

ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ ГАЗА
НА ПРОНИЦАЕМОЙ СТЕНКЕ

С. С. Кутателадзе, А. И. Леонтьев

(Новосибирск, Москва)

Исследования турбулентного пограничного слоя на поверхности с поперечным потоком вещества являются исключительно актуальными. Такого рода процессы могут иметь место при защите элементов машин от воздействия потоков газа с высокой температурой (так называемое «пористое» охлаждение), при испарении и конденсации, при наличии химических реакций в потоке газа и на стенке, при затвердевании жидкости и сублимации твердых тел и т. п.

Несмотря на достаточно большое количество экспериментальных и теоретических работ в этой области [1-18] существующие методы расчета турбулентного пограничного слоя на проницаемой поверхности нельзя признать удовлетворительными. Методы расчета, основанные на одномерной модели течения газа в пограничном слое (1), широко распространенные в зарубежной печати, могут привести к серьезным ошибкам при расчете локальных значений коэффициентов трения и теплоотдачи в области интенсивного нарастания толщины пограничного слоя по длине обтекаемой поверхности. Методы расчета, основанные на распространении полуэмпирических теорий турбулентности Прандтля и Кармана на случай развития турбулентного пограничного слоя с поперечным потоком вещества [2, 3, 4], позволяют в некоторых простейших случаях довести задачу до окончательных расчетных формул. Однако эти решения получаются ценой серьезных, дополнительных допущений, не поддающихся экспериментальной проверке. Учет влияния сжимаемости газа, вдува инородного газа и т. п. существенно усложняет эти методы [3,4] и делает их недоступными для практических расчетов.

С другой стороны, физические условия протекания процессов, способствующие разрушению ламинарного подслоя, позволяют надеяться, что в данном случае достаточно эффективные результаты может дать теория предельных законов турбулентного пограничного слоя [5,6].

Ниже на основе этой теории излагается способ, который позволяет произвести расчет теплообмена и трения на пористой пластине и на поверхности лобовой части тел в области турбулентного пограничного слоя (стабилизаторы пламени, лобовые части шара и поперечно обтекаемого цилиндра, головная часть осесимметричных тел и т. п.).

Рассмотрим турбулентный пограничный слой газа на плоской, проницаемой поверхности (фиг. 1). Как известно, в турбулентном пограничном слое действуют касательные напряжения, определяемые уравнением

$$\tau_T = -\bar{\rho} \overline{V_x V_y} (1 - \beta) \quad \left(\beta = \frac{\overline{W_y V_x \theta} + \overline{V_x V_y \theta}}{\overline{V_x V_y T}} \right) \quad (1)$$

Здесь $\bar{\rho}$ — средняя плотность газа, β — коэффициент, учитывающий влияние пульсаций плотности на перенос количества движения, V_x, V_y — пульсационные компоненты скорости, θ — пульсация температуры, T — средняя температура, $\overline{W_y}$ — средняя поперечная составляющая скорости.

Фундаментальным вопросом теории турбулентности является установление связи между осредненными произведениями компонент вектора пульсационной составляющей скорости течения и осредненной скоростью.

Весьма общим выражением этой связи является формула Прандтля

$$\overline{V_x V_y} = \left(l \frac{\partial W_x}{\partial y} \right)^2 \quad (2)$$

где l — некоторый множитель пропорциональности, имеющий размерность длины.

Из уравнений (1) и (2) следует (3)

$$\Psi = \left[\left(\frac{1}{Z} \int_{\omega_1}^1 \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0} \frac{\tau_0^+}{\tau^+}} d\omega \right)^2 \right], \quad \Psi = \left[\frac{c_f}{c_{f_0}} \right]_{R^{**}}, \quad Z = \sqrt{\frac{c_{f_0}}{2}} \int_{y_1}^{\infty} \sqrt{\frac{\tau_0^+}{1-\beta}} \frac{dy}{l}$$

Здесь c_f — локальный коэффициент трения при рассматриваемых условиях; c_{f_0} — локальный коэффициент трения при изотермическом, безградиентном обтекании пластины; ρ_0 — плотность в невозмущенном потоке; ω — безразмерная скорость; ω_1 — безразмерная скорость на внешней границе ламинарного подслоя; τ^+ — распределение касательных напряжений по сечению пограничного слоя в рассматриваемых условиях; τ_0^+ — распределение касательных напряжений по сечению изотермического турбулентного пограничного слоя на плоской пластине; y_1 — толщина ламинарного подслоя; R^{**} — критерий Рейнольдса, построенный по толщине потери импульса; δ^{**} — толщина потери импульса;

