

**ЗАДАЧА ОБ АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЕ,
ОСЛАБЛЕННОЙ КРИВОЛИНЕЙНЫМИ ТРЕЩИНАМИ
И УСИЛЕННОЙ РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ**

В. Н. МАКСИМЕНКО
(Новосибирск)

Краевые задачи для изотропной плоскости с криволинейными разрезами рассматривались ранее (см., например, [1—3]). Обобщение на случай анизотропии дано в [4, 5].

Для уменьшения возможности начала разрушения и предотвращения распространения трещины широко применяется усиление элементов конструкций ребрами жесткости. Задача о влиянии ребер на распределение напряжений в изотропной пластине с прямолинейными трещинами рассматривалась в работах [6—12].

В данной работе строится общая система интегральных уравнений для упругой анизотропной пластины, ослабленной конечным числом криволинейных разрезов, нагруженных по берегам самоуравновешенными внешними усилиями, и подкрепленной конечным числом ребер, и предлагается прямой алгоритм численного решения.

1. Рассмотрим задачу о напряженно-деформированном состоянии бесконечной анизотропной пластины, ослабленной сквозными криволинейными разрезами L_j ($j = \overline{1, k}$), каждый из которых является гладкой дугой, и усиленной вдоль прямолинейных отрезков l_s ($s = \overline{1, m}$) ребрами жесткости. Обозначим $L = \bigcup_{j=1}^k L_j$, $l = \bigcup_{s=1}^m l_s$. Нормаль n направим вправо при положительном направлении обхода линии L , l (фиг. 1).

Пластина подвержена на бесконечности равномерному растяжению σ_x^∞ , σ_y^∞ и сдвигу τ_{xy}^∞ . На берегах разрезов задана самоуравновешенная непрерывная нагрузка $X_n^\pm(t) + iY_n^\pm(t) \in H^*$ ($t = x + iy \in L$, плюс относится к левому берегу разреза L_j). Ребро l_s нагружено на конце z^{0s} силой P_s , направление которой противоположно вектору $e^{i\theta_s}$.

Будем предполагать, что размер поперечного сечения ребра и толщина пластины h малы в сравнении с длиной скрепленного участка; пластина находится в обобщенном плоском напряженном состоянии; ребро непрерывно присоединено к пластине и работает как одномерный упругий континуум.

Обозначим через $r(t) = \{r_s(t) | t \in l_s\}$ контактные усилия, возникающие в пластине от ребра и будем рассматривать $r(t)$ как объемные силы в пластине (положительное направление для $r_s(t)$ совпадает с направлением силы P_s).

Требуется найти две аналитические функции $\Phi_\nu(z_\nu)$, ограниченные на бесконечности и удовлетворяющие краевым условиям [13, 14]

$$(1.1) \quad a(\psi) \Phi_1^+(t_1) + b(\psi) \Phi_1^-(t_1) + \Phi_2^+(t_2) = F^\pm(t),$$

$$a(\psi) = \frac{\mu_1 - \bar{\mu}_2}{\mu_2 - \bar{\mu}_2} \frac{\mu_1 \cos \psi - \sin \psi}{\mu_2 \cos \psi - \sin \psi}, \quad b(\psi) = \frac{\bar{\mu}_1 - \bar{\mu}_2}{\mu_2 - \bar{\mu}_2} \frac{\bar{\mu}_1 \cos \psi - \sin \psi}{\mu_2 \cos \psi - \sin \psi},$$

$$F(t) = \pm \frac{X_n^\pm(t) + \bar{\mu}_2 Y_n^\pm(t)}{(\mu_2 - \bar{\mu}_2)(\mu_2 \cos \psi - \sin \psi)}, \quad t \in L;$$

$$(1.2) \quad h(\tau_n^- - \tau_n^+) \Rightarrow r(t), \quad \sigma_n^+ = \sigma_n^-, \quad u^+ = u^-, \quad v^+ = v^-, \quad t \in l$$

и условию равенства деформаций пластины и ребра вдоль линии контакта $\varepsilon^+ = \varepsilon^- = \varepsilon_0$ ($t \in l_s$):

