

УДК 532.546

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАМКНУТОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ ТЕРМАЛЬНЫХ ВОД С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ВЛОЖЕННЫХ КОНТИНУУМОВ

В. И. Пеньковский, Н. К. Корсакова

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия
E-mails: penkov@hydro.nsc.ru, kors@hydro.nsc.ru

На основе модели пласта в виде гетерогенной структуры, состоящей из непересекающихся континуумов, один из которых вложен в другой, исследуется случай двумерного движения термальных вод под действием двух скважин, составляющих разнесенный диполь. Выполнены расчеты для конкретных физических параметров пласта и действующих скважин.

Ключевые слова: фильтрация, вложенные континуумы, термальные воды, замкнутая циркуляция, разнесенный диполь.

DOI: 10.15372/PMTF20210317

Введение. Как известно, использование угля, нефти и газа в качестве основных энергоносителей приводит к истощению месторождений невозобновляемых видов углеводородов. В этой ситуации представляется актуальным более широкое использование термальных вод. В России термальные воды применяются на территории Соловецкого архипелага, берегах р. Анадырь и других территориях [1–3]. В Сибири термальные воды расположены на глубине 600 ÷ 900 м и их температура иногда превышает 90 °С. Геотермический градиент характеризуется изменением температуры в среднем на 30 °С при изменении глубины залегания породы на 1 км. Ряд участков Кузбасса входит в число территорий, где наблюдается высокая температура термальных вод. В настоящее время активно проводятся исследования проблем моделирования процессов движения термальных вод и их использования [4, 5].

Главной проблемой, возникающей при проектировании установок, предназначенных для использования подземных термальных вод, является обеспечение режима замкнутой циркуляции воды. В термальных водах часто содержатся различные токсичные химические соединения, сброс которых в природные водные системы, расположенные на поверхности земли, крайне нежелателен.

В данной работе рассматриваются модельные задачи о переносе тепловой энергии термальными водами в режиме замкнутой циркуляции с использованием представлений о водоносном пласте как о гетерогенной структуре, состоящей из двух сплошных континуумов, один из которых вложен в другой [6].

1. Замкнутая циркуляция термальных вод. Рассмотрим простейшую модельную задачу о циркуляции термальных вод в случае одномерного движения в конечном

напорном пласте. Обозначим через L , M длину и мощность пласта соответственно. Пусть $Q_1 = vM$ — объем откачиваемой или закачиваемой воды, рассчитанный на единицу ширины пласта H ; T_c , T_0 — температура закачиваемой и откачиваемой воды соответственно; T_a — геотермальная начальная температура на заданной глубине залегания пласта; v — скорость фильтрации. Если в пласте отсутствуют дополнительные источники или стоки, то вместо расходов можно использовать значения напора $h(x) = \Delta h/2 - x \Delta h/L$. Во входном $x = 0$ и выходном $x = L$ сечениях выполняются равенства $h = \Delta h/2$ и $h = -\Delta h/2$ соответственно ($\Delta h = LQ/(2kM)$; k — коэффициент фильтрации пласта).

С учетом кинетики внутреннего теплообмена между насыщенным термальной водой поровым пространством пласта и неподвижным скелетом породы, а также притока тепла через кровлю и подошву пласта из окружающих пород система уравнений теплопереноса в каждом континууме имеет вид

$$\begin{aligned} -mD \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + c\rho \frac{\partial(Tv)}{\partial x} + mc\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{T - T_s}{\alpha_s} &= mq_a, \\ -(1-m)D_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + (1-m)c_s\rho_s \frac{\partial T_s}{\partial t} - \frac{T - T_s}{\alpha_s} &= (1-m)q_a. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь D , T , m , ρ , c , v , x , t — теплопроводность, температура, пористость пласта, плотность, теплоемкость, скорость фильтрации, координата и время соответственно; величины с индексом s соответствуют скелету породы. Будем полагать, что источники тепла, поступающего из окружающих пород через кровлю и подошву пласта, пропорциональны разности температуры окружающих пород T_a и текущей температуры воды в пласте T :