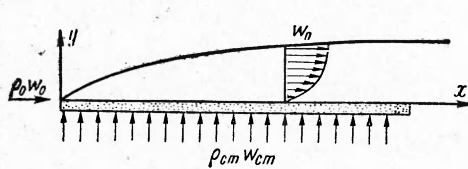
$$\omega = \frac{W_x}{W_0}, \quad \tau_0^+ = \frac{\tau_0}{\tau_{0w}}, \quad \tau^+ = \frac{\tau}{\tau_w}, \quad R^{**} = \frac{W_0 \delta^{**}}{v_0}$$

$$\delta^{**} = \int_0^{\infty} \frac{\rho}{\rho_0} \frac{W_x}{W_0} \left(1 - \frac{W_x}{W_0} \right) dy$$

При $R^{**} \rightarrow \infty$ имеем $\omega_1 \rightarrow 0$, $y_1 \rightarrow 0$, $\beta_1 \rightarrow 0$ и

$$Z \rightarrow \sqrt{\frac{c_{f_0}}{2}} \int_0^1 \sqrt{\tau_0^+} \frac{\delta}{l} d\xi \quad \left(\xi = \frac{y}{\delta} \right)$$

Здесь δ — толщина пограничного слоя. С другой стороны,



Фиг. 1. Схема пограничного слоя на поверхности пластины

$$\frac{c_{f_0}}{2} \rightarrow \left(\int_0^1 \sqrt{\tau_0^+} \frac{\delta}{l} d\xi \right)^2$$

Следовательно,

$$Z_{R^{**} \rightarrow \infty} \rightarrow 1$$

Тогда из уравнения (3) имеем

$$\Psi_{R^{**} \rightarrow \infty} = \left(\int_0^1 \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0} \frac{\tau_0^+}{\tau^+}} d\omega \right)^2 \quad (4)$$

Таким образом, существуют предельные законы относительного влияния различных факторов на коэффициент трения в турбулентном пограничном слое, не зависящие от эмпирических констант турбулентности. Для решения уравнения (4) необходимо иметь связь ρ/ρ_0 и τ_0^+/τ^+ с полем скоростей. Очевидно, что точный вид этих связей можно определить только на основе знания действительных законов турбулентного переноса количества движения, теплоты и вещества. Однако, как это будет показано ниже, возможна аппроксимация функций ρ/ρ_0 и τ_0^+/τ^+ , основанная на самых общих свойствах пограничного слоя газа.

Используя граничные условия, вытекающие из определения динамического пограничного слоя конечной толщины

$$\tau = \tau_w, \quad \frac{\partial \tau}{\partial \xi} = \rho_w W_w \frac{\partial W}{\partial \xi} \quad \text{при } \xi = 0$$

$$\tau = 0, \quad \frac{\partial \tau}{\partial \xi} = 0 \quad \text{при } \xi = 1$$

получаем

$$\tau^+ = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 + b_1 \omega (1 - \xi)^2 \quad \left(b_1 = \frac{2\rho_w W_w}{c_f \rho_0 W_0} \right) \quad (5)$$

Здесь b_1 — параметр, характеризующий влияние подачи или отвода вещества через поверхность обтекаемого тела (параметр проницаемости стенки).

Из уравнения (5) имеем

$$\tau_0^+ = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3$$

Следовательно,

$$\frac{\tau^+}{\tau_0^+} = 1 + b_1 \omega f(\xi) \quad \left(f(\xi) = \frac{1}{2\xi + 1} \right) \quad (6)$$

Из уравнения (4) имеем

$$\int_0^1 \frac{d\omega}{V[\Psi + b\omega f(\xi)] \rho_0 / \rho} = 1 \quad \left(b = \frac{\rho_w W_w}{\rho_0 W_0} \frac{2}{c_{f_0}} \right) \quad (7)$$

Из уравнения (7) следует выражение для критического значения параметра проницаемости, соответствующего отрыву пограничного слоя от стенки

$$b_* = \left(\int_0^1 \frac{d\omega}{V(\rho_0/\rho)\omega f(\xi)} \right)^2 \quad (8)$$

