

области инверсии в одномерной модели. Количественный учет этих эффектов весьма сложен.

Проделанные расчеты показали принципиальную возможность создания детонационного химического СО-лазера на смеси $\text{CS}_2 + \text{O}_2$. Коэффициент полезного действия, необходимые размеры активной среды лазера и оптимальный состав смеси могут быть определены только при проведении соответствующих экспериментов.

Московский инженерно-физический институт

Поступила в редакцию
4/XI 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Ораевский. Химия высоких энергий, 1974, 8, 1.
2. W. F. Gross, R. R. Giedt, T. A. Jacobs. J. Chem. Phys., 1969, 51, 3.
3. В. Н. Кондратьев. Константы скорости газозафазных реакций. М.: «Наука», 1971.
4. R. D. Suart, P. H. Dauson, G. H. Kimbell. Appl. Phys., 1972, 43; 3.
5. Von K. H. Homann, C. Krome, H. G. Wagner. Berichte der Bunsen-Gesellschaft für Physikalische Chemie, 1968, 72, 8.
6. Von K. H. Homann, C. Krome, H. G. Wagner. Berichte der Bunsen-Gesellschaft für Physikalische Chemie, 1970, 74, 7.
7. D. W. Howgate, T. A. Barr. J. Chem. Phys., 1973, 59, 6.
8. G. Hancock, C. Morley, I. W. M. Smith. Chem. Phys. Lett., 1971, 12, 1.
9. R. E. Center, G. E. Caledonia. Appl. Optics, 1971, 10, 8.
10. R. E. Center. J. Chem. Phys., 1973, 58, 12.
11. J. K. Hancock, D. F. Starr, W. H. Green. J. Chem. Phys., 1974, 61, 8.
12. Б. Гордиец, А. И. Осипов и др. УФН, 1972, 108, 4.

МОДЕЛЬ ЯЧЕЙКИ МНОГОФРОНТОВОЙ ГАЗОВОЙ ДЕТОНАЦИИ

А. А. Васильев, Ю. А. Николаев

Характерный размер структуры фронта детонации в газовой смеси — размер ячейки a , экспериментально определяемый как среднее расстояние между траекториями поперечных волн одного направления в плоскости, перпендикулярной оси трубы.

Предполагая, что a определяется размером зоны индукции за плоской стационарной детонационной волной, движущейся со скоростью Чепмена — Жуге [1—3], авторы работы [1] сделали первую попытку теоретического предсказания размера ячейки, основанную на поведении звукового возмущения в зоне индукции. В [4, 5] более строго рассмотрен вопрос о поведении высокочастотного звукового сигнала в стационарной неоднородной зоне реакции. Количественные результаты этой теории весьма далеки от экспериментальных [6], однако некоторые качественные выводы согласуются с наблюдениями. Количественное определение размера ячейки значительно улучшено в работах [7, 8].

Общий недостаток указанных работ — использование акустической модели, не учитывающей реальных процессов, происходящих в многофронтной детонационной волне. Распространение и столкновение поперечных волн [1—3, 9—12] приводит к искривлению ударного фронта, течение газа за ним становится нестационарным и неоднородным, что исключает возможность применения упомянутых выше методов. Вопросы нестационарного распространения взрывных волн как и в инерт-

ных, так и в химически активных средах весьма подробно рассмотрены в [13—19].

Авторы работы [20] показали, что, используя вид решения для скорости точечного взрыва в инертной среде, можно подбором коэффициентов добиться хорошего соответствия с экспериментальными результатами по скорости волны внутри элементарной ячейки.

В [21] для установления связи между размером ячейки и физико-химическими параметрами смеси введено некоторое приближенное условие разделения зоны химической реакции с ударным фронтом при нестационарном движении волн внутри ячейки. При этом закон спада скорости фронта и его относительное положение в момент разделения выбирались из экспериментальных данных. К сожалению, в работе отсутствуют физическая трактовка условия разделения и сравнение результатов с экспериментом.

В настоящей работе приняты следующие обозначения: a, b — поперечный и продольный размер ячейки; r, R — радиус ударной волны, t — время; r_*, r_* — координата и момент срыва реакции; D, \bar{D} — мгновенная и средняя скорость распространения ударной волны; D_0 — скорость детонации Чепмена — Жуге; E_0 и E_{π} — внутренняя энергия области I повышенного давления и энергия инициирования на единицу длины; ρ_0 — начальная плотность смеси; q — тепловой эффект реакции на единицу массы; λ — размер зоны индукции в момент столкновения; γ, γ_e — показатель адиабаты исходной смеси и продуктов детонации; p_0, p_1, p_2 — начальное давление, давление за ведущей ударной волной и после столкновения поперечных волн соответственно; u — скорость газа за ударной волной в лабораторной системе отсчета; r_2, t_2 — координата и время соударения; σ — степень сжатия; M_2, M_0, \bar{M} — числа Маха волны ($D_2/c_0, D_0/c_0, \bar{D}/c_0$); D_{\perp} — поперечная скорость сталкивающихся волн; M_{\perp} — число Маха поперечной волны перед столкновением c_0, c_1 — скорость звука в исходной смеси и в зоне индукции; E_a — энергия активации ведущей реакции; R — универсальная газовая постоянная; T — температура; $[O_2]$ — концентрация окислителя; $T_{10}, \sigma_{10}, \pi_{10}$ — температура, степень сжатия и перепад давления на ударной волне, идущей со скоростью Чепмена — Жуге, z — расстояние частицы от центра области I ; ν — коэффициент симметрии: $\nu=1, 2, 3$ для плоского, цилиндрического и сферического случаев соответственно.

