

ЛИТЕРАТУРА

1. А. С. Предводителев, Л. Н. Хитрин и др. Горение углерода. Изд-во АН СССР, 1949.
2. Л. Н. Хитрин, Е. С. Головина. Исследования при высоких температурах. М., «Наука», 1967.
3. Е. С. Головина, Л. Л. Котова. Теплофизика высоких температур, 1966, 4, 5.
4. П. Л. Уокер, Ф. Русинко, Л. Г. Остин. Реакция углерода с газами. ИЛ, 1963.
5. S. M. Scala, G. L. Vidale. J. of heat and mass transfer, 1960, 1, 1.
6. А. Р. Уббеллоде, Ф. А. Люис. Графит и его кристаллические соединения, «Мир», 1965.
7. Л. В. Гуревич, Г. Л. Хачкурузов и др. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. М., 1962.
8. Feldman, Goedel. a. o. J. Appl. Phys., 1952, 23, 11.
9. Cyril Wells. Atom movement. Cliveland, Ohio, 1951.

УДК 532.501.32

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ФАЗОВЫМ ПЕРЕХОДОМ

В. Т. Гонтковская, К. В. Прибыткова

(Москва)

Рассматривается применение различных разностных методов к решению задач с фазовым переходом. Поскольку для каждой задачи приходилось просчитывать десятки, а иногда и сотни вариантов, мы вели поиски схем, позволяющих решать поставленные задачи с заданной точностью при минимальной затрате машинного времени. Ниже разбирается решение двух задач.

1. Задача о зажигании с учетом фазового превращения в веществе. Из уравнения теплопроводности

$$\begin{aligned} (c\rho)_1 \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} \right), & T < T_*; \\ (c\rho)_2 \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x} \right) + Q k_0 e^{-E/RT}, & T > T_*; \end{aligned} \quad (1)$$

с начальным условием

$$T(0, x) = f(x) \quad (2)$$

и граничными условиями

$$\begin{aligned} -\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \alpha (T - T_0), & T < T_*; \\ -\lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \alpha (T - T_0), & T > T_*, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} T(t, x) = f(\infty) \end{aligned} \quad (3)$$

и условием на подвижной границе раздела фаз

$$T(x_* - 0) = T(x_* + 0),$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x_0+0} - \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x_0-0} = Q_* \rho \frac{dx_*}{dt} \quad (4)$$

требуется определить температуру $T(x, t)$, t_3 — время задержки зажигания, x_3 — координату зажигания и $x_*(t)$ — координату фронта фазового перехода.

До момента времени t_1 , определяемого достижением на границе $x=0$ температуры фазового перехода $T(0, t_1) = T_*$, решение находили в квадратурах. Далее задача решалась разностным методом. Считалось, что интервал изменения x конечен: $x \in [0, C]$; при $x=C$ полагалось $T = T(\infty)$. Величину C выбирали экспериментально.

Решение проводилось методом сквозного счета [1, 2] и ловлей фронта в узел сетки [3]. Для решения уравнения теплопроводности применялась четырехточечная неявная разностная схема:

$$(c\rho)_i \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\tau} = \lambda_i \frac{T_{i+1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}}{h^2} + Q_* k_0 e^{-E/RT_i^n}$$

Полученная при этом система конечно-разностных уравнений на каждом шаге по времени решалась методом прогонки с итерациями. Граничные условия записывались в виде

$$\begin{aligned} \lambda_1 \frac{T^n(x_* + h) - T_*}{h} - \lambda_2 \frac{T_* - T^n(x_* - h)}{h} &= Q_* \rho \frac{\tilde{h}}{\tau}, \\ -\lambda_i \frac{T^{n+1}(h) - T(0)}{h} &= \alpha (T^{n+1}(0) - T_0). \end{aligned}$$

В случае ловли фронта в узел сетки шаг по времени τ выбирался так, чтобы смещение h точки фазового перехода было меньшим или равным шагу h по пространству. Такое ограничение вызвано не постановкой задачи, а навязано методом решения. При счете это приводит к тому, что в отдельных областях по времени решается задача с неоправданно маленьким τ , что приводит к увеличению машинного времени. И, напротив, когда температуры достаточно велики и экспонента вносит существенный вклад в решение, решается задача с неоправданно большим τ . Пришлось отказаться от этого метода.