На основании аналогичных рассуждений можно получить предельный закон теплообмена на проницаемой поверхности

$$\int_0^1 \frac{d\vartheta}{V[\Psi_T + b_T \vartheta f(\xi_T)] \rho_0 / \rho} = 1 \quad b_T = \frac{c_p' \rho_w W_w}{c_p \rho_0 W_0} \frac{1}{S} \quad (9)$$

Здесь b_T — тепловой параметр проницаемости; ϑ — безразмерная температура; S — критерий Стентона в рассматриваемых условиях; S_0 — критерий Стентона на плоской непроницаемой пластине; δ_T^{**} — толщина потери энергии; R_T^{**} — число Рейнольдса;

$$R_T^{**} = \frac{W_0 \delta_T^{**}}{\nu_0}, \quad \delta_T^{**} = \int_0^\infty \frac{\rho W}{\rho_0 W_0} (1 - \vartheta) dy, \quad \vartheta = \frac{T - T_w}{T_0 - T_w}$$

(T_w — температура стенки, T_0 — температура газа в потоке).

Так как $f(\xi_T) = f(\xi)$, то решения уравнений (7) и (9) имеют один и тот же вид, т. е.

$$\Psi_T(b_T) = \Psi(b)$$

Расчеты показали, что в уравнениях (7) и (8) с достаточной степенью точности можно принять $f(\xi) = 1$. Тогда, для случая $\rho = \rho_0 = \text{const}$ из уравнения (7) и (8) получаем

$$\Psi = (1 - 0.25b)^2, \quad b_* = 4.0 \quad (10)$$

Уравнение (10) можно представить в виде

$$\Psi = \left(1 - \frac{b}{b_*} \right)^2 \quad (11)$$

Как будет показано ниже, эта простая формула обладает большой универсальностью. Для сопоставления полученного предельного закона с опытными данными воспользуемся уравнением импульсов, которое для безградиентного течения имеет вид

$$\frac{d\delta^{**}}{dX} = \frac{\rho_w W_w}{\rho_0 W_0} = \frac{c_f}{2} \quad (12)$$

или

$$\frac{dR^{**}}{dR_*} = (b + \Psi) \frac{c_{f_0}}{2} \quad (13)$$

Проинтегрируем уравнение (13), полагая, что турбулентный пограничный слой начинает нарастать с передней кромки пластины. Принимая для c_{f_0} степенной закон, т. е. $c_{f_0} = 0.0256 (R^{**})^{-0.25}$ для случая $b = \text{const}$, имеем

$$\left(\frac{c_f}{c_{f_0}}\right)_{R_x} = (1 - 0.25b)^2 (1 + 0.25b)^{-0.4} \quad (14)$$

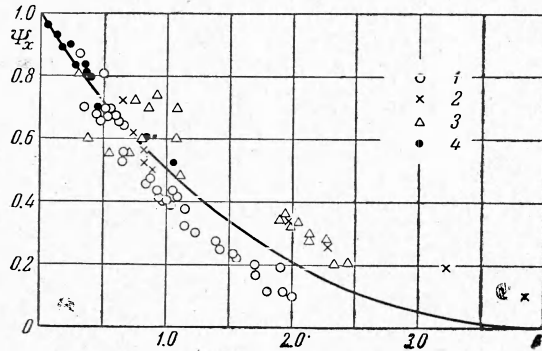
Для случая

$$\frac{\rho_w W_w}{\rho_0 W_0} = \text{const}$$

решение получается достаточно громоздким, но при $m = 0.25$ хорошо аппроксимируется формулой

$$\left(\frac{c_f}{c_{f_0}}\right)_{R_x} = (1 - 0.25b)^2 (1 + 0.2b)^{-0.5} \quad (15)$$

На фиг. 2 показано сопоставление теоретической формулы (15) с опытными данными ряда исследователей. Как видно из графика, совпадение опытных данных с теоретическим расчетом следует признать вполне удовлетворительным.