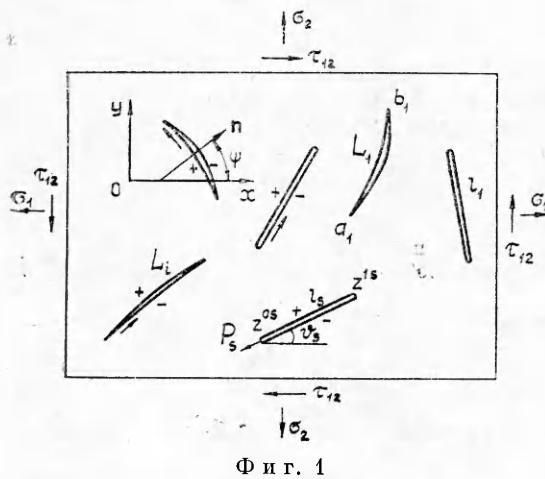
$$(1.3) \quad 2 \operatorname{Re} \left\{ \sum_{\nu=1}^2 S_\nu(\theta_s) \Phi_\nu^+(t_s) \right\} = \frac{1}{E_s F_s} \int_t^{t+1s} r_s(t) dl,$$

$$S_\nu(\theta) = p_\nu \cos^2 \theta + r_\nu \cos \theta \sin \theta + q_\nu \mu_\nu \sin^2 \theta,$$

$$p_\nu = a_{11} \mu_\nu^2 - a_{16} \mu_\nu + a_{12}, \quad q_\nu = a_{12} \mu_\nu + a_{22} \mu_\nu^{-1} - a_{26},$$

$$r_\nu = a_{16} \mu_\nu^2 + a_{26} - a_{66} \mu_\nu.$$

Здесь a_{ij} — коэффициенты закона Гука; μ_ν — соответствующие характеристические числа; ψ — угол между нормалью n в точке $t \in L$ и осью x ; $t_\nu = \operatorname{Re} t + \mu_\nu \operatorname{Im} t$; E_s ,



Ф и г. 1

F_s — модуль Юнга и площадь поперечного сечения s -го ребра; $\varepsilon \pm$, σ_n^\pm , τ_n^\pm — предельные значения слева и справа относительного удлинения по направлению l , нормального и касательного напряжения; ε_0 — деформация ребра.

2. Функции $\Phi_\nu(z_\nu)$, дающие решение краевой задачи (1.1), (1.2), ищем в виде

$$(2.1)$$

$$\Phi_\nu(z_\nu) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{A_\nu(t) r(t) dl}{t_\nu - z_\nu} + \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\omega_\nu(t) dt_\nu}{t_\nu - z_\nu} + B_\nu \quad (\nu = 1, 2),$$

где $A_\nu(t)$ определяются из системы уравнений ($t \in l_s$, $s = \overline{1, m}$)

$$(2.2) \quad \begin{aligned} A_1 + A_2 + \bar{A}_1 + \bar{A}_2 &= \sin \theta_s / h, \\ \mu_1 A_1 + \mu_2 A_2 + \bar{\mu}_1 \bar{A}_1 + \bar{\mu}_2 \bar{A}_2 &= -\cos \theta_s / h, \\ \mu_1^2 A_1 + \mu_2^2 A_2 + \bar{\mu}_1^2 \bar{A}_1 + \bar{\mu}_2^2 \bar{A}_2 &= \frac{-a_{16} \cos \theta_s - a_{13} \sin \theta_s}{a_{11} h}, \\ \frac{A_1}{\mu_1} + \frac{A_2}{\mu_2} + \frac{\bar{A}_1}{\bar{\mu}_1} + \frac{\bar{A}_2}{\bar{\mu}_2} &= \frac{a_{12} \cos \theta_s + a_{26} \sin \theta_s}{a_{22} h}. \end{aligned}$$

Комплексные функции $\omega_\nu(t) = \{\omega_{\nu j}(t) | t \in L_j, j = \overline{1, k}\}$ и контактные усилия взаимодействия $r(t)$ — основные неизвестные задачи. Постоянные B_ν определяются через значения σ_x^∞ , σ_y^∞ , τ_{xy}^∞ .