Физическое требование, из которого вытекает граничное условие (4), состоит в том, что при температуре фазового перехода $T = T_*$ энергия как функция температуры испытывает скачок величины $Q_* \rho$. Поэтому можно написать

$$H(T) = \int_0^T c(T) \rho(T) dT + Q_* \rho \eta(T - T_*), \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} c(T) \rho(T) &= \begin{cases} (c\rho)_1, & T < T_*, \\ (c\rho)_2, & T > T_*, \end{cases} \\ \eta(T - T_*) &= \begin{cases} 1, & T \geq T_*, \\ 0, & T < T_*. \end{cases} \end{aligned}$$

Подставляя в уравнение энергии

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \text{div}(\lambda \text{grad } T) + f$$

выражение (5) и учитывая, что $\frac{d\eta(\xi)}{d\xi} = \delta(\xi)$ есть дельта-функция Дирака, получим

$$[c(T)\rho(T) + Q\rho\delta(T - T_*)] \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\lambda \text{grad } T) + f. \quad (6)$$

Легко показать, что уравнение (6) включает в себя уравнение (1) и условие (4) на фазовой поверхности (см., например, [2]). Итак, задача свелась к решению уравнения (6) с граничным условием (3) и начальным условием (2).

Поскольку при $T=T_*$ функции $H(T)$, $\lambda(T)$ и $f(T)$ терпят разрыв, целесообразно их сгладить и решать сглаженную задачу.

Сглаживание проводилось линейно по формулам:

$$\lambda_i = \lambda_2 + \frac{T - T_{i-1}}{T_{i+1} - T_{i-1}} (\lambda_1 - \lambda_2),$$

$$H_i = H_{i-1} + \frac{T - T_{i-1}}{T_{i+1} - T_{i-1}} (H_{i+1} - H_{i-1}),$$

$$f(T_i) = \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_{i-1}} \exp(-E/RT_{i-1})$$

(фазовый переход осуществлялся между i -й и $i+1$ -й точками). О. А. Олейник [4] показано, что решение сглаженной задачи (6), (2), (3) сходится к решению задачи (1) — (4). Чтобы убедиться, насколько хороша эта сходимость в действительности, для случая граничных условий 1-го рода при отсутствии источника, когда решение получается в квадратурах, проведено сравнение его с машинным счетом (табл. 1). Вопросы сходимости решения разностной задачи такого типа к реше-

Таблица 1

Сравнение конечно-разностного решения с аналитическим для инертной задачи при граничных условиях 1-го рода при следующих значениях параметров: $\sigma_a = 2$, $\sigma_\lambda = 1$, $\theta_* = -6,83$, $\beta = 0,025$, $\lambda = 5$, $h_{II} = 0,0001$, $\tau_{\max} = 0,02$

t	θ при x , равном				Примечание
	0,2048	0,4096	0,8192	3,4816	
1	-2,02 -1,99	-4,02 -3,97	-7,74 -7,77	— —	Машинное точное
16	-0,47 -0,49	-0,940 -0,986	-1,87 -1,92	-7,64 -8,15	Машинное точное

нию (1) — (4) исследованы в [1]. Решение задачи проводилось в безразмерных переменных. Переход задавался равенствами:

$$\theta = \frac{E}{RT_0^2} (T - T_0) \quad \tau = \frac{\lambda_1}{(c\rho)_1} \frac{Q}{\lambda_2} \frac{E}{RT_0^2} k_0 \cdot e^{-E/RT_0} \cdot t;$$

$$= \left(\frac{Q}{\lambda_2} \cdot \frac{E}{RT_0^2} k_0 e^{-E/RT_0} \right)^{1/2} x; \quad H = \frac{\alpha}{\lambda_1} \left(\frac{Q}{\lambda_2} \cdot \frac{E}{RT_0^2} k_0 e^{-E/RT_0} \right)^{-1/2};$$

$$\beta = \frac{RT_0}{E}; \quad \sigma_\lambda = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}; \quad \sigma_a = \frac{Q_2}{a_1}; \quad \Lambda = \frac{Q_*}{q} \cdot \frac{E}{RT_0^2}.$$