Модель ячейки

В данной работе предлагается модель многофронтной газовой детонации с регулярной ячейкой в плоском канале.

Следовой отпечаток детонационной волны, полученный на достаточно большом удалении от точки инициирования, схематически представлен на рис. 1. В силу предполагаемой регулярности ячеек рассмотрим качественно процесс распространения детонационной волны в одной из них. Область I повышенного давления порождает детонационную волну, распространяющуюся с убывающей скоростью по «свежему» газу. Детонационная волна представляет собой комплекс ударной волны 2 и фронта горения 3, разделенных зоной индукции 4. По мере распространения детонационной волны размер зоны индукции увеличивается. По зоне индукции (вторая половина ячейки) в противоположных направлениях распространяются две попереч-

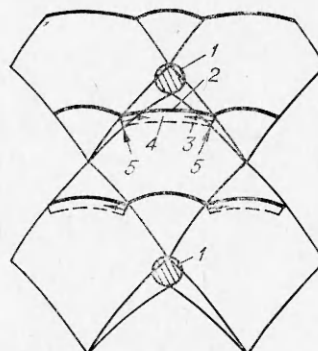


Рис. 1. Схематическое представление процессов в регулярной ячейке.

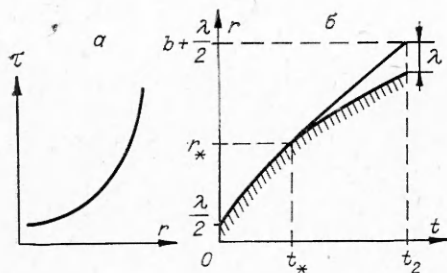


Рис. 2. Качественная зависимость задержки воспламенения от положения ударной волны в ячейке (а) и положения фронтов ударного и горения от времени (б).

резкое увеличение задержки воспламенения (рис. 2, а), что позволяет при математическом описании считать ударный фронт и фронт горения совпадающими при $r \leq r_*$ (мгновенная реакция), а при $r > r_*$ фронт горения совпадающим с траекторией последней сгоревшей частицы (рис. 2, б). Точку r_* назовем точкой срыва горения.

2) В работе [17] показано, что решение задачи о распаде области повышенного давления в реагирующем газе, начиная с двух радиусов, совпадает с решением задачи о сильном точечном взрыве с той же энергией. В силу симметрии центр точечного взрыва совпадает с центром области повышенного давления.

В работе [14] показано, что при $M > 2,5$ неавтомодельное решение задачи о точечном взрыве в нереагирующем газе близко к автомодельному.

Проводя соответствующие аналогии для упрощения расчета, положим вид решения для скорости движения ударной волны совпадающим с автомодельным для точечного взрыва, т. е.

$$D = \sqrt{E/\rho_0}/2r, \quad (1)$$

где E — величина, имеющая размерность энергии на единицу длины (цилиндрический случай). На участке движения с мгновенной реакцией $\lambda/2 \leq r \leq r_*$ E можно представить как линейную комбинацию внутренней энергии области 1 (см. рис. 1) и химического тепловыделения, т. е.

$$E = E_0/\alpha + \beta \rho_0 q \pi (r^2 - \lambda^2/4).$$

Для выбора коэффициента α воспользуемся тем, что при $q=0$ задача автомодельна. Тогда α определяется из законов сохранения энергии в задаче о сильном точечном взрыве и зависит лишь от γ . Численное значение α приведено в [14].

Для определения β воспользуемся тем, что при $E_0=0$ цилиндрическая детонационная волна с мгновенной реакцией распространяется с постоянной скоростью D_0 [22]. Тогда из (1) следует

$$dr/dt = D = \sqrt{\frac{E_0}{\alpha \rho_0} + 4 D_0^2 \left(r^2 - \frac{\lambda^2}{4} \right)} \cdot \frac{1}{2r}, \quad (2)$$

где $\lambda/2 \leq r \leq r_*$. Для $r > r_*$ используя аналогичные рассуждения и учитывая непрерывность скорости ударного фронта, согласно предположению о срыве горения, получаем

$$dr/dt = D = \sqrt{\frac{E_0}{\alpha \rho_0} + 4 D_0^2 \left(r_*^2 - \frac{\lambda^2}{4} \right)} \cdot \frac{1}{2r}. \quad (3)$$

ные волны 5, ведомых ударными волнами в соседних ячейках. При столкновении этих поперечных волн образуется область повышенного давления, идентичная области 1. Процесс повторяется. В силу регулярности события в соседних ячейках повторяются со сдвигом во времени на полпериода.