Так как первые интегралы в выражениях для $\Phi_\nu(z_\nu)$ из (2.1) дают решение для бесконечной пластины без разрезов, нагруженной сосредоточенными на l усилиями $r(t)$ [15], то функции $\Phi_\nu(z_\nu)$ с учетом (2.2) автоматически обеспечивают выполнение краевых условий (1.2).

Используя формулы Сохоцкого — Племяля и условия (1.1), (2.1), для $\Phi_\nu(z_\nu)$ получим ($t \in L$)

$$(2.3) \quad \omega_2(t) = F_1(t) - a(\psi)\omega_1(t) - b(\psi)\overline{\omega_1(t)};$$

$$(2.4) \quad a(\psi)\Phi_1(t_1) + b(\psi)\overline{\Phi_1(t_1)} + \Phi_2(t_2) = F_2(t_2)/2,$$

$$F_1(t) = F^+(t) - F^-(t), \quad F_2(t) = F^+(t) + F^-(t).$$

Подставляя выражение для $\omega_2(t)$ из (2.3) в (2.1), (2.4), имеем сингулярное интегральное уравнение ($\omega(t) = \omega_1(t)$)

$$(2.5) \quad \frac{1}{\pi i} \int_L \frac{\omega(\tau) d\tau_1}{\tau_1 - t_1} + \int_L k_1(t, \tau) \omega(\tau) dl + \int_L k_2(t, \tau) \overline{\omega(\tau)} dl + \int_L k_3(t, \tau) r(\tau) dl = f_1(t), \quad t \in L.$$

Второе интегральное уравнение получим, подставляя $\Phi_\nu(z_\nu)$ из (2.1) в (1.3) и заменяя $\omega_2(t)$ через $\omega_1(t)$ по формуле (2.3):

$$(2.6) \quad \text{Im} \left\{ \int_L \frac{f(t, \tau) r(\tau) dl}{\tau - t} + \int_L k_4(t, \tau) \omega(\tau) dl + \int_L k_5(t, \tau) \overline{\omega(\tau)} dl \right\} + \int_L k_6(t, \tau) r(\tau) dl = f_2(t), \quad t \in l_s.$$

Здесь $k_j(t, \tau)$ ($j = \overline{1, 6}$), $f_j(t)$ ($j = 1, 2$) — функции класса H^* на L и l , определяемые

Формулами ($\varphi = \varphi(\tau)$, $\psi = \psi(t)$)

$$(2.7) \quad \begin{aligned} k_1(t, \tau) &= \frac{1}{2\pi i} \left\{ \frac{d}{dl} \ln \frac{\bar{\tau}_2 - \bar{t}_2}{\tau_1 - t_1} + \frac{b(\varphi) - b(\psi)}{b(\psi)(\bar{\tau}_2 - \bar{t}_2)} \frac{d\bar{\tau}_2}{dl} \right\}, \\ k_2(t, \tau) &= \frac{1}{2\pi i} \left\{ \frac{a(\psi)}{b(\psi)} \frac{d}{dl} \ln \frac{\bar{\tau}_2 - \bar{t}_2}{\tau_1 - t_1} + \frac{a(\varphi) - a(\psi)}{(\bar{\tau}_2 - \bar{t}_2)b(\psi)} \frac{d\bar{\tau}_2}{dl} \right\}, \\ k_3(t, \tau) &= \frac{1}{2\pi i} \left\{ \frac{A_1(\tau)}{\tau_1 - t_1} - \frac{a(\psi)}{b(\psi)} \frac{A_1(\tau)}{\tau_1 - t_1} - \frac{A_2(\tau)}{b(\psi)(\bar{\tau}_2 - \bar{t}_2)} \right\}, \\ k_4(t, \tau) &= \frac{S_1(\vartheta)}{\tau_1 - t_1} \frac{d\tau_1}{dl} - \frac{a(\varphi) S_2(\vartheta)}{\tau_2 - t_2} \frac{d\tau_2}{dl}, \\ k_5(t, \tau) &= \frac{b(\varphi) S_2(\vartheta)(t - \tau)}{\tau_2 - t_2} \frac{d\tau_2}{dl}, \end{aligned}$$