Уравнение приводилось к виду:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}, \quad \theta < \theta_*,$$

$$\frac{1}{\sigma_a} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + e^{\theta/1 + \beta \theta}, \quad \theta > \theta_*.$$

Когда H велико ($H=100; 1000$) и температуры фазового перехода по абсолютной величине ≥ 10 ($\theta_* = -25; -15; -10$), в точке $x=0$ имеем большие градиенты (практически ∞). Это приводит к необходимости введения малого шага по пространству в начальный момент времени. Считать задачу до конца с таким шагом нельзя, поэтому при счете начальный шаг h задавался порядка 10^{-5} . С таким шагом задача решалась до тех пор, пока номер точки фазового перехода не достигал некоторой константы N . По достижении этой константы шаг удваивался и задача решалась с удвоенным шагом до тех пор, пока номер точки фазового перехода не достигал снова значения N , и т. д. Этим достигалась хорошая точность и автоматически расширялась область решения задачи. Константа N выбиралась экспериментально. При сравнении счета по двум описанным выше методам получается хорошее совпадение. Приведем результаты при следующих значениях параметров:

$$\beta = 0,1; \quad \theta = -5; \quad H = 1; \quad \sigma_a = 1,2; \quad \sigma_\lambda = 1,1;$$

$$\Lambda = 0,36; \quad \theta_n = -5; \quad \theta_* = -3,46; \quad h = 0,05; \quad \tau = 0,5.$$

Величины с индексом 1 получены методом ловли фронта в узел сетки, с индексом 2 — методом сквозного счета:

$$\xi_1 = 6,65; \quad t_1 = 0,190 \cdot 10^2; \quad t_2 = 0,185 \cdot 10^2; \quad \xi_2 = 6,64.$$

Однако метод сквозного счета допускает большой шаг по времени и сокращает машинное время в 1,5—5 раз (рис. 1).

2. Еще одним примером задачи с фазовым переходом может служить задача об испарении и воспламенении капли.

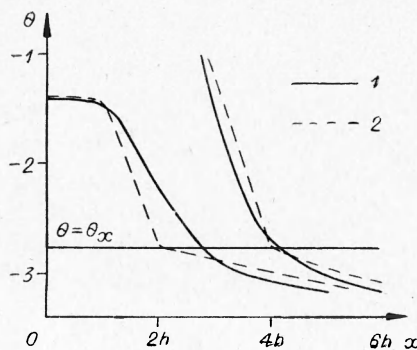


Рис. 1. Профили температур, полученные методом сквозного счета (1) и методом ловли фронта фазового перехода в узел сетки (2). ($\theta_n = -15,77$; $\theta_* = -2,76$; $\lambda = 1,0$; $\sigma_* = 1,0$; $\sigma_p = 1,2$; $H = 0,0081$; $\beta = 0,025$).

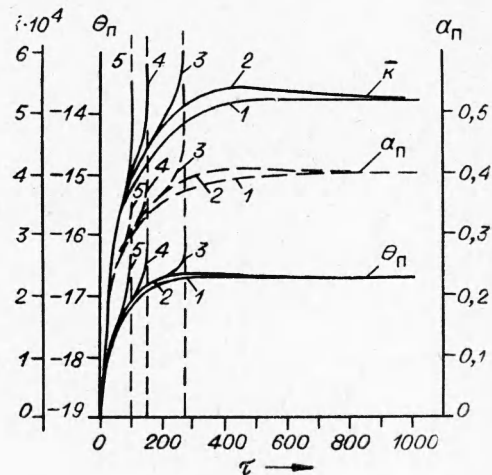


Рис. 2. Изменение температуры θ_k , концентрации η_k на границе капли и константы Срезневского K со временем. 1 — случай чистого испарения; 2 — $\delta < \delta_{кр}$; 3, 4, 5 — $\delta > \delta_{кр}$.