$$q_a = \alpha_a(T_a - T).$$

Первые слагаемые в уравнениях системы (1) характеризуют процесс внешней диффузии тепла, вторые слагаемые (при $v_s = 0$) — процесс конвективного переноса, третьи слагаемые — изменение во времени внутренней тепловой энергии континуумов. Интенсивность внутреннего теплообмена между континуумами пропорциональна разности локальных температур. Поскольку теплообмен происходит на расстояниях, соизмеримых с размером пор, и существенно зависит от площади их удельной поверхности, в системе (1) величину α_s можно считать малой, следовательно, $T_s \approx T$.

С учетом принятых предположений система уравнений (1) преобразуется к уравнению общего конвективно-диффузионного переноса тепла по всему сечению пласта:

$$-[(1-m)D_s + mD] \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + c\rho \frac{\partial(Tv)}{\partial x} + [mc\rho + (1-m)c_s\rho_s] \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_a(T_a - T). \quad (2)$$

Уравнение (2) должно быть дополнено уравнением кинетики быстрого теплообмена между скелетом породы и движущейся в нем воды [7–10]

$$(1-m)c_s\rho_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{T - T_s}{\alpha_s}. \quad (3)$$

Это уравнение получается из второго уравнения системы (1) в результате его формального разложения по малому параметру α_s с сохранением двух членов. Уравнение (3) описывает кинетику процесса внутренней диффузии тепла с коэффициентом диффузии $D_i = r_i/\alpha_s$ (r_i — средний радиус пор породы). Правая часть уравнения (3) характеризует обмен теплом между континуумами (скелетом породы и пластовой водой).

Пусть начальная температура пласта равна T_a . Закачка воды с заданной температурой $T_c < T_a$ осуществляется через сечение $x = 0$. В сечении $x = L$ осуществляется ее откачка с таким же дебитом Q . Температура откачиваемой воды определяется в процессе

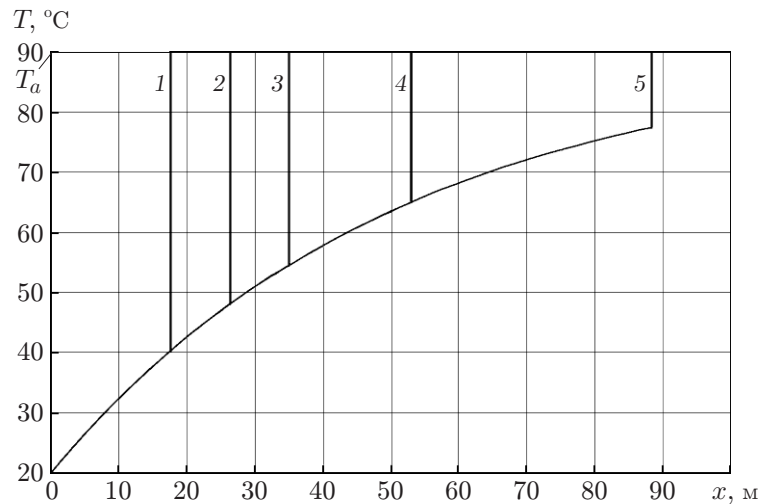


Рис. 1. Распределение температуры и положение фронта зоны охлаждения в различные моменты времени после начала закачки:

1 — $t = 10$ сут, 2 — $t = 15$ сут, 3 — $t = 20$ сут, 4 — $t = 30$ сут, 5 — $t = 50$ сут

установления замкнутой циркуляции. Пренебрегая в уравнении (2) первым членом, описывающим процесс внешней диффузии тепла в континуумах, и полагая скорость фильтрации постоянной, запишем соотношения на характеристиках уравнения переноса

$$\frac{dx}{vc\rho} = \frac{dt}{mc\rho + (1-m)c_s\rho_s} = \frac{dT}{\alpha_a(T_a - T)}. \quad (4)$$