$$k_6(t, \tau) = \frac{\pi}{E_s F_s} \begin{cases} -1, & \tau \in [t, z^{1s}], \\ 0, & \tau \in [z^{0s}, t], \end{cases}$$

$$f_1(t) = \frac{1}{2b(\psi)} \left\{ F_2(t) + \frac{1}{\pi i} \int_L \frac{F_1(\tau) d\bar{\tau}_2}{\bar{\tau}_2 - \bar{t}_2} \right\} - \frac{\sigma_x^\infty \cos \psi + \tau_{xy}^\infty (\mu_2 \cos \psi + \sin \psi) + \sigma_y^\infty \mu_2 \sin \psi}{(\mu_1 - \mu_2)(\mu_1 \cos \psi - \sin \psi)},$$

$$f_2(t) = -2\pi \operatorname{Re} \left\{ \sum_{v=1}^2 S_v(\vartheta) B_v \right\} - \operatorname{Im} \left\{ \int_L \frac{S_2(\vartheta) F_1(\tau) d\tau_2}{\tau_2 - t_2} \right\}.$$

К уравнениям (2.5), (2.6) следует присоединить дополнительные ограничения

$$(2.8) \quad \int_{l_s} r(t) dl = P_s \quad (s = \overline{1, m});$$

$$(2.9) \quad \int_{L_j} \omega(\tau) d\tau_i = \frac{2}{a_{11}\Delta} \left\{ \mu_1 \operatorname{Re} \left[p_2 \int_{L_j} F_1 d\tau_2 \right] - \operatorname{Re} \left[q_2 \int_{L_j} F_1 d\tau_2 \right] \right\},$$

$$\Delta = (\mu_1 - \mu_2)(\mu_1 - \bar{\mu}_2)(\mu_1 - \bar{\mu}_1),$$

которые следуют из условия равновесия ребра и однозначности смещений.

Система сингулярных интегральных уравнений (2.5), (2.6) совместно с дополнительными условиями (2.8), (2.9) дает однозначное решение постоянной задачи.

Если пластина ослаблена системой прямолинейных трещин, расположенных вдоль одной прямой, то уравнение (2.5) значительно упрощается:

$$\frac{1}{\pi i} \int_L \frac{\omega(\tau) d\tau_1}{\tau_1 - t_1} + \int_l k_3(t, \tau) r(\tau) dl = f_1(t), \quad t \in L.$$

Если ребра отсутствуют, (2.5), (2.9) переходят в уравнения работ [4, 5].

Осуществляя в (2.5), (2.9) предельный переход аналогично [4], получим соответствующие уравнения задачи для случая изотропной пластины.

3. Вводя замену переменных $r_s(t) = h\varphi_s(\beta)$, $t \in l_s$,

$$\omega_{vj}(t) = \chi_{vj}(\beta), \quad \chi_{1j}(\beta) = \varphi_{2j-1+m}(\beta) + i\varphi_{2j+m}(\beta), \quad t \in L_j, \quad -1 < \beta < 1,$$

$$j = \overline{1, k}, \quad s = \overline{1, m},$$

получим после некоторых преобразований (2.5)–(2.7) систему сингулярных интегральных уравнений

$$\sum_{j=1}^{2k+m} \int_{-1}^1 \left\{ \frac{f_{lj}(\beta_0, \beta)}{\beta - \beta_0} + k_{lj}(\beta_0, \beta) \right\} \varphi_j(\beta) d\beta = N_l(\beta_0),$$

а дополнительные условия (2.8), (2.9) примут вид

$$\sum_{j=1}^{2k+m} \int_{-1}^1 \gamma_{lj}(\beta) \varphi_j(\beta) d\beta = C_l \quad (l = \overline{1, 2k+m}),$$

где общий вид f_{lj} , k_{lj} , γ_{lj} не приводим ввиду громоздкости.