Процесс испарения и воспламенения капли при определенных упрощениях описывается системой уравнений теплопроводности и диффузии:

$$\begin{aligned} \chi(\theta, \eta) \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{a}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 f(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \rho \left(\frac{\xi}{x} \right)^2 \frac{\partial \xi}{\partial t} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \\ &+ A \delta \chi(\theta, \eta) F(\theta, \eta), \\ \chi(\theta, \eta) \frac{\partial \eta}{\partial t} &= \frac{1}{\alpha x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^2 f(\theta) \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \rho \left(\frac{\xi}{x} \right)^2 \frac{\partial \xi}{\partial t} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \\ &+ A \gamma \delta \chi(\theta, \eta) F(\theta, \eta), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$f(\theta) = \left(\frac{1 + \beta \theta}{1 + \beta \theta_*} \right)^s, \quad F(\theta) = (1 - \eta) e^{\frac{\theta}{1 + \beta \theta}}.$$

Коэффициенты уравнения теплопроводности терпят разрыв на границе капли при $x = \xi$

$$\begin{aligned} \chi(\theta, \eta) &= \begin{cases} 1 & \text{при } 0 < x < \xi \\ \chi(\theta, \eta) & \text{при } x > \xi; \end{cases} \\ a &= \begin{cases} \alpha_1 & \text{при } 0 < x < \xi \\ 1 & \text{при } x > \xi; \end{cases} \quad \rho = \begin{cases} 0 & \text{для } x < \xi \\ \rho & \text{для } x > \xi, \end{cases} \\ A &= \begin{cases} 0 & \text{для } x < \xi \\ 1 & \text{для } x > \xi. \end{cases} \end{aligned}$$

Уравнение диффузии решается в области $\xi < x < \infty$.

При $x = \xi$ задаются следующие условия:

$$\begin{aligned} \theta(\xi - 0) &= \theta(\xi + 0), \\ \alpha_1 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{\xi - 0} &= \frac{x}{\beta} \frac{d\xi}{dt} + \frac{c}{\rho} f(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{\xi + 0}, \\ \rho \alpha \eta(t, \xi) \frac{d\xi}{dt} &+ f(\theta) \frac{\partial \eta}{\partial x} \Big|_{\xi + 0} = 0, \\ 1 - \eta(t, \xi) &= \left(1 - \eta(t, \xi) + \frac{1}{\mu} \eta(t, \xi) \right) e^{\frac{\theta(t, \xi)}{1 + \beta \theta(t, \xi)}}. \end{aligned}$$

При $x \rightarrow \infty$ $\eta \rightarrow 1$, $\theta \rightarrow \theta_*$;

$$\begin{aligned} \theta(0, x) &= \begin{cases} \theta_n & \text{при } x < \xi \\ \theta_* & \text{при } \xi < x < \infty, \end{cases} \\ \eta(0, x) &= 1. \end{aligned}$$

Функция $\chi(\theta, \eta)$ определяется из уравнения состояния для идеального газа

$$\chi(\theta, \eta) = \frac{\pi}{(1 + \beta \theta) \left(1 - \eta + \frac{\eta}{\mu} \right)}.$$

Требуется определить профили температур $\theta(t, x)$ и концентраций $\eta(t, x)$, $\theta(t, \xi)$, $\eta(t, \xi)$, $\xi(t)$, константу Срезневского $K = \xi(t) \frac{d\xi}{dt}$, критическое значение критерия Франк-Каменецкого δ , t — время жизни

капли, $\left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=\xi+0}$ — тепловой поток через границу, координату $\max_{0 < x < \infty} \theta(x)$.

Для решения этой задачи использовался метод выпрямления фронта фазового перехода путем перехода в подвижную систему координаты, движение которой связано с изменением границы капли следующим образом:

$$y = \frac{x}{\xi(t)}.$$

Система уравнений (7) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{a}{\xi^2 y^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(y^2 \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{y}{\xi} \frac{d\xi}{dt} \frac{\partial \theta}{\partial y}, \quad 0 < y < 1, \\ \chi(\theta, \eta) \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{a}{\xi^2 y^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(y^2 f(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \\ + \left(\chi y + \frac{\rho}{y^2} \right) \frac{1}{\xi} \frac{d\xi}{dt} \frac{\partial \theta}{\partial y} + A \delta \chi(\theta, \eta) F(\theta, \eta), \quad 1 < y < \infty, \quad (8) \\ \chi(\theta, \eta) \frac{\partial \eta}{\partial t} &= \frac{1}{\alpha \xi^2 y^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(y^2 f(\theta) \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) + \\ + \left(\chi y + \frac{\rho}{y^2} \right) \frac{1}{\xi} \frac{d\xi}{dt} \frac{\partial \eta}{\partial y} + A \gamma \delta \chi(\theta, \eta) F(\theta, \eta). \end{aligned}$$