Фронт зоны охлаждения определяется характеристикой $x = x_*(t)$, выходящей из точки $x = 0$, $x_*(t) = vt/[m + (1-m)\delta_1]$, где $\delta_1 = c_s\rho_s/(c\rho)$. Этот фронт отстает от фронта закачиваемой воды $x_v(t) = vt/m$. Величина расширяющейся во времени зоны нагрева закачиваемой воды определяется разностью координат фронтов:

$$x_v(t) - x_*(t) = \frac{vt}{m} \frac{(1-m)\delta_1}{m + (1-m)\delta_1}.$$

Путем интегрирования соотношений (4) с учетом краевого условия находим распределение температуры в области $0 \leq x < x_*(t)$: $T = T_a - (T_a - T_c)e^{-\alpha_a^1 x}$ ($\alpha_a^1 = \alpha_a L/(c\rho k\Delta h)$). В интервале $x_*(t) \leq x \leq L$ температура остается начальной: $T = T_a$.

Установившийся режим замкнутой циркуляции достигается при следующем соотношении параметров процесса переноса тепла:

$$\frac{T_a - T_0}{T_a - T_c} = e^{-\alpha_a^1 L}. \quad (5)$$

На рис. 1 показано распределение температуры в пласте и положение фронта зоны охлаждения в моменты времени после начала закачки $t = 10, 15, 20, 30, 50$ сут. Длина каждого вертикального отрезка соответствует величине скачка температуры на фронте зоны охлаждения.

Расчеты проводились при следующих значениях параметров: $T_c = 20$ °C, $T_0 = 80$ °C, $T_a = 90$ °C, $L = 100$ м, $M = 5$ м, $Q_1 = 5$ м²/сут (на единицу ширины пласта), $v = 1$ м/сут, $\rho_s = 2400$ кг/м³, $\rho = 1000$ кг/м³, $c_s = 0,8$ кДж/(кг·К), $c = 4,2$ кДж/(кг·К), $m = 0,2$.

Поскольку $\delta_1 = 0,457$, координата фронта зоны охлаждения $x_* = 0,354x_v$ приблизительно в три раза меньше координаты фронта закачиваемой воды. Условие замкнутости

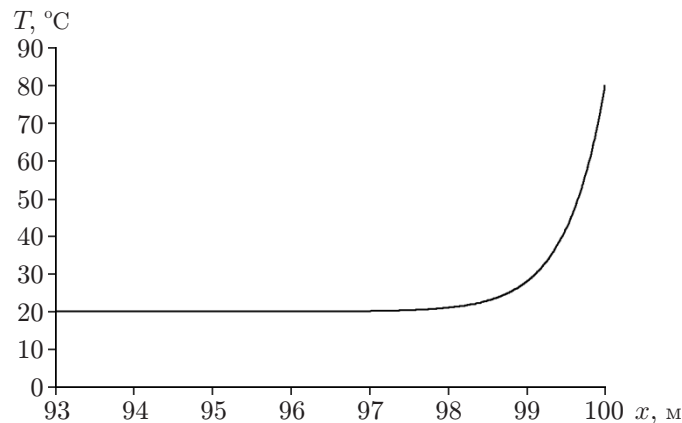


Рис. 2. Распределение температуры на выходе из пласта

циркуляции (5) принимает вид $\alpha_a^1 L = \ln 7 = 1,946$. Из этого условия и рис. 1 следует, что для пласта длиной $L = 100$ м замкнутый режим достигается после вытеснения в течение 56,4 сут. Кроме того, при увеличении параметра притока тепла и соответствующем уменьшении расстояния между скважинами может реализоваться режим замкнутой циркуляции.

