

Для сверхкритических волн  $\kappa(T)$  в основном характеризуется росселандовым пробегом — о распределении было сказано в [1, 3].

Несколько слов по поводу реализации ударных волн сверхкритической амплитуды. Ударная волна должна возникать, если к тому располагают условия, в частности граничные. Например, если за волной действует «поршень», который толкает газ с большой скоростью, превышающей сверхкритическую величину, непременно пойдет ударная, а не тепловая волна\*. Волны сверхкритической амплитуды могут получаться при взрывах достаточно большой мощности, а также в газе пониженной плотности, где критический переход осуществляется при более низких температурах за фронтом, т. е. для более слабых волн.

Поступила 21 X 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Изд. 2-е. М.: Наука, 1966.
2. Зельдович Я. Б. Ударные волны большой амплитуды в газах.— ЖЭТФ, 1957, т. 32, с. 1126.
3. Райзер Ю. П. О структуре фронта сильных ударных волн в газах.— ЖЭТФ, 1957, т. 32, с. 1528.
4. Райзер Ю. П. О яркости фронта сильных ударных волн.— ЖЭТФ, 1957, т. 33, с. 101.
5. Zinn J., Anderson R. C. Structure and luminosity of strong shock waves in air.— Phys. Fluids, 1973, vol. 16, N 10.
6. Александров В. В., Котеров В. Н. Применение метода сферических гармоник к исследованию структуры ударной волны в сером излучающем газе. М.: ВЦ АН СССР, 1974.
7. Кузнецов Н. М. Термодинамические функции и ударные адиабаты воздуха при высоких температурах. М.: Машиностроение, 1965.
8. Goulard R., Nelson H. F. Numerical convergence of highly radiating shock waves—Chapin's multiplying factors.— В кн.: Труды секции по численным методам в газовой динамике второго международного colloквиума по газодинамике взрыва и реагирующих систем. М.: ВЦ АН СССР, 1971.
9. Гольдин В. Я., Четверушкин Б. Н. Методы расчета переноса излучения в одномерных задачах низкотемпературной плазмы: Препринт № 2. М.: ИПМ АН СССР, 1970.
10. Четверушкин Б. Н. Об одном методе совместного решения уравнения энергии и уравнения переноса излучения.— ЖВММФ, 1970, т. 10, с. 1290.
11. Немчинов И. В., Светцов В. В., Шувалов В. В. О структуре прогревного слоя перед фронтом сильной интенсивно-излучающей ударной волны.— ПМТФ, 1978, № 5.

УДК 534.222.2

### ИЗЛУЧЕНИЕ УПРУГОЙ ВОЛНЫ ПРИ ВЗРЫВЕ В ПЕРЕМЕННО-УПЛОТНЯЕМОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

*А. А. Зверев, Е. Е. Ловецкий, В. С. Фетисов*

(Москва)

Вопрос об излучении упругой волны при камуфлетном взрыве рассматривался в ряде работ [1—3]. Наиболее детальные расчеты приведены в [3], где исследовалась задача о расширении газовой полости в упругопластической дилатирующей среде. В [3] принималось, что на фронте волны разрушения происходит постоянное необратимое уплотнение среды. Такое приближение не позволяет учесть обратного влияния излучаемой упругой волны на параметры волны разрушения в случае не слишком больших уплотнений.

В данной работе проводится расчет параметров излучаемой при камуфлетном взрыве упругой волны для случая, когда уплотнение вещества на фронте волны разрушения является переменным.

\* Заметим, что в [11] решалась задача о лучистом теплообмене в волне, движимой поршнем, для докритической амплитуды.