Отметим, что если пластина подвержена на бесконечности равномерному растяжению и сдвигу, подкреплена вдоль отрезков $l_s = \{t^s(\beta) = x_s + iy_s + \rho(\beta + 1)/2 \mid -1 < \beta < 1\}$ ребрами жесткости и ослаблена вдоль дуги $L = \{t(\beta) = x(\beta) + iy(\beta) \mid -1 < \beta < 1\}$ разрезом, свободным от внешних усилий, то $k = 1$, $m = 2$ и

$$f_{jj}(\beta_0, \beta) = 1 \quad (j = 1, 2), \quad f_{12} = f_{21} = f_{14} = f_{13} = f_{23} = f_{24} = 0,$$

$$f_{33} = f_{44}, \quad f_{34} = -f_{43}, \quad f_{lj} = 0 \quad (l = 3, 4, j = 1, 2),$$

$$f_{33}(\beta_0, \beta) + if_{43}(\beta_0, \beta) = \frac{2t'_1(\beta)(\beta - \beta_0)}{t_1(\beta) - t_1(\beta_0)},$$

$$A = \text{Im} \left\{ \sum_{v=1}^2 p_v A_v \right\}, \quad k_{ll}(\beta_0, \beta) = \frac{\pi \rho h}{2E_l F_l A} \begin{cases} 0, & \beta < \beta_0, \\ -1, & \beta > \beta_0, \end{cases} \quad l = 1, 2,$$

$$k_{lj}(\beta_0, \beta) = \frac{1}{A} \text{Im} \left\{ \sum_{v=1}^2 \frac{p_v A_v \rho}{t_v^j(\beta) - t_v^j(\beta_0)} \right\} \quad (l \neq j, l, j = 1, 2),$$

$$k_{i3}(\beta_0, \beta) = \frac{1}{A} \text{Im} \left\{ \frac{p_1 t'_1(\beta)}{t_1(\beta) - t_1(\beta_0)} - \frac{p_2 [a(\psi) + b(\psi)] t'_2(\beta)}{t_2(\beta) - t_2(\beta_0)} \right\} \quad (l = 1, 2),$$

$$k_{l4}(\beta_0, \beta) = \frac{1}{A} \text{Re} \left\{ \frac{p_1 t'_1(\beta)}{t_1(\beta) - t_1(\beta_0)} - \frac{p_2 [a(\psi) - b(\psi)] t'_2(\beta)}{t_2(\beta) - t_2(\beta_0)} \right\} \quad (l = 1, 2),$$

$$k_{3j}(\beta_0, \beta) + ik_{4j}(\beta_0, \beta) = K_{3j}(\beta_0, \beta) \quad (j = 1, 2),$$

$$K_{3j}(\beta_0, \beta) = \frac{\rho}{2} \left\{ \frac{A_1}{t_1^j(\beta) - t_1(\beta_0)} - \frac{\overline{a(\psi_0)}}{b(\psi_0)} \frac{\overline{A_1}}{t_1^j(\beta) - t_1(\beta_0)} - \frac{\overline{A_2}}{b(\psi_0) [t_2^j(\beta) - t_2(\beta_0)]} \right\},$$

$$t_v^j(\beta) = x_j + \mu_v y_j + \frac{\rho + 1}{2} \rho \quad (j = 1, 2), \quad \text{tg } \psi = -\frac{x'(\beta)}{y'(\beta)},$$

$$C_k = 0 \quad (k = \overline{1, 4}), \quad \gamma_{11} = \gamma_{22} = 1, \quad \gamma_{33} = \gamma_{44},$$

$$\gamma_{jl} = \gamma_{lj} = \gamma_{l2} = \gamma_{2l} = 0 \quad (j = \overline{2, 4}, l = \overline{3, 4}),$$

$$\gamma_{34} = -\gamma_{43}, \quad \gamma_{33}(\beta) + i\gamma_{43}(\beta) = t'_1(\beta),$$