Разделив все слагаемые уравнения (2) на теплоемкость и плотность с учетом закона сохранения массы воды, получаем уравнение проводимости для температуры

$$-[D] \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + v \frac{\partial T}{\partial x} + m_1 \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_a^1 (T_a - T).$$

Здесь $m_1 = m + (1 - m)\delta_1$; $[D] = (1 - m)D_s + mD$. Для описания установившегося режима замкнутой циркуляции термальной воды выполним замену искомой функции $T(x) = T_a - R(x)e^{\beta x}$. В результате преобразований имеем уравнение $d^2 R/dx^2 - \gamma^2 R = 0$, где $\gamma^2 = v^2/(4[D]^2) + \alpha_a^1/[D]$. В рассматриваемом примере $[D] = 0,082$ м²/сут, $\beta \approx \gamma = 6,1$ м⁻¹. С учетом краевых условий $T(0) = 20$ °С, $T(100) = 80$ °С получаем формулу $T(x) = 20 + 60 e^{-12,2(100-x)}$, из которой следует, что молекулярная диффузия оказывает незначительное влияние на сглаживание разрыва температуры. Рассмотрим случай, когда учитывается фильтрационная дисперсия и $[D] = \lambda_L v$ (λ_L — коэффициент дисперсии). Размерность фильтрационной дисперсии совпадает с размерностью молекулярной диффузии, однако по величине она на порядок больше. Принимая $\lambda_L = 1$ м, $v = 1$ м/сут и проводя аналогичные вычисления, получаем формулу $T(x) = 20 + 60 e^{-2,017(100-x)}$. В этом случае длина фронта области сглаживания составляет $6 \div 7$ м. Распределение температуры на выходе из пласта представлено на рис. 2.

2. Плоская задача о замкнутой циркуляции. Разнесенный диполь. Распределение давления однородной жидкости в бесконечном по протяженности пласте при наличии разнесенного диполя в виде двух полюсов, расположенных в точках $z = \pm a$, определяется потенциалом течения в виде

$$h(z) = \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{z - a}{z + a}, \quad z = x + iy. \quad (6)$$

Величина давления измеряется в метрах столба воды.

Так как скорость течения определяется производной потенциала по переменной z , то, проводя дифференцирование в представлении (6), можно показать, что в случае разнесенного диполя скорость уменьшается с увеличением расстояния от центра диполя как

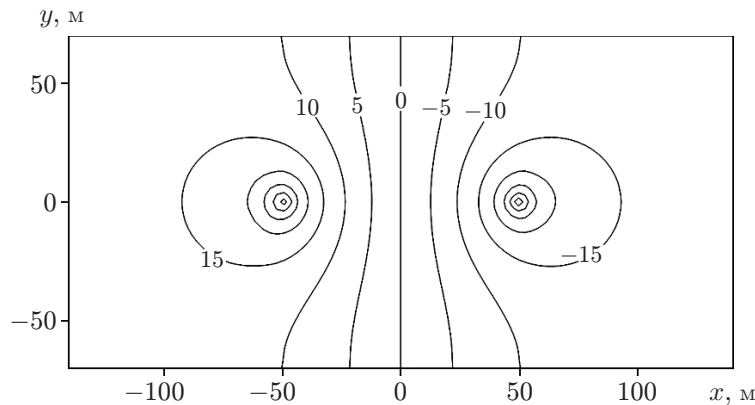


Рис. 3. Распределение давления h (м вод. ст.) при наличии диполя

функция $|z|^{-2}$. Это позволяет проводить численные расчеты в ограниченной по протяженности области пласта.

Распределение давления в пласте при наличии n диполей представляется в виде

$$h(z) = \frac{1}{2\pi kM} \sum_1^n Q_j [\ln(z - a_j) - \ln(z + a_j)].$$

Рассмотрим установившуюся фильтрацию, вызванную наличием разнесенного диполя. Путем его многократного зеркального отражения от боковых границ области получаем схему разработки реального пласта системой бесконечных цепочек нагнетательных и эксплуатационных скважин. Содержащиеся в пласте жидкости будем считать однородным флюидом с некоторыми средними характеристиками. Наибольшие градиенты давления (гидравлические уклоны) находятся на отрезке, соединяющем точки, в которых расположены центры скважин (плече диполя).

Полный перепад давления на расстоянии между скважинами, составляющими разнесенный диполь, равен Δh . На рис. 3 показаны изолинии давления в пласте в случае установившейся фильтрации, вызванной действием разнесенного диполя. Видно, что в окрестности срединной линии вертикальная составляющая вектора скорости близка к нулю.