Источник движения среды — газ, находящийся в полости, радиус которой в начальный момент времени равен  $a_0$ . Давление газа в этот момент равно  $p_0$ . При  $t > 0$  от полости начинает распространяться сферическая ударная волна. Первоначально скорость распространения ударной волны превышает скорость продольных волн в среде. На фронте волны происходит мгновенное уплотнение среды за счет выборки пор. Степень сжатия среды на фронте будем характеризовать уплотнением  $\varepsilon(R) = 1 - \rho_0/\rho(R)$ , где  $R$  — радиус фронта ударной волны,  $\rho_0$  — начальная плотность среды,  $\rho(R)$  — плотность, достигаемая на фронте. Предполагается, что после уплотнения сразу же происходит разрушение среды. За фронтом ударной волны, который совпадает с фронтом волны разрушения, происходит пластическое течение среды, сопровождающееся изменением плотности за счет эффекта дилатансии [3—5]. При этом не учитывается сжимаемость кусков раздробленной среды. Заметим, что подобную картину для описания расширения полости и движения фронта ударной волны можно использовать только до тех пор, пока скорость фронта превышает скорость распространения продольных волн. На этой стадии движение среды описывается уравнениями движения, непрерывности и уравнением дилатансионного изменения объема

$$(1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2}{\rho} \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho u) &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial r} + 2 \frac{u}{r} &= \Lambda \left| \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right|, \end{aligned}$$

где  $u$  — массовая скорость среды;  $\rho$  — плотность;  $\sigma_r$  и  $\sigma_\varphi$  — радиальная и азимутальная компоненты тензора напряжений;  $\Lambda$  — скорость дилатансии, которую будем считать постоянной. Предполагается, что за фронтом волны выполнено условие пластичности Прандтля

$$\sigma_r - \sigma_\varphi = k + m(\sigma_r + 2\sigma_\varphi),$$

где  $k$  и  $m$  — коэффициенты сцепления и трения соответственно. На фронте ударной волны (волны разрушения) выполняются условия сохранения массы и импульса

$$\begin{aligned} u(R) &= \varepsilon(R) \dot{R}, \\ \sigma_r(R) &= -\rho_0 \varepsilon(R) \dot{R}^2 - \sigma^*, \end{aligned}$$

где  $\dot{R}$  — скорость фронта волны разрушения;  $\sigma^*$  — прочность на раздавливание.

Условие адиабатического расширения взрывных газов дает граничное условие на стенке полости

$$\sigma_r(a) = -p_0(a_0/a)^{2\gamma},$$

где  $a$  — текущий радиус полости;  $\gamma$  — показатель адиабаты.

Для зависимости  $\varepsilon(R)$  примем выражение

$$\varepsilon(R) = \varepsilon_0(a_0/R)^\lambda \quad (\lambda > 0).$$

Далее стандартным методом можно получить камуфлетное уравнение, подобное уравнению в [5], которое в безразмерном виде выглядит следующим образом:

$$(2) \quad \begin{aligned} \frac{dy}{dx} + N(x)y &= M(x), \quad y = \dot{x}^2, \quad \ddot{x} = \frac{1}{2} \frac{\partial y}{\partial x}, \\ M(x) &= 2 \frac{(Z^\alpha - x^\alpha) \frac{k}{2m\rho_0} - x^\alpha \Sigma_r(x) - Z^\alpha \sigma^*/\rho_0}{x^{\alpha+1}}, \end{aligned}$$

$$N(x) = \frac{2n}{x} - 2 \frac{x^n [nX - \varepsilon(Z) Z^{\alpha-2(n-\lambda)}]}{Y},$$

$$X = \int_1^Z r_0^2 r^{\alpha-3-2n}(r_0) dr_0, \quad Y = \int_1^Z r_0^2 r^{\alpha-2-n}(r_0) dr_0,$$

$$\alpha = 6m/(2m+1), \quad n = (2-\Lambda)/(1+\Lambda),$$

$$x = a/a_0, \quad Z = R/a_0, \quad \Sigma_r = \sigma_r/p_0.$$

Здесь  $r(r_0)$  — зависимость эйлеровой координаты от лагранжевой, которая определяется из уравнения

$$\frac{r}{r_0} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{r_0}{r} \right)^2, \quad \rho(r) = \frac{1}{1 - \varepsilon_0 r_0^{-\lambda}} \left( \frac{r_0}{r} \right)^{2-n}.$$