$$N_l(\beta_0) = -\frac{\pi}{A\rho} (a_{11}\sigma_x^\infty + a_{12}\sigma_y^\infty + a_{16}\tau_{xy}^\infty) \quad (l = 1, 2),$$

$$N_3(\beta_0) + iN_4(\beta_0) = \frac{2\pi i \{ \sigma_x^\infty \cos \psi_0 + \tau_{xy}^\infty (\mu_2 \cos \psi_0 + \sin \psi_0) + \sigma_y^\infty \mu_2 \sin \psi_0 \}}{(\mu_2 - \mu_1)(\mu_1 \cos \psi_0 - \sin \psi_0)}.$$

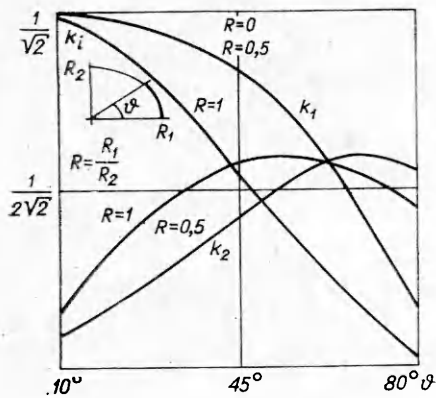
Как известно [16], искомые функции имеют вид $\varphi_l(\beta) = \varphi_l^0(\beta)(1 - \beta^2)^{-1/2}$. Используя квадратурные формулы для сингулярных интегралов [14, 17], уравнения (2.5), (2.6) можно записать в виде

$$(3.1) \quad \frac{\pi}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^{2k+m} \left\{ \frac{f_{ln}(x_j, t_i)}{t_i - x_j} + k_{ln}(x_j, t_i) \right\} \varphi_n^0(t_i) = N_l(x_j),$$

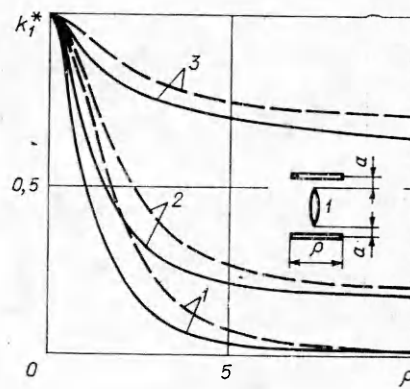
$$x_j = \cos \frac{\pi}{N} j, \quad t_i = \cos \frac{2i-1}{2N} \pi, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, N-1}, \quad l, n = \overline{1, 2k+m},$$

а дополнительные условия (2.8), (2.9) имеют вид

$$(3.2) \quad \frac{\pi}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^{2k+m} \gamma_{ln}(t_i) \varphi_n^0(t_i) = C_l, \quad l, n = \overline{1, 2k+m}, \quad i = \overline{1, N}.$$



Ф и г. 2



Ф и г. 3

Система (3.1), (3.2) дает $(2k + m)N$ линейных алгебраических уравнений относительно приближенных значений искомых функций $\Phi_j^y(\beta)$ в чебышевских узлах $\beta = t_i$ ($i = \overline{1, N}$).

Зная решения (2.5), (2.6), асимптотические значения напряжений в окрестности концов трещин L_j находим по формулам

$$(3.3) \quad (-1)^{k+2} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{v=1}^2 \mu_v^k \Phi_v(z_v) \right\} = \begin{cases} \sigma_x, & k=2, \\ \tau_{xy}, & k=1, \\ \sigma_y, & k=0, \end{cases}$$

$$\Phi_v(z_v) \approx \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{\chi_{vj}^0(\mp 1) \sqrt{\pm t'_v(\mp 1)}}{\sqrt{z_v - c_v}} \quad (j = \overline{1, k}),$$

где верхний знак берется при $c = a_j$, нижний при $c = b_j$; $\chi_{vj}^0(\beta) = \chi_{vj}(\beta) (1 - \beta^2)^{1/2}$ [16]. Значение $\chi_{vj}^0(\mp 1)$ в (3.3) определяется через $\chi_{vj}^2(\mp 1)$ по формуле (2.3).