Для математического описания этой модели примем ряд упрощающих допущений.

1) Известно, что при определенном радиусе и скорости ударной волны внутри ячейки происходит

3) Внутреннюю энергию E_0 можно представить в виде

$$E_0 = p_3 / (\gamma_e - 1) \cdot h \lambda^2. \quad (4)$$

Геометрический фактор h зависит от конфигурации области 1; для круга $h = 0,785$.

Размер поперечной волны λ перед столкновением равен пути, пройденному последней сгоревшей частицей в системе координат, связанной с ударным фронтом

$$\lambda = \int_{t_*}^{t_2} (D - u) dt \approx \int_{t_*}^{t_2} \frac{D dt}{\sigma} = \int_{r_*}^{r_2} \frac{dr}{\sigma}, \quad (5)$$

где $\sigma = (\gamma + 1) M^2 / [(\gamma - 1) M^2 + 2]$ — степень сжатия за ударной волной. Формула (5) верна в предположении малости градиента плотности газа в пределах зоны индукции.

Давление продуктов реакции в области $1p_3$ зависит от поперечной скорости сталкивающихся волн и от параметров газа в зоне индукции. Из эксперимента [23] известно, что поперечные волны перед столкновением являются ударными (по крайней мере, для низких давлений, где различимы элементы ячейки). Численные расчеты показывают, что при отражении ударной волны ударной или детонационной волнами давления в обоих случаях отличаются весьма незначительно (следствие высокой степени диссоциации продуктов). Поэтому для расчета p_3 воспользуемся обычными формулами для отраженных ударных волн

$$p_3 = \pi_{31} \cdot p_1 = p_1 \frac{2\gamma M_2^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \cdot \frac{(3\gamma - 1) M_{\perp}^2 - 2(\gamma - 1)}{(\gamma - 1) M_{\perp}^2 + 2},$$

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{2\gamma M_2^2 - (\gamma - 1)}{(\gamma + 1)}. \quad (6)$$

Здесь M_{\perp} равен отношению поперечной скорости сталкивающихся волн, отнесенной к местной скорости звука в зоне индукции

$$M_{\perp} = \frac{D_{\perp}}{c_0} \sqrt{\frac{(\gamma + 1)^2 M_2^2}{[(\gamma - 1) M_2^2 + 2] [2\gamma M_2^2 - (\gamma - 1)]}}.$$

Изложенные предположения позволяют построить замкнутую систему уравнений, описывающих кинематику и геометрические соотношения в ячейке.

Интегрируя уравнения (2), (3), (5), получим соответственно

$$\sqrt{\frac{E_0}{\alpha \rho_0} + 4D_0^2 \left(r^2 - \frac{\lambda^2}{4} \right)} - \sqrt{\frac{E_0}{\alpha \rho_0}} = 2D_0^2 \cdot t, \quad (7)$$

$$0 \leq t \leq t_*, \quad \lambda/2 \leq r \leq r_*,$$

$$\frac{r^2 - r_*^2}{\sqrt{\frac{E_0}{\alpha \rho_0} + 4D_0^2 \left(r_*^2 - \frac{\lambda^2}{4} \right)}} = t - t_*, \quad (8)$$

$$t_* < t \leq t_2, \quad r_* < r \leq r_2 = b + \lambda/2,$$

$$\lambda = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \left(b + \frac{\lambda}{2} - r_* \right) + \frac{8c_0^2}{3(\gamma + 1)} \cdot \frac{\left(b + \frac{\lambda}{2} \right)^3 - r_*^3}{\frac{E_0}{\alpha \rho_0} + 4D_0^2 \left(r_*^2 - \frac{\lambda^2}{4} \right)}.$$

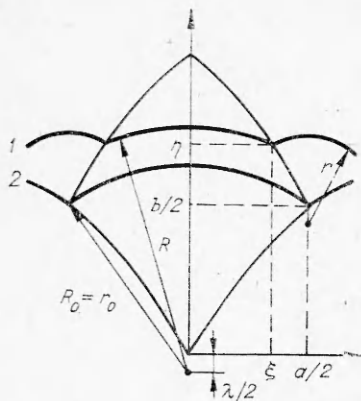


Рис. 3. Расчетная форма ячейки. 1, 2 — положение ударной волны в различные моменты времени.

Задавшись значением средней скорости распространения детонации D , получим

$$b = Dt_2. \quad (9)$$

В частном случае выполнение условия Чепмена — Жуке $\bar{D} = D_0$.