В выражениях, входящих в (2),  $r$  и  $r_0$  являются безразмерными и выражены в единицах  $a_0$ ,  $\rho$  выражено в единицах  $\rho_0$ , точка означает дифференцирование по безразмерному времени  $\tau = t \sqrt{p_0/\rho_0}/a_0$ . Начальное условие для уравнения (2) имеет вид  $y(x=1) = \varepsilon_0$ . Решая уравнение (2), можно получить полное описание движения полости, фронта волны разрушения, среды между полостью и фронтом волны разрушения в рамках сформулированной модели. Это решение будет справедливо до тех пор, пока скорость фронта превышает скорость распространения продольных волн в данной среде. Величина  $\dot{R}$  со временем уменьшается и в некоторый момент времени  $t = t^*$  скорость фронта волны разрушения  $\dot{R}$  сравнивается со скоростью распространения продольных волн. В этот момент с фронта волны разрушения начинает излучаться упругая волна, распространяющаяся со скоростью  $c_l$  ( $c_l$  — продольная скорость звука в среде). Физические величины в упругой области выражаются через потенциал упругих смещений  $f(\Delta)$ ,  $\Delta = c_l t/a_0 - r/a_0$ :

$$\sigma_r^{(y)} = -\rho_0 c_l^2 \left[ \frac{\ddot{f}}{r} + 2 \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left( \frac{\dot{f}}{r^2} + \frac{f}{r^3} \right) \right] - p_h,$$

$$\sigma_\varphi^{(y)} = -\rho_0 c_l^2 \left[ \frac{\ddot{f}}{r} \frac{\nu}{1-\nu} - \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left( \frac{\dot{f}}{r^2} + \frac{f}{r^3} \right) \right] - p_h,$$

$$v^{(y)} = c_l \left( \frac{\dot{f}}{r} + \frac{f}{r^2} \right), \quad w^{(y)} = a_0 \left( \frac{\dot{f}}{r} + \frac{f}{r^2} \right), \quad \rho^{(y)} = \rho_0 \left( 1 + \frac{\ddot{f}}{r} \right),$$

здесь  $p_h$  — фоновое давление;  $w^{(y)}$  — смещение;  $v^{(y)}$  — массовая скорость среды;  $\nu$  — коэффициент Пуассона; индекс  $(y)$  означает, что соответствующие величины берутся в упругой зоне.

С учетом упругой волны условия на фронте волны разрушения принимают вид

$$u(R) = \dot{R} \varepsilon(R) + v^{(y)}(R) [1 - \varepsilon(R)],$$

$$\sigma_r(R) = \sigma_r^{(y)}(R) - \rho^{(y)}(R) \varepsilon(R) [\dot{R} - v^{(y)}(R)].$$

На фронте волны разрушения по-прежнему принимаем условие разрушения раздавливанием:

$$(3) \quad \sigma_r^{(y)}(R) = -\sigma^*.$$

Условие (3) приводит к уравнению для  $f(\Delta)$ :

$$(4) \quad \frac{\ddot{f}}{R} = \frac{\sigma^* - p_h}{\rho_0 c_l^2} - 2 \frac{1-2\nu}{1-\nu} \left[ \frac{\dot{f}}{R^2} + \frac{f}{R^3} \right].$$

Теперь переходим в уравнениях (1), которые описывают пластическое течение разрушенной среды, к лагранжевым переменным. Третье урав-

нение системы (1) дает

$$u = c(t)/r^n, \quad n = (2 - \Lambda)/(1 + \Lambda).$$

Граничные условия при  $r = R$  дают для  $c(t)$

$$(5) \quad c = R^n [R\epsilon + (1 - \epsilon)v^{(y)}(R)].$$

Тогда, подставляя выражение для  $u$  в первое уравнение системы (1), после соответствующих преобразований получим камуфлетное уравнение, справедливое для  $t > t^*$ :

