27). Такое завышение шумовой составляющей локационного сигнала говорит о невозможности применения приближения отдаленного объекта для данного класса задач.

Заключение

Использование приближений гауссова вида распределений поля частично когерентного лазерного пучка, коэффициента диффузного отражения от объекта, индикатрисы рассеяния атмосферой и функции пропускания приемной апертуры позволило получить простые аналитические выражения для полезного сигнала, отраженного от шероховатой поверхности наблюдаемого объекта, и шумовой составляющей, сформированной рассеянным излучением. Показано, что в приближении полного углового перекрытия приемной оптической системой лазерного пучка данные аналитические решения трансформируются в известное уравнение лазерной локации. Выполнено сравнение строгого подхода для расчета мощности принимаемого излучения с широко применяемым приближением отдаленного объекта (аэрозольного слоя), когда не учитывается ширина индикатрисы рассеяния излучения в обратную полусферу. Показано, что для оценки отношения сигнала к шуму в задаче лазерного сопровождения объектов данное приближение характеризуется существенной погрешностью.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ по поддержке ведущих научных школ НШ-8199.2016.5.

1. Воронцов М.А., Шмальгаузен В.И. Принципы адаптивной оптики. М.: Наука, 1985. 336 с.
2. Лукин В.П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 248 с.
3. Банах В.А., Жмылевский В.В., Игнатьев А.Б., Морозов В.В., Смалыхо И.Н. Компенсация искажений волнового фронта частично когерентного лазерного пучка по обратному атмосферному рассеянию // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 7. С. 549–554; Banakh V.A., Zhmylevskii V.V., Ignat'ev A.B., Morozov V.V., Smalikhov I.N. Compensation for distortions of the wavefront of a partially coherent laser beam by atmospheric backscattering // Atmos. Ocean. Opt. 2011. V. 24, N 6. P. 515–520.
4. Банах В.А., Жмылевский В.В., Игнатьев А.Б., Морозов В.В., Цвык Р.Ш., Шестернин А.Н. Подавление начальных искажений лазерного пучка при использовании рассеянного на экране излучения для

- управления гибким зеркалом // Оптика атмосфер и океана. 2013. Т. 26, № 12. С. 1023–1028.
5. *Банах В.А., Жмылевский В.В., Игнатьев А.Б., Морозов В.В., Смалихо И.Н., Цвык Р.Ш., Шестернин А.Н.* Управление начальным волновым фронтом оптического пучка по сигналу обратного атмосферного рассеяния при несоосном приеме рассеянного излучения // Оптика атмосфер и океана. 2014. Т. 27, № 11. С. 962–969.
 6. *Малашко Я.И., Хабибулин В.М.* Особенности формирования сигнала управления адаптивной системой, использующего обратное рассеяние лазерного излучения в атмосфере // Автометрия. 2012. № 2. С. 112–118.
 7. *Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И.* Введение в статистическую радиофизику. Часть II. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 463 с.
 8. *Зуев В.Е., Кабанов М.В.* Современные проблемы атмосферной оптики. Т. 4. Оптика атмосферного аэрозоля. Л.: Гидрометеиздат, 1987. 254 с.
 9. *Гурвич А.С., Куликов В.А.* Диагностика короткоживущих аэрозольных скоплений при помощи самолетных лидаров // Оптика атмосфер и океана. 2016. Т. 29, № 4. С. 263–267; *Gurvich A.S., Kulikov V.A.* Airborne lidar sounding of short-lived aerosol clusters // Atmos. Ocean. Opt. 2016. V. 29, N 5. P. 410–414.
 10. *Банах В.А., Разенков И.А., Смалихо И.Н.* Аэрозольный лидар для исследования усиления обратного атмосферного рассеяния. I. Компьютерное моделирование // Оптика атмосфер и океана. 2015. Т. 28, № 1. С. 5–11.
 11. *Dudorov V.V., Vorontsov M.A., Lachinova S.L., Cunningham S.* Numerical techniques for analysis of joint impact of atmospheric turbulence and aerosol scattering effects on imaging systems // Proc. SPIE. 2016. V. 9982. CID: 99820D.
 12. *Креков Г.М., Кавкянов С.И., Крекова М.М.* Интерпретация сигналов оптического зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1987. 185 с.
 13. *Веретенников В.В.* Геометрический фактор лидара в малоугловом приближении // Оптика атмосфер и океана. 1998. Т. 11, № 9. С. 1002–1007.
 14. *Межерис Р.* Лазерное дистанционное зондирование. М.: Мир, 1987. 550 с.

V.V. Dudorov, V.V. Kolosov. Analytical estimation of location signals from a rough surface in an aerosol medium.

Analytical equations are derived for the useful signal reflected from the rough surface of an object and the noise signal scattered (in the single-scattering approximation) by aerosol, which is between the transmitting-receiving system and the object, in the approximation of Gaussian distributions of the field of a partially coherent laser beam, coefficient of diffusion reflection from the object, phase scattering function of the atmosphere, and the receiving aperture transmission function. The ratio of these signals is calculated as a function of the distance to the object.