Для определения D_{\perp} воспользуемся геометрическими соотношениями в ячейке (рис. 3):

$$\xi^2 + (\eta + \lambda/2)^2 = R^2, \quad (10)$$

$$(\xi - a/2)^2 + (\eta + \lambda/2 - b/2)^2 = r^2, \quad (11)$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2} + \frac{\lambda}{2}\right)^2 = r_0^2. \quad (12)$$

Дифференцируя (10) и (11) по t , после преобразований получим при $r = r_0$ $\xi = 0$, $\eta = b$ для $D_{\perp} = |d\xi/dt|$

$$D_{\perp} = \frac{1}{a} \left[\frac{dr^2}{dt} \Big|_{r=r_0} - \frac{b + \lambda}{2b + \lambda} \cdot \frac{dR^2}{dt} \Big|_{r=r_0} \right]. \quad (13)$$

В зависимости от отношения r/r_0 рассмотрим два случая.

1. $r_0 \leq r$. Используя (7) и (9) и учитывая, что события в соседних ячейках сдвинуты по времени на $t_2/2$, получим

$$r_0^2 = \frac{\lambda^2}{4} + \sqrt{\frac{E_0}{\alpha \rho_0}} \cdot \frac{b}{2D} + D_0^2 \frac{b^2}{4D^2}. \quad (14)$$

Подставляя (14) в (12), определим a . Используя (2), найдем dr^2/dt , а из (3) — dR^2/dt . Подставив найденные значения в (13), получим выражение для D_{\perp} .

2. Аналогично можно получить формулы для a и D_{\perp} при $r_0 > r$. Из (7) при $r = r_0$ определим t_* , а затем из (8) и (9) находим

$$r_0^2 = r_*^2 + \sqrt{\frac{E_0}{\alpha \rho_0} + 4D_0^2 \left(r_*^2 - \frac{\lambda^2}{4} \right)} \left[\frac{b}{2D} - \frac{1}{2D_0^2} \left(\sqrt{\frac{E_0}{\alpha \rho_0} + 4D_0^2 \left(r_*^2 - \frac{\lambda^2}{4} \right)} - \sqrt{\frac{E_0}{\alpha \rho_0}} \right) \right].$$

Далее из (12) находим a , из (3) — $dr^2/dt = dR^2/dt$ и после их подстановки в (13) получаем значение D_{\perp} .

Введем далее обозначения: $x = r_*/b$, $y = \lambda/2b$, $\varepsilon = \frac{E_0}{\alpha \rho_0 4D_0^2 b^2}$. Подставив в уравнения (7) — (9) $r = r_*$, $t = t_*$ и $r = b + \lambda/2$, $t = t_2$ соответственно, получим

$$[(1+y)^2 - x^2] / (2\sqrt{\varepsilon + x^2 - y^2}) + \sqrt{\varepsilon + x^2 - y^2} - \sqrt{\varepsilon} - M_0/M = 0. \quad (15)$$

С учетом (6) уравнение (4) преобразуется к виду

$$\frac{h\pi_{31}y^2}{(\gamma_e - 1)\gamma\alpha M_0^2} \frac{2\gamma M_2^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} - \varepsilon = 0. \quad (16)$$

Система уравнений (15), (16) замыкается, если ε , π_{31} , M_2 выразить через x , y . Это можно сделать с помощью формул, метод получения которых подробно изложен выше:

$$\varepsilon = \frac{2[(1+y)^3 - x^3]}{3(\gamma+1)M_0^2 \left[2y - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}(1+y-x) \right]} + y^2 - x^2,$$

если $(\sqrt{\varepsilon+x^2-y^2}-\sqrt{\varepsilon}) \cdot \bar{D}/D_0 > 0,5$;

$$\frac{D_{\perp}}{D_0} = \frac{\sqrt{\varepsilon+x^2-y^2} - 2(1+y)(\sqrt{\varepsilon+x^2-y^2} - \sqrt{\varepsilon} - 0,5D_0/\bar{D})}{1+y} \times \\ \times \frac{1}{\sqrt{4 - (\sqrt{\varepsilon} \cdot D_0/\bar{D} - y) + (D_0/\bar{D})^2 - 1}},$$

если $(\sqrt{\varepsilon+x^2-y^2}-\sqrt{\varepsilon}) \cdot \bar{D}/D_0 < 0,5$.

$$\frac{D_{\perp}}{D_0} = \frac{1}{\sqrt{8\sqrt{\varepsilon+x^2-y^2} \cdot \frac{D_0}{\bar{D}} \left[0,5 - \frac{\bar{D}}{D_0} (\sqrt{\varepsilon+x^2-y^2} - \sqrt{\varepsilon}) \right] + \\ + 4[x^2 - (0,5+y)^2](1+y)},$$

$$M_2 = \sqrt{\varepsilon+x^2-y^2}/(y+1) \cdot M_0,$$

$$M_{\perp} = M_0 \cdot \frac{D_{\perp}}{D_0} \sqrt{\frac{(\gamma+1)^2 M_2^2}{|(\gamma-1)M_2^2 + 2| [2\gamma M_2^2 - (\gamma-1)]}},$$

$$\pi_{31} \approx \frac{2\gamma M_{\perp}^2 - (\gamma-1)}{\gamma+1} \cdot \frac{(3\gamma-1)M_{\perp}^2 - 2(\gamma-1)}{(\gamma-1)M_{\perp}^2 + 2}.$$