4. Ниже приводятся результаты расчетов для пластины из ортотропного материала (параметры анизотропии: $E_1/E_2 = 3$, $E_1/G = 6,24$, $\nu_1 = 0,25$), ослабленной по отрезку дуги эллипса $L = \left\{ R_1 \cos \frac{\beta+1}{2} \vartheta + i R_2 \sin \frac{\beta+1}{2} \vartheta \mid -1 < \beta < 1 \right\}$ разрезом, свободным от внешних усилий, и подкрепленной вдоль отрезков l_s , параллельных оси x , длины ρ ребрами жесткости постоянного поперечного сечения F_0 с модулем Юнга E_0 ($L \cap l_s = \emptyset$). Рассматривается случай равномерного растяжения на бесконечности вдоль оси x ($\sigma_x^\infty = 1$, $\sigma_y^\infty = \tau_{xy}^\infty = 0$). Предполагается, что главное направление анизотропии E_1 образует угол φ с осью x .

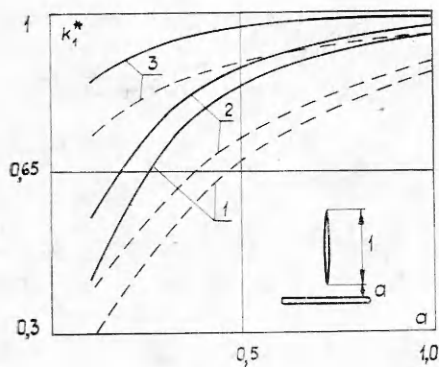
На фиг. 2 представлены графики коэффициентов интенсивности соответственно для отрыва и сдвига:

$$k_1 = \lim_{t \rightarrow c} \sigma_n \sqrt{\frac{r}{l}}, \quad k_2 = \lim_{t \rightarrow c} \tau_n \sqrt{\frac{r}{l}}, \quad r = |t - c|$$

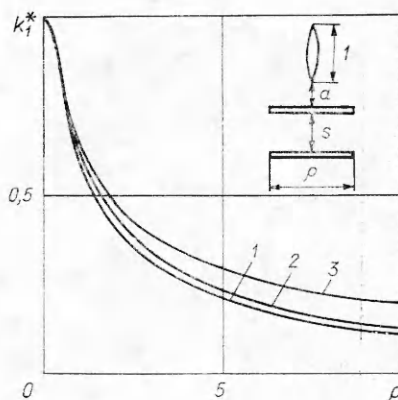
(нисходящие и восходящие кривые) в верхнем конце трещины как функции угла ϑ для различных отношений полуосей эллипса $R = R_1/R_2$. Здесь l — полудлина трещины; c — вершина трещины; t — точка, лежащая на продолжении трещины за конец c . Горизонтальная прямая соответствует значению k_1 в концах прямолинейной трещины ($R = 0$). Ребра отсутствуют.

На фиг. 3—5 приводятся результаты расчетов, иллюстрирующие влияние геометрических и жесткостных параметров конструкции на величину поправочного коэффициента $k_1^* = k_1/k_{1,\infty}$ ($k_{1,\infty}$ — коэффициент интенсивности для пластины без ребер, ослабленной одной прямолинейной трещиной).

a \ U	1,0		0,1	
	N=10	N=20	N=10	N=20
0	0,65601	0,65601	0,23613	0,23062
1	0,66838	0,66835	0,33637	0,33001
10	0,69466	0,69464	0,58037	0,57573



Ф и г. 4



Ф и г. 5

Фиг. 3 иллюстрирует зависимость k_1^* от длины ребра ρ для случая симметрично подкрепленных ребер. Здесь $\varphi = 0$; $U = 0, 1, 10$ (линии 1—3 соответственно, $U = E_1 \rho h (E_0 F_0)^{-1}$ — относительная жесткость ребра), сплошные линии соответствуют случаю $a = 0,4$; штриховые $a = 0,2$.