$$(6) \quad \begin{aligned} A\ddot{Z} + B\dot{Z} + CZ &= D, \\ A &= \epsilon(Z)Y, \quad c_0 = \sqrt{p_0/\rho_0}, \\ B &= \left( \frac{n}{Z} \epsilon + \frac{\partial \epsilon}{\partial Z} \right) Y - nZ^n \epsilon^2 X + Z^{\alpha-n} \frac{\rho^{(y)}(Z)}{\rho_0}, \\ C &= \left[ \frac{n}{Z} (1 - \epsilon) \frac{v^{(y)}}{c_0} - \frac{v^{(y)}}{c_0} \frac{\partial \epsilon}{\partial Z} + 3(1 - \epsilon) \frac{c_l}{c_0} \frac{f}{Z^4} \right] Y - \\ &\quad - 2\epsilon(1 - \epsilon) nZ^n \frac{v^{(y)}}{c_0} X - 2\epsilon \frac{v^{(y)}}{c_0} Z^{\alpha-n}, \\ D &= \frac{Z^\alpha - r^\alpha}{Z^n} \frac{k}{3mp_0} - \frac{r^\alpha}{Z^n} \frac{\sigma^{(x)}}{\rho_0} - Z^{\alpha-n} \frac{\sigma^*}{\rho_0} + (1 - \epsilon) \frac{c_l}{c_0} \frac{f}{Z^3} Y. \end{aligned}$$

Совместное распространение волны разрушения и упругой волны полностью описывается уравнениями (4), (6). В качестве начальных значений для решения (4), (6) используются значения соответствующих величин при  $t = t^*$ . Заметим, что при постоянном уплотнении на фронте волны разрушения  $\epsilon(R) = \epsilon_0 = \text{const}$ , пренебрегая в соотношении (5) вторым слагаемым в квадратной скобке, получим уравнения, приведенные в [3]. Последнее пренебрежение справедливо лишь при условии  $R\epsilon \gg v^{(y)}$ , которое не выполняется, если величина  $\epsilon$  достаточно мала. Малость  $\epsilon$  означает, что условие  $\epsilon \gg \sigma^*/\rho c_l^2$ , при котором справедливы приведенные в [3] уравнения, не выполняется.

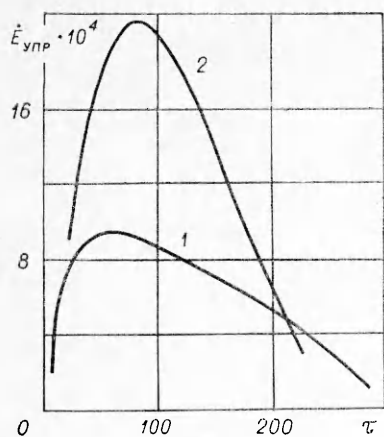
Таким образом, полученные выше уравнения описывают развитие камуфлетного взрыва и дают возможность определить характеристики упругой волны, излучаемой с фронта волны разрушения. Уравнения (2), (4) и (6) можно решить только с помощью численных методов. Перейдем к результатам численных расчетов.

В процессе решения задачи было рассчитано несколько вариантов. Во всех вариантах расчета принималось  $p_0 = 7 \cdot 10^4$  МПа,  $a_0 = 3$  м,  $\gamma = 1,4$ ,  $k = -1$  МПа,  $m = 0,1$ ,  $\Lambda = 0,07$ ,  $\sigma^* = 50$  МПа,  $\nu = 0,33$ ,  $c_l = 5000$  м/с,  $\rho_0 = 2,8$  г/см<sup>3</sup>.

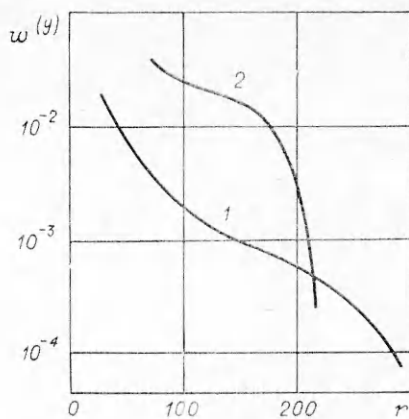
На фиг. 1 показаны графики зависимости от времени безразмерной величины  $\dot{E}_{\text{упр}}$ , где