Система двух алгебраических уравнений (15), (16) может быть решена численно методом Ньютона. При этом следует ограничить сдвиг по x , y за один шаг, например, так:

$$\left| \frac{x_{n+1} - x_n}{x_n} \right| + \left| \frac{y_{n+1} - y_n}{y_n} \right| < 0,1.$$

Главная трудность состоит в выборе начальных приближений x_0 , y_0 . В качестве рекомендации для $\bar{D} = D_0$ можно предложить

$$x_0 = 0,6, \quad y_0 = \frac{-e_1 + \sqrt{e_1^2 + 4e \cdot e_2}}{2e}, \quad e = (\gamma+3)M_0^2 - 2,$$

$$e_1 = (\gamma+3)M_0^2 x^2 - (\gamma-1)(1-x)M_0^2 + 2,$$

$$e_2 = 2/3(1-x^3) + (\gamma-1)(1-x)M_0^2 \cdot x^2.$$

Напомним, что параметры задачи — γ , γ_e , M_0 , M , а решение — кинематические и геометрические характеристики ячейки (отнесенные к b).

Размер ячейки

Полученные кинематические и геометрические соотношения позволяют ставить задачу о размере ячейки. Используя кинетику реакции в форме Аррениуса в зоне индукции, время индукции $\tau = t_2 - t_*$ можно

определить из интеграла, взятого вдоль траектории частицы [27]:

$$1 = \int_{t_*}^{t_2} \frac{dt}{\hat{\tau}} = \int_{r_*}^{b+\frac{\lambda}{2}} \frac{dr}{D\hat{\tau}}, \quad (17)$$

$$\hat{\tau} = A \exp(E_a/RT) / [O_2]. \quad (18)$$

Полагая значения параметров для частицы в зоне индукции равными параметрам на ударном фронте в соответствующий момент времени, получим с большой точностью

$$T = T_{10} \frac{\sigma_{10}}{\sigma} \frac{\pi}{\sigma} = T_{10} \frac{\sigma_{10}}{M_0^2} \frac{(\gamma-1)M^2+2}{\gamma+1}. \quad (19)$$

Переходя к безразмерной переменной $\xi = r/b$, из (17) можно получить выражение для продольного размера ячейки

$$b = \frac{1}{1+y \int_x^{\xi} \frac{d\xi}{D\hat{\tau}}}. \quad (20)$$

Эта формула в общем виде дает выражение для размера ячейки через кинетические характеристики смеси (концентрация $[O_2]$ пропорциональна σ).

Выражение (20) можно проинтегрировать, используя (19) и положив $\sigma = \sigma = \text{const}$, где σ находится в промежутке $\sigma_2 \leq \sigma \leq \sigma_*$:

$$b = \frac{A \exp\left[\frac{E_a}{RT_*} \cdot \frac{\sigma_*}{\sigma}\right]}{[O_2]_*} \cdot \frac{E_a}{RT_*} \cdot \frac{2D_*}{x}.$$

Заметим, что T желательно брать из точного расчета температуры газа за ударной волной, движущейся со скоростью D . В частности, при $D = D_0$, учитывая кинематические и геометрические особенности решения,

$$b \approx \frac{A \exp(E_a/RT_{10})}{[O_2]_{10}} \cdot \frac{E_a}{RT_{10}} \cdot 4D_0 = 4\bar{D}_0 \hat{\tau}_{10} \frac{E_a}{RT_{10}}. \quad (21)$$

Зная размер ячейки b , на основании изложенного можно вычислить численные значения всех интересующих параметров, в том числе энергию, формула которой имеет вид

$$E_0 = 4\alpha\epsilon D_0^2 \rho_0 b^2. \quad (22)$$

Энергия имеет в ячейке смысл энергии иницирования. Поскольку при цилиндрическом иницировании газовых смесей в силу неустойчивости фронта горения в зоне индукции возникают поперечные волны, приводящие к образованию ячеистой структуры, следует ожидать, что необходимая энергия иницирования по порядку величины будет совпадать с E_0 для элементарной ячейки (на единицу длины). Используя (21) и приближенные значения α и ϵ , получим

$$E_{II} \approx 5\rho_0 D_0^4 \left(\hat{\tau}_{10} \frac{E_a}{RT_{10}}\right)^2 \approx 0,3 D_0^2 \rho_0 b^2.$$

Влияние принятых предположений на результаты расчетов

Допущение 3) может внести определенную ошибку при вычислении E_0 . Для оценки влияния этой ошибки на конечные результаты в формулу (4) был введен множитель θ , при варьировании которого от 0,5 до 2 основные результаты практически не изменялись.