На фиг. 4 приводятся графики k_1^* на нижнем конце трещины в зависимости от a для случая $\rho = 2$, $U = 0, 1, 10$ (линии 1—3 соответственно). Сплошные линии соответствуют случаю $\varphi = 0$, а штриховые $\varphi = \pi/2$.

Зависимость k_1^* на ближнем к ребру конце трещины от длины ребра ρ для случая $s = 0,1; 0,5; \infty$ показана на фиг. 5 (кривые 1—3 соответственно), где $\varphi = 0$, $a = 0,1$.

Результаты расчетов показали хорошую сходимость алгоритма. В таблице приводятся для сравнения значения k_1 в пластине, ослабленной прямолинейной трещиной и подкрепленной симметрично расположенными ребрами жесткости (см. фиг. 3), при $\varphi = 0$, $\rho = 2$ для случая, когда в системе (3.1), (3.2) полагалось $N = 10, 20$. С уменьшением a и увеличением U точность несколько понижается.

Результаты расчетов для пластины с прямолинейной трещиной в случае предельного перехода к изотропному материалу хорошо согласуются с данными работ [7, 11].

Поступила 9 III 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольдштейн Р. В., Салганик Р. К. Плоская задача о криволинейных трещинах в другом теле. — Изв. АН СССР. МТТ, 1970, № 3.
2. Гольдштейн Р. В., Савова Л. Н. Об определении раскрытия и коэффициентов интенсивности напряжений для гладкой криволинейной трещины в упругой плоскости. — Изв. АН СССР. МТТ, 1972, № 2.
3. Линьков А. М. Интегральные уравнения теории упругости для плоскости с разрезами, нагруженными уравновешенными системами сил. — ДАН СССР, 1974, т. 218, № 6.
4. Фильштинский Л. А. Упругое равновесие плоской анизотропной среды, ослабленной произвольными криволинейными трещинами. Предельный переход к изотропной среде. — Изв. АН СССР. МТТ, 1976, № 5.
5. Ioakimidis N. I., Theocaris P. S. The problem of the simple smooth crack in an infinite anisotropic elastic medium. — Int. J. Solids Structures, 1977, vol. 13, N 4.
6. Морозова Е. А., Паргон В. З. О влиянии подкрепляющих ребер на распространение трещин. — ПМТФ, 1961, № 5.
7. Greif R., Sanders J. L. The effect of a stringer on the stress in a cracked sheet. — J. Appl. Mech., 1965, vol. 32, N 1.
8. Черепанов Г. П., Мирсалимов В. М. О воздействии ребер жесткости на развитие трещины. — Изв. АН АзССР. Сер. физ.-техн. и мат. наук, 1969, № 1.
9. Arin K. A plate with a crack, stiffened by a partially debonded stringer. — Eng. Fract. Mech., 1974, vol. 6, N 1.
10. Жоржюлиани Г. Т. Влияние стрингера на распределение напряжений около концов разреза. — Сообщения АН СССР, 1974, т. 74, № 3.

11. Агаян К. Л. Об одной контактной задаче для бесконечной пластины с трещиной, усиленной упругими накладками. — Изв. АН АрмССР. Сер. Механика, 1976, т. 29, № 4.
 12. Суздальницкий И. Д. Периодическая задача о креплении стрингерами пластины, ослабленной системой разрезов. — ПММ, 1979, т. 43, вып. 4.
 13. Шерман Д. И. К решению плоской задачи теории упругости для анизотропной среды. — ПММ, 1946, т. 6, № 6.
 14. Каландия А. И. Математические методы двумерной упругости. М.: Наука, 1973.
 15. Лехницкий С. Г. Анизотропные пластинки. М.: ГИТТЛ, 1957.
 16. Мухелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. М.: Наука, 1968.
 17. Erdogan F., Gupta G. D., Cook T. S. Numerical solution of singular integral equations. — In: Mechan. fracture. I. Methods of analysis and solutions of crack problems. Leyden: Noordhoff Int. Publ. Co., 1973.
-