Полученную после преобразования систему (8) с помощью неявной разностной схемы аппроксимируем системой алгебраических уравнений. Поскольку коэффициенты уравнения зависят от искомого функций, естественно вести счет с итерациями, вычисляя коэффициенты на том временном слое, где искомые величины подлежат определению.

Так как в задаче об испарении капли профили температур и концентраций меняются очень плавно, а величины $\theta(t, \xi)$, $\eta(t, \xi)$ и $K = \xi \frac{d\xi}{dt}$ быстро устанавливаются (рис. 2), то можно вести счет без итераций. Получается хорошее совпадение (табл. 2). Решение задачи о воспламенении при $\delta < \delta_{кр}$ сходится к решению задачи об испарении, при $\delta > \delta_{кр}$ происходит быстрый срыв (см. рис. 2). И в том и в другом

Таблица 2

Сравнение результатов счета с итерациями и без них

Параметры	t	$\theta(t, \xi)$	$\eta(t, \xi)$	$\xi(t)$	$K = \xi \frac{d\xi}{dt}$	$\frac{d\xi}{dt}$	Счет
$\alpha = 1, \alpha_1 = 0,001,$ $\beta = 0,067, \kappa = 0,5,$ $c = 0,65, \rho = 1150,$ $\mu = 0,092, \lambda = 1,$ $\pi = 3, \theta_n = -5,66,$ $\theta_* = 0,2$	2400	-1,42	0,770	0,307	$0,233 \cdot 10^{-3}$	$0,761 \cdot 10^{-3}$	С итерациями
	2400	-1,43	0,771	0,309	$0,232 \cdot 10^{-3}$	$0,750 \cdot 10^{-3}$	Без итераций
$\alpha = 1, \alpha_1 = 0,001,$ $\beta = 0,017, \kappa = 0,62,$ $c = 0,5, \rho = 1000,$ $\mu = 0,39, \lambda = 1,$ $\pi = 3, \theta_n = -14, \theta_* = 20$	400	-2,34	0,803	0,967	$0,207 \cdot 10^{-3}$	$0,214 \cdot 10^{-3}$	С итерациями
	400	-2,36	0,807	0,967	$0,213 \cdot 10^{-3}$	$0,220 \cdot 10^{-3}$	Без итераций

случае отсутствие итераций, как показала проверка, не вносит значительной ошибки.

Переменный шаг τ по времени выбирается из условия [5]

$$\varepsilon_1 \leq \exp \left(\frac{\theta_i^n}{1 + \beta \theta_i^n} - \frac{\theta_i^{n+1}}{1 + \beta \theta_i^{n+1}} \right) \leq \varepsilon_2$$

(в задаче об испарении капли $i=k$, где k — номер точки фазового перехода, в задаче о воспламенении $\theta_i^{n+1} = \max_{k < i < N} \theta_k^{n+1}$).

Такой выбор шага τ позволяет вести счет до сколь угодно малых значений $\xi(t)$ и приводит к значительному сокращению машинного времени. Начинаем счет с мелким шагом τ , в области малых изменений функций шаг увеличивается, а затем уменьшается по мере приближения $\xi(t)$ к нулю или быстрого роста $\theta(t, x)$. В задаче использовался неравномерный шаг по пространству $h_i = b^i h$ ($i=0, 1, \dots, N-1$), где b — специально подобранная константа (бралось $1 \leq b < 1.02$), h — шаг справа у границы капли. Сходимость разностной задачи к дифференциальной проверялась сравнением решения, полученного конечно-разностным методом, с аналитическим решением для стационарной задачи в случае чистого испарения.