Для выяснения влияния допущения 2) варьировалось положение центра эквивалентного точечного взрыва в пределах размера поперечной волны. Незначительное изменение решения косвенно указывает на правомерность принятых положений.

Наиболее значительное влияние на результаты оказывает допущение 1). Вводя непрерывное выделение тепла вдоль всей ячейки, формально полагая

$$E = \frac{E_0}{\alpha} + 4D_0^2 \rho_0 \left(r_*^2 - \frac{\lambda^2}{4} \right) \sqrt{\frac{r \left(r - \frac{\lambda}{2} \right)}{b \left(b + \frac{\lambda}{2} \right)}}$$

получим непрерывное замедление волны, понижение скорости в начале ячейки, увеличение скорости в конце ячейки и незначительное изменение других параметров, в том числе b .

При выводе размеров ячейки и поперечной волны параметры в зоне индукции полагались равными параметрам на ударном фронте в соответствующий момент времени. Реально в силу нестационарности распространения волны параметры в зоне индукции имеют градиенты. Сделаем верхнюю оценку их влияния на решение.

Используя уравнения одномерного адиабатического течения совершенного газа, законы сохранения на скачке, можно найти связь градиентов параметров волны разрежения непосредственно за ударной волной с замедлением волны и параметрами на фронте

$$\frac{\partial p/\rho_0}{\partial z} = -\frac{1}{c_0} \frac{dM}{dt} \left\{ \frac{2\gamma}{(\gamma+1)(M^2-1)} \left[\frac{(M^2+1)[2\gamma M^2 - (\gamma-1)]}{(\gamma-1)M^2+2} + 2M^2 \right] - \frac{2\gamma}{\gamma+1} \cdot \frac{2\gamma M^2 - (\gamma-1)}{\gamma+1} \cdot \frac{v-1}{r_1} \right\} \quad (23)$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{dM}{dt} \frac{2(3M^2+1)}{M(M^2-1)(\gamma+1)} - \frac{v-1}{r_1} \cdot \frac{2c_0 [2\gamma M^2 - (\gamma-1)]}{(\gamma+1)^2 M} \quad (24)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{1}{c_0} \frac{dM}{dt} \left\{ \frac{2\sigma^2(3M^2+1)}{(\gamma+1)M^2(M^2-1)} - \frac{4\sigma(\gamma+1)}{[(\gamma-1)M^2+2]^2} \right\} - \frac{v-1}{r_1} \cdot \frac{2M^2}{(\gamma-1)M^2+2} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (T/T_0)}{\partial z} = & -\frac{1}{c_0} \cdot \frac{dM}{dt} \cdot \frac{2}{(\gamma+1)M^2} \left\{ \frac{2[2\gamma M^2 - (\gamma-1)]}{(\gamma-1)M^2+2} + \right. \\ & \left. + [2\gamma M^2 - (\gamma-1)] \times \frac{\gamma(M^2+1) - (3M^2+1)}{(\gamma+1)(M^2-1)} + \frac{2\gamma M^2 [(\gamma-1)M^2+2]}{(\gamma-1)M^2+2} \right\} - \\ & - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \frac{v-1}{r_1} \frac{2[2\gamma M^2 - (\gamma-1)] [(\gamma-1)M^2+2]}{(\gamma+1)^2 M^2} \quad (26) \end{aligned}$$

Из формул (23) — (26) следует, что при $dM/dt < 0$ давление, плотность и массовая скорость убывает при удалении от фронта, а температура растет. Полагая профили параметров в зоне индукции треугольными (в силу малости размера зоны по сравнению с радиусом ударной волны) с наклонами, равными градиентам на фронте (предельный случай), введем соответствующие поправки в уравнения (5) и (20).

Результаты расчетов в этом случае практически совпадают с предыдущим решением, что говорит о правомерности применения сделанного предположения.

Результаты расчетов

Ниже приведены некоторые результаты для смеси $2\text{H}_2 + \text{O}_2$.

На рис. 3 изображена характерная форма элементарной ячейки, полученная из расчета. За исключением начального участка ($r < \lambda$), ячейка хорошо соответствует экспериментальной. Расхождение при $r < \lambda$ определяется заменой распада области 1 эквивалентным точечным взрывом. Этим же вызвано завышение скорости в начале ячейки и ее занижение в конце (рис. 4). Излом графика скорости вызван введением точки срыва горения. Следует отметить, что при учете непрерывного выделения тепла вдоль всей ячейки излом скорости исчезает и график скорости лежит в области экспериментальных значений.