$$\dot{E}_{\text{упр}} = 4\pi R^2 \sigma^* v^{(y)}(R),$$

$E_{\text{упр}}$  определяет величину энергии, излученной с фронта волны разрушения. Эта энергия в дальнейшем частично идет на образование остаточных упругих смещений среды, т. е. переходит в энергию остаточных упругих деформаций. Другая часть переходит в энергию сейсмической волны и уходит на бесконечность. Начальное уплотнение для кривых 1, 2 равно  $\epsilon_0 = 0,05$ . Кривая 1 соответствует постоянному уплотнению на фронте волны разрушения ( $\lambda = 0$ ), 2 — переменному уплотнению ( $\lambda = 1$ ). Следует учесть, что для кривой 2 действительные значения  $\dot{E}_{\text{упр}}$  на порядок выше, чем приведенные на фиг. 1. Из фиг. 1 видно, что в случае переменного уплотнения скорость излучения энергии с фронта волны разрушения в упругую область более чем на порядок превышает скорость излучения



Ф и г. 1

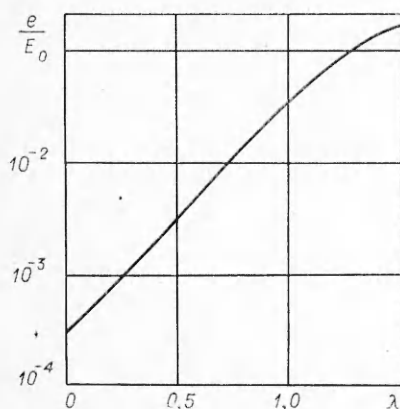


Ф и г. 2

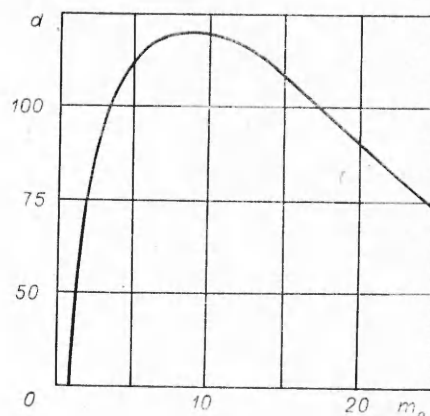
для случая  $\lambda = 0$ . Поэтому и энергия, излучаемая с фронта в упругую область при  $\lambda = 1$ , существенно превышает аналогичную величину при  $\lambda = 0$ . Этот результат связан с тем, что при  $\lambda = 1$  диссипация энергии, связанная с закрытием пор на фронте волны разрушения, уменьшается по сравнению со случаем  $\lambda = 0$ . Это приводит к увеличению размеров зоны разрушения (на одинаковые моменты времени) и, следовательно, к увеличению  $E_{упр}$ . При  $\lambda = 1$   $E_{упр}$  составляет 26% энергии взрыва, в то время как при  $\lambda = 0$  эта величина равна 2,5%. Увеличение  $E_{упр}$  в случае переменного уплотнения приводит к существенному увеличению упругих деформаций.

На фиг. 2 представлен пространственный профиль деформаций в упругой волне. Кривая 1 —  $\lambda = 0$ ,  $\epsilon_0 = 0,05$ , кривая 2 —  $\lambda = 1$ ,  $\epsilon_0 = 0,05$ . Кривые приведены на моменты времени, соответствующие остановке фронта волны разрушения.

Для сейсмологии подземного взрыва первостепенное значение имеет вопрос о величине упругой энергии, излученной на бесконечность. Эта энергия рассчитывалась аналогично работе [3]. На фиг. 3 дан график зависимости энергии, излучаемой на бесконечность, от показателя уплотнения  $\lambda$  ( $E_0$  — энергия взрыва). С увеличением  $\lambda$  от 0 до 1 величина  $e$  возрастает на два порядка. Такое возрастание излучаемой упругой энергии подтверждается следующей оценкой. Упругая энергия пропорциональна  $4\pi R^2 \sigma_r^{(y)}(R) w^{(y)}(R) \sim R^2 \sigma^* R \sigma^* / E \sim R^3$ , где  $E$  — модуль Юнга,  $R$  — характерный радиус излучателя упругих волн. Подстановка упругих радиусов из различных вариантов счета дает такой же порядок возрастания энергии с ростом  $\lambda$ . Таким образом, результаты расчета показывают, что



Ф и г. 3



Ф и г. 4

учет переменной уплотнения на фронте волны разрушения приводит к существенному увеличению как полной упругой энергии, так и энергии, уходящей на бесконечность.