Первоначально была предпринята попытка решить задачу методом, предложенным в работе [6]. У границы $\xi(t)$ выбирались два нестандартных шага h_1 и h_2 , за изменением которых приходилось следить и по мере продвижения границы добавлять новые узлы в одной области, соответственно уменьшая количество узлов в другой. В ближайших к границе узловых точках $k-1$ и $k+1$ (считаем, что граница в k -й точке) функции интерполировались по значениям в $k-2$ -й, k -й и $k+2$ -й точках. Этот метод дал хорошие результаты при рассмотрении термографии фазового перехода [6]. Результаты счета этим методом задачи о капле оказались неудовлетворительными. Каждый раз при появлении нового или исчезновении старого узла температура на границе капли $\theta(t, \xi)$ падала, а затем снова начинала подниматься. Такое же волнообразное изменение претерпевала концентрация $\eta(t, \xi)$ и скорость движения границы $\frac{d\xi(t)}{dt}$. Процесс испарения искусственно замедлялся, получалась значительная ошибка в определении времени существования капли.

Результаты, полученные методом выпрямления фронта фазового перехода, хорошо согласуются с экспериментом. Таким образом, из четырех разобранных выше методов наиболее удобными являются методы сквозного счета и выпрямления фронтов. Они не только удобнее для программирования, благодаря своей логической простоте, но и дают экономию машинного времени. Причем метод выпрямления фронтов пригоден для решения систем уравнений и задач с более общими условиями на фронтах, чем те, которые позволяют применять метод сглаживания коэффициентов.

Поступила в редакцию
20/VI 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. М. Будаков, Е. Н. Соловьева, А. Б. Успенский. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1965, 5, 5, 828.
2. А. А. Самарский, Б. Д. Моисеенко. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1965, 5, 5, 816.

3. Б. М. Будаков, Ф. П. Васильев, А. Б. Успенский. В сб. «Численные методы в газовой динамике». Вып. IV. М., Изд-во МГУ, 1965.
4. О. А. Олейник. Докл. АН СССР, 1960, 135, 5.
5. В. Т. Гонтковская. Тепло- и массоперенос. Т. VI. Минск, изд-во «Наука и техника», 1966.
6. А. Г. Мержанов, Н. И. Дураков и др. ЖФХ, 1966, X, 4, 811.

УДК 536.46

О РАЗНОСТНОМ СЧЕТЕ ЗАДАЧ ЗАЖИГАНИЯ И ГОРЕНИЯ С УЧЕТОМ ГИДРОДИНАМИКИ

К. Г. Шкадинский

(Москва)

Для описания процессов зажигания и горения газов с учетом гидродинамики необходимо находить решение следующей системы дифференциальных уравнений для конкретных начальных и краевых условий:

закон сохранения массы

$$\frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial m} = 0,$$

уравнение движения

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \pi \frac{\partial p}{\partial m} = \text{Pr} \frac{\partial}{\partial m} \left(\frac{1}{V} \frac{\partial u}{\partial m} \right),$$

закон сохранения тепловой энергии

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + kp \frac{\partial u}{\partial m} = \frac{\partial}{\partial m} \left[\frac{(1 + \beta \theta)^s}{V} \frac{\partial \theta}{\partial m} \right] + F, \quad (1)$$

закон сохранения массы одной компоненты смеси

$$\frac{\partial a}{\partial t} = L \frac{\partial}{\partial m} \left[\frac{(1 + \beta \theta)^s}{V} \frac{\partial a}{\partial m} \right] - \gamma F,$$

уравнение состояния

$$pV = (1 + \beta \theta)[a + (1 - a)/\sigma],$$

связь между лагранжевыми и эйлеровыми координатами

$$dx(m) = V dm,$$

где $F = a \exp[\theta/(1 + \beta \theta)]$, $V = 1/\rho$.

Здесь записана простейшая модель. Сплошная среда представляет собой смесь двух идеальных газов (горючая смесь и продукты реакции). Подогретая горючая смесь сгорает, превращаясь в продукты реакции и выделяя тепло. Процесс описывают законы сохранения в безразмерных переменных и уравнение состояния смеси двух идеальных газов. Запишем систему (1) в векторной форме:

$$\overline{W}'_t + A(W) \overline{W}'_m = [B(W) \overline{W}'_m]_m + \overline{F}. \quad (2)$$