Для расчета размера ячейки коэффициенты A и E_a в формуле (18) взяты из экспериментальных данных по задержкам воспламенения, в величинах которых существует значительный разброс. На рис. 5 изображены результаты расчетов с использованием кинетических данных [20, 24], как наиболее различающихся. Подавляющее большинство экспериментальных данных лежит между ними, что говорит о применимости предложенной модели. Эксперименты, проведенные авторами по пересечению детонационных волн, показывают, что при пересечении на 10—15% по скорости ячейка уменьшается в 1,5—2 раза, что в пределах ошибки эксперимента согласуется с расчетами.

Качественные сравнения размеров ячейки с экспериментальными данными показывают правомерность применения модели для расчета детонационных волн, идущих с пониженной скоростью. Расчетное положение точки срыва r_* находится в соответствии с экспериментально фиксируемым разделением ударного фронта и фронта горения (хотя момент фиксируемого разделения весьма условен). При пересечении

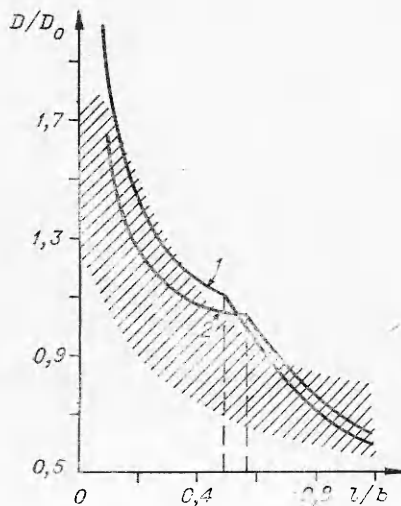


Рис. 4. Профиль скорости ударной волны вдоль ячейки.
1, 2 — границы возможных расчетных профилей скорости, заштрихованная область — экспериментальные данные.

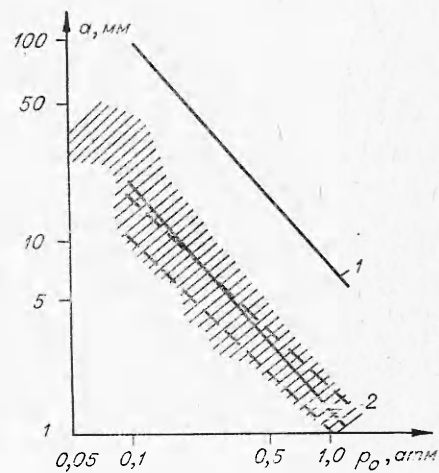


Рис. 5. Зависимость размера ячейки a от начального давления.
1, 2 — расчет по кинетическим данным [24, 20] соответственно, заштрихованная область — эксперимент (штриховые линии — границы экспериментальных результатов авторов) совместно с данными работ [1, 6, 25].

точка срыва сдвигается к концу ячейки, с понижением скорости — к началу ячейки.

Экспериментальные измерения размера поперечной волны имеют большой разброс, однако установленные величины хорошо совпадают с расчетными значениями λ/b . Хорошо соответствует эксперименту также скорость поперечной волны в момент столкновения, а значения a/b и M_{\perp} несколько завышены, что вызвано погрешностями в профиле скорости вдоль ячейки.

В работе [17] теоретически рассчитанные энергии иницирования газовых смесей в сферическом случае на 3—4 порядка завышены по сравнению с экспериментальными данными [26]. Расчет энергии иницирования по формуле (22) дает значения $E_{\text{и}}$ на 3—4 порядка ниже рассчитанных в [17] для цилиндрической симметрии, что говорит о возможности применения формулы (22) в качестве оценочной.

Сформулируем основные результаты работы:

1. Предложена модель ячейки многофронтной детонации, позволяющая рассчитать геометрические и кинематические соотношения в ячейке без привлечения экспериментальных данных.

2. На основе кинетики Аррениуса, получена формула для размера ячейки.

3. Найдена формула для оценки энергии иницирования.

4. Полученные результаты находятся в хорошем согласии с экспериментом.