Выражение для потенциала течения на оси x имеет вид

$$h = \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{x - a}{x + a}.$$

Средняя величина гидравлического уклона определяется интегралом

$$\left\langle \frac{\partial h}{\partial x} \right\rangle = \frac{Q}{2\pi kM} \frac{1}{2a} \int_{a+r_c}^{a-r_c} \left(\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x+a} \right) dx.$$

Здесь r_c — радиус скважины. Выполняя интегрирование, получаем

$$\left\langle \frac{\partial h}{\partial x} \right\rangle = \frac{Q}{2\pi kaM} \ln \frac{2a}{r_c}.$$

Дебит скважин определяется формулой $Q_1 = Q/H$, где H — ширина пласта. Перепад давления между скважинами равен $\Delta h = LQ_1/(kM)$ ($L = 2a$ — плечо диполя; $i_0 = \Delta h/L = 2,0$ при $H = 25$ м).

Рассмотрим задачу для реального пласта с исходными параметрами, имеющими следующие значения: $M = 5$ м, $a = 50$ м, $k = 0,2$ м/сут, $r_c = 0,1$ м, $Q = 50$ м³/сут. Подставляя эти значения в формулу для среднего значения гидравлического уклона, находим $i_0 = \langle \partial h / \partial x \rangle = 0,73$.

Компоненты скорости фильтрации вычисляются дифференцированием потенциала (6) по формуле

$$u - iv = -k \frac{dh}{dz} = -\frac{Q}{2\pi M} \left(\frac{1}{z-a} - \frac{1}{z+a} \right).$$

В окрестности полюса, расположенного в точке с координатами $(a, 0)$, имеем $z = a + r_c e^{i\varphi}$, где φ — угол между радиус-вектором и осью x . Следовательно,

$$u - iv = \frac{Q}{2\pi M} \frac{1}{r_c} (\cos \varphi - i \sin \varphi),$$

откуда, отделяя действительные и мнимые части, для компонент скорости в скважине получаем

$$u = \frac{Q}{2\pi M r_c} \cos \varphi, \quad v = \frac{Q}{2\pi M r_c} \sin \varphi.$$

Значения угла φ находятся в интервале $(0, 2\pi)$.

Аналогично проводятся расчеты для другой особой точки — полюса, расположенного в точке с координатами $(-a, 0)$.

Вычисляя средние значения $\langle \cos \varphi \rangle = \langle \sin \varphi \rangle = 1/\sqrt{2}$, получаем средние значения притока (оттока) в полюсах:

$$\langle u \rangle = \frac{\pm Q}{2\pi M r_c \sqrt{2}} = \langle v \rangle.$$

В остальных точках компоненты скорости вычисляются по формулам

$$u(x, y) = -\frac{Qa}{\pi M} \frac{x^2 - y^2 - a^2}{(x^2 - y^2 - a^2)^2 + 4x^2y^2}, \quad v(x, y) = \frac{Qa}{\pi M} \frac{2xy}{(x^2 - y^2 - a^2)^2 + 4x^2y^2}.$$

Для определения поля температуры используется двумерный аналог уравнения (2), в правую часть которого добавлены две дельта-функции в полюсах:

$$-[D] \Delta T + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + [m_1] \frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_a^1 (T_a - T) + \frac{Q}{M} [T_c \delta(z+a) - T \delta(z-a)]. \quad (7)$$

Уравнение (7) решается в прямоугольной области со сторонами длиной L и шириной H . Ставится начальное условие $t = 0$: $T = T_a = 90$ °С. В качестве краевого условия задается равенство нулю производной от температуры по нормали к внешнему контуру расчетной области.

Добавленные дельта-функции в точках, где расположены полюсы диполя, представляют собой поток тепла (температуры) $-20Q/M$ через контур скважины в точке $x = -a$ и отбор тепла скважиной в точке $x = a$ в виде потока с переменной температурой QT/M . Дельта-функции размазываются по окрестностям полюсов.