На фиг. 4 представлена зависимость от начального уплотнения величины  $d = e(\lambda = 1)/e(\lambda = 0)$ , т. е. отношения энергии, излученной на бесконечность при  $\lambda = 1$ , к этой же энергии, рассчитанной при  $\lambda = 0$ . Видно, что для среды с  $\epsilon_0$  порядка 10% (а  $\epsilon_0$  совпадает с начальной пористостью среды) эффект увеличения  $e$  наиболее существен.

Приведенное в работе рассмотрение показывает, что учет переменной уплотнения среды на фронте волны разрушения дает существенное изменение характеристик упругого сигнала камуфлетного взрыва.

Авторы благодарят О. В. Нагорнова за полезные замечания и обсуждения.

Поступила 11 X 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Механический эффект подземного взрыва/Под ред. М. А. Садовского. М.: Недра, 1971.
2. Багдасарян А. Б. Расчет действия взрыва в хрупкой горной породе (разрушение раздавливанием, образованием трещин скола и отрыва).— ПМТФ, 1970, № 5.
3. Душин С. З., Нагорнов О. В., Понов Е. А. Излучение упругих волн при камуфлетном взрыве.— Изв. АН СССР. Физика Земли, 1982, № 2.
4. Николаевский В. Н., Басинев К. С., Горбунов А. Г., Зотов Г. А. Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра, 1970.
5. Душин С. З., Спроткин В. К. Распирение газовой полости в хрупкой породе с учетом дилатанционных свойств грунта.— ПМТФ, 1977, № 4.

УДК 624.131 + 551.345

### ВЗРЫВНЫЕ ВОЛНЫ В МЕРЗЛЫХ ГРУНТАХ

Г. М. Ляхов, Г. Б. Фраш

(Москва)

Приводятся результаты экспериментальных исследований сферических взрывных волн в сезонно-мерзлых грунтах с разными физико-механическими характеристиками при разной температуре. Из сопоставления с результатами исследований [1,2] следует, что параметры волны существенно зависят от характеристик грунта в исходном немерзлом состоянии и от температуры. При понижении температуры максимальные напряжения и скорость распространения волны возрастают, а ее длительность убывает.

Общий характер угасания и размывания волн в мерзлых грунтах, так же как и в немерзлых, соответствует средам, обладающим пластическими свойствами и объемной вязкостью [2].

**1. Характеристики грунтов и условия проведения опытов.** Мерзлые грунты являются четырехкомпонентными средами, включающими твердые минеральные частицы, образующие скелет, незамерзшую воду, лед и воздух. Обозначим через  $\alpha_1$  объем воздуха (свободного порового пространства),  $\alpha_2$  — воды,  $\alpha_3$  — минеральных частиц,  $\alpha_4$  — льда, в единице объема грунта ( $\alpha_4$  называют также объемной льдистостью);  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4$  — плотность материала соответствующих компонентов. Эти величины связаны с плотностью грунта  $\rho_0$ , массовой (весовой) влажностью  $w$ , массовой льдистостью  $i$  уравнениями

$$(1.1) \quad \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 1, \quad \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2 + \alpha_3 \rho_3 + \alpha_4 \rho_4 = \rho_0, \\ \alpha_4 \rho_4 / (\alpha_2 \rho_2 + \alpha_4 \rho_4) = i, \quad (\alpha_2 \rho_2 + \alpha_4 \rho_4) / \alpha_3 \rho_3 = w.$$

При понижении температуры объемное содержание компонентов меняется. Это происходит за счет возможной миграции воды к фронту промерзания из нижележащих слоев грунта, а также за счет постепенного замерзания поровой воды [3, 4]. Поэтому значения приведенных выше ве-