*ИГ СО АН СССР,
Новосибирск*

*Поступила в редакцию
15/XII 1975*

ЛИТЕРАТУРА

1. К. И. Щелкин, Я. К. Трошин. Газодинамика горения. М., Изд-во АН СССР, 1963.
2. Б. В. Войцеховский, В. В. Митрофанов, М. Е. Топчиян. Структура фронта детонации в газах. Новосибирск. Изд-во СО АН СССР, 1963.
3. Р. И. Солоухин. Ударные волны и детонация в газах. М., Физматгиз, 1963.
4. R. A. Strehlow, F. D. Fernandes. Comb. and Flame, 1965, 9, 2.
5. H. O. Barthele, R. A. Strehlow. Phys. Fluids, 1966, 9, 10.
6. R. A. Strehlow, R. E. Maurer, S. Rajan. AIAA J., 1969, 7, 2.
7. H. O. Barthele. Phys. Fluids, 1972, 15, 1.
8. H. O. Barthele. Phys. Fluids, 1974, 17, 8.
9. R. I. Soloukhin. 12-th Symposium (International) on Combustion. New-York — London, 1968.
10. P. H. Edwards, G. Hooper a. o. Acta Astr., 1970, 15.
11. R. A. Strehlow, A. I. Crooker. The Structure of Marginal detonation Waves, in the Abstracts of 5-th Colloquium (International) on gasdynamic and explosive Systems. San — Diego, USA, 1973.
12. J. H. Lee, R. I. Soloukhin, A. K. Oppenheim. Astr. Acta, 1969, 14, 5.
13. Л. И. Седов. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1965.
14. В. П. Коробейников, Н. С. Мельникова, Е. В. Рязанов. Теория точечного взрыва. М., Физматгиз, 1961.
15. В. П. Коробейников. Задачи теории точечного взрыва в газах. М., «Наука», 1973.
16. Е. Бишимов, В. П. Коробейников и др. МЖГ, 1968, 6.
17. В. А. Левин. Докт. дис. МГУ, 1975.
18. К. П. Станюкович. Неуставившееся движение сплошной среды. М., «Наука», 1971.
19. A. Sakurai. Basic Developments in Fluid Dynamics. V. 1, New-York — London, 1965.
20. E. A. Lundstrom, A. K. Oppenheim. Proc. Roy. Soc., A. 1969, 310.
21. В. В. Митрофанов, В. С. Субботин. Материалы IV Всесоюзного симпозиума по горению и взрыву. Черногловка, 1974.
22. Я. Б. Зельдович, А. С. Компанеев. Теория детонации. М., Гостехиздат, 5, 1955.
23. В. А. Субботин. ФГВ, 1975, 11, 1.

24. Р. И. Солоухин. Методы измерений и основные результаты исследований на ударных трубах. Новосибирск, 1969.
 25. В. И. Манжалея, В. В. Митрофанов, В. А. Субботин. ФГВ, 1974, 10, 1.
 26. Я. Б. Зельдович, С. М. Когарко, Н. Н. Симонов. ЖТФ, 1956, 26, 8.
 27. Е. С. Щетников. Физика горения газов. М., «Наука», 1965.

МЕТОД РАСЧЕТА ИДЕАЛЬНОЙ СКОРОСТИ ДЕТОНАЦИИ КОНДЕНСИРОВАННЫХ ВВ

И. Н. Айзенштадт

В настоящее время находят применение несколько методов расчета скорости детонации конденсированных $C-H-N-O$ -ВВ [1—3]. Все они, как правило, дают удовлетворительное согласие с экспериментом для довольно широкого круга ВВ, несмотря на существенные методологические различия. Так, ключевой этап расчета — фиксация состава продуктов детонации — в каждой из упомянутых схем [1—3] базируется на своих, отличных от других, физико-химических основах. В результате химические уравнения взрывной реакции для одного и того же ВВ в схемах [1—3] не совпадают. Впрочем, видимо, ни один из вариантов уравнений разложения ВВ по этим схемам не отражает существа дела, поскольку перечень продуктов детонации ограничен только молекулами газов и углеродом.

Предлагаемый экспресс-метод расчета не требует написания гипотетического уравнения химической реакции превращения ВВ в детонационной волне. В его основу положен постулат, что для широкого круга мощных ВВ величина идеальной скорости детонации при заданной плотности может быть с достаточной точностью выражена в виде стандартной функции нескольких параметров, базирующихся на формуле ВВ и его энтальпии образования.

Выберем в качестве таких управляющих параметров — факторов — удельное число грамм-атомов в исходном ВВ (фактор B), абсолютное значение кислородного баланса (КБ) и удельную изохорную теплоту образования ВВ (Q_v).

Будем считать, что величина фактора B должна косвенно информировать о концентрации частиц продуктов превращения ВВ в детонирующем объеме и тем самым компенсировать отсутствие в схеме уравнения разложения ВВ.

Для формулы ВВ общего вида $C_aH_bO_cN_d$ величины выбранных параметров выразятся следующим образом:

$$B = a + b + c + d/\mu \cdot 10^3 \text{ (г·атом/кг)},$$

$$|\text{КБ}| = |16(c - 2a - b/2)/\mu \cdot 10^2| \text{ (\%)},$$

$$Q_v = -[\Delta H_f + 0,3(b + c + d)]/\mu \cdot 10^3 \text{ (ккал/кг)},$$

где ΔH_f — стандартная энтальпия образования ВВ при $T = 298,15 \text{ К}$, ккал/моль; μ — молекулярный вес ВВ.

Примем двухэтапную схему расчета идеальной скорости детонации (D_{ρ_0}) при плотности ρ_0 . Целью первого этапа, главного звена схемы, является вычисление величины идеальной скорости детонации при эталонной для всех ВВ начальной плотности $1,60 \text{ г/см}^3$ ($D_{1,60}$).