Для оценки величины входящего в правую часть уравнения (5) параметра α_a^1 можно использовать соотношение, представляющее собой баланс между потоками тепла (температуры) в скважину и из нее и осредненным по площади потоком тепла из окружающих пласт пород. Это соотношение можно записать в виде $(-20Q/M + 80Q/M)/(LH) = 10\alpha_a^1$, откуда следует $\alpha_a^1 = 6Q/(MLH)$.

Коэффициент молекулярной диффузии на порядок меньше величины фильтрационной дисперсии. Кроме того, как известно, в процессе фильтрации преобладает продольная дисперсия [6]. Если течение термальных вод имеет пространственный характер [9], то необходимо учитывать полный тензор дисперсии. В случае плоского движения дисперсия в направлениях осей x и y определяется формулами

$$D_{xx} = \alpha_L \frac{u^2}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \quad D_{yy} = \alpha_L \frac{v^2}{\sqrt{u^2 + v^2}}.$$

Складывая D_{xx} и D_{yy} , получаем $D_{xx} + D_{yy} = \alpha_L |\mathbf{V}|$, где \mathbf{V} — вектор с проекциями u, v , т. е. $|\mathbf{V}| = \sqrt{u^2 + v^2}$. Полагая в уравнении (7) $[D] = D_{xx} + D_{yy}$, имеем обобщение одномерной дисперсии температуры на случай двумерного процесса.

3. Численные расчеты. Задача (7) о конвективно-дисперсионном распределении температуры решалась с использованием метода сосредоточенных масс [10]. Расчет параметров установившегося замкнутого режима циркуляции проводился методом установления. При больших числах Пекле в численных реализациях обычно возникают осцилляции решения, которые можно устранить, в частности, путем применения схем с противотоковыми весами. Расчеты показывают, что уменьшение осцилляций достигается также за счет наличия потока тепла в пласт из окружающих пород.

В начальный момент температура потока принималась равной значению температуры пласта $T_a = 90$ °С, коэффициент продольной дисперсии $\alpha_L = 1$ м, расстояние между

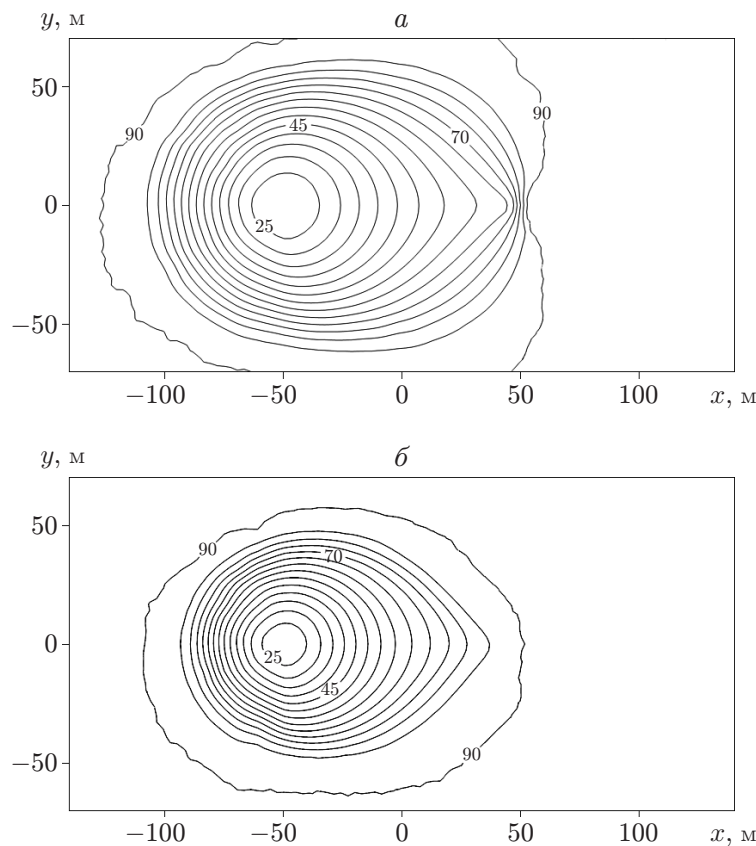


Рис. 4. Распределение температуры T (°С) в режиме установившейся тепловой циркуляции:

a — $\alpha_a^1 = 0,001$, $T_0 = 76$ °С, b — $\alpha_a^1 = 0,002$, $T_0 = 84,7$ °С

скважинами $L = 98$ м, размеры области 240×120 м. Остальные значения параметров были такими же, как в одномерной задаче. Предварительно найдено распределение давления при наличии разнесенного диполя, что позволило рассчитать поле скоростей для задачи теплопроводности. Изолинии давления в установившемся режиме приведены на рис. 3.

На рис. 4 показано распределение температуры, полученное при значениях $\alpha_a^1 = 0,001$; $0,002$. В тот момент, когда реализуется установившийся режим, температура в добывающей скважине принимает значения $T_0 = 76,0$; $84,7$ °С соответственно. Следовательно, необходимый тепловой режим обеспечивается при $\alpha_a^1 \geq 0,0015$.

Заключение. С использованием метода непрерывных континуумов, один из которых вложен в другой, предложены постановки и получены численные решения задачи об установившейся замкнутой циркуляции термальных вод. Вследствие высокой скорости процесса внутреннего обмена энергией между неподвижным скелетом и подвижной водой по сравнению с внешней диффузией тепла фронт зоны охлаждения (или нагрева) пласта отстает от фронта закачиваемой воды. Таким образом, известное явление запаздывания [5] моделируется естественным образом и не требует формулировки дополнительных предположений. Схему эксплуатации пласта галереями скважин целесообразно представлять в виде системы разнесенных диполей. В этом случае происходит более полное вытеснение жидкостей и оцениваются размеры области, в которой движение близко к одномерному. При этом компоненты скорости фильтрации вычисляются по аналитическим формулам. Расчеты показывают, что анализ влияния параметров задачи позволяет выбрать оптимальное расстояние между рядами скважин.

Результаты проведенных исследований могут быть использованы при проектировании способов разработки пластов с термальными водами.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Дворов И. М.** Глубинное тепло Земли. М.: Наука, 1972.
2. **Мархинин Е. К.** Гидротермы Курильских островов / Е. К. Мархинин, Д. С. Стратула. М.: Наука, 1977.
3. **Пийп Б. И.** Термальные ключи Камчатки. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1937.
4. **Алхасов А. Б.** Возобновляемая энергетика. М.: Физматлит, 2010.
5. **Zhou Xun, Zhao Jangbo, Li Jingwei, et al.** Numerical modeling of 3D transient groundwater flow and heat transport of geothermal fields of low to moderate temperature // Proc. of the World geothermal congress-2015, Melbourne (Australia), 19–25 Apr. 2015. Melbourne: Intern. Geothermal Assoc., 2015.
6. **Рубинштейн Л. И.** К вопросу о распространении тепла в гетерогенных средах // Изв. АН СССР. Сер. геогр. 1948. Т. 12, № 1. С. 27–45.
7. **Полубаринова-Кочина П. Я.** Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977.
8. **Данаев Н. Т.** Многофазная фильтрация и электромагнитное зондирование скважин / Н. Т. Данаев, Н. К. Корсакова, В. И. Пеньковский. Алматы: Эверо, 2014.
9. **Pen'kovskii V. I., Korsakova N. K.** Modeling the closed circulation of thermal water // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. V. 1382. P. 012031-1–012031-6. DOI: 10.1088/1742-6596/1382/1/012031.
10. **Sun N. Z., Yeh W. W.-G.** A proposed upstream weight numerical method for simulating pollutant transport in groundwater // Water Resources Res. 1983. V. 19, N 6. P. 1489–1500.

*Поступила в редакцию 20/II 2021 г.,
после доработки — 12/III 2021 г.
Принята к публикации 29/III 2021 г.*