Вследствие большой пологости зависимости $\Psi(b)$ в предотрывной области экспериментальное определение

Фиг. 2. Сопоставление расчетов по формуле (15) с опытами Хаккера, Миклейя, Папаса и Окуно: 1 — опыты Хаккера [7], 2 — опыты Миклейя c_f / c_{f_0} [8], 3 — опыты Миклейя α / α_0 [8], 4 — опыты Папаса и Окуно [9]

ние точки отрыва является неточным. Следует подчеркнуть, что ни один из существующих методов расчета турбулентного пограничного слоя на проницаемой поверхности не позволяет определить параметры отрыва турбулентного пограничного слоя. Интересно также отметить, что предельный закон трения на проницаемой поверхности не требует учета конечности критерия R^{**} , что можно объяснить турбулизирующим влиянием поперечного потока вещества на поверхности тела. В связи с этим можно считать, что допущения, положенные в основу работы Л. Е. Калихмана [10], являются физически обоснованными.

На основании аналогичных рассуждений из уравнения (9) получаем предельный закон теплообмена

$$\Psi_T = \left(1 - \frac{b_T}{b_{T*}}\right)^2, \quad b_{T*} = b_* = 4.0 \quad (16)$$

При наличии интенсивного теплообмена в уравнениях (7) и (9) необходимо учитывать изменение плотности по сечению пограничного слоя. Для однородного дозвукового пограничного слоя газа можно принять

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{T}{T_0} \approx \psi - (\psi - 1) \omega \quad \left(\psi = \frac{T_w}{T_0}\right) \quad (17)$$

Подставляя уравнение (17) в уравнение (7) и разрешая последнее относительно Ψ , получаем

$$\Psi = \frac{4}{(1 - \psi) b_1} \left[\ln \frac{\sqrt{(1 - \psi)(1 + b_1)} + \sqrt{b_1}}{\sqrt{1 - \psi} + \sqrt{b_1 \psi}} \right]^2 \quad \text{при } \psi < 1 \quad (18)$$

$$\Psi = \frac{4}{(\psi - 1) b_1} \left[\arctg \sqrt{\frac{b_1}{(\psi - 1)(1 + b_1)}} - \arctg \sqrt{\frac{b_1 \psi}{\psi - 1}} \right]^2 \quad \text{при } \psi > 1 \quad (19)$$

При $\psi = 1$, раскрывая неопределенность, получим формулу (10).

Критические значения параметра проницаемости вычисляются по формуле (9) с учетом соотношения (17) и определяются формулами

$$b_* = \frac{1}{1-\psi} \left(\ln \frac{1 + \sqrt{1-\psi}}{1 - \sqrt{1-\psi}} \right)^2 \quad \text{при } \psi < 1 \quad (20)$$

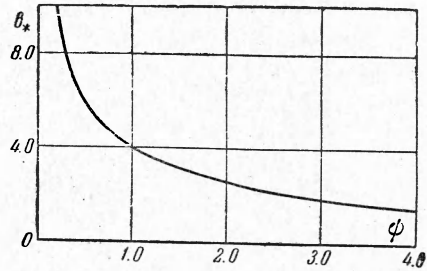
$$b_* = \frac{1}{\psi-1} \left(\arccos \frac{2-\psi}{\psi} \right)^2 \quad \text{при } \psi > 1 \quad (21)$$

Зависимость b_* от ψ представлена на фиг. 3. Отметим, что закон сопротивления, записанный в виде уравнения (11), подтверждается и для неизотермического пограничного слоя, если его представить в следующем виде:

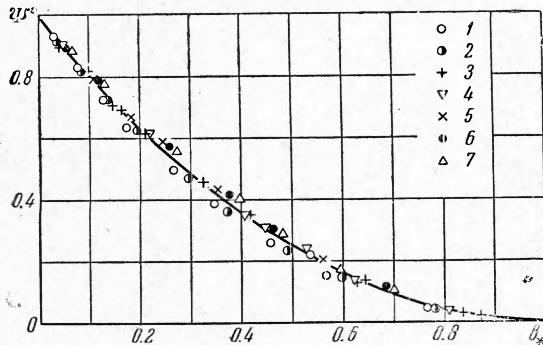
$$\Psi = 4 \left(\frac{1 - b/b_*}{\sqrt{\Psi} + 1} \right)^2 \quad (22)$$

В этом уравнении b_* определяется по уравнениям (20) и (21). На фиг. 4 дается сопоставление уравнения (22) с расчетом по точным уравнениям (18) и (19). Кривая проведена по уравнению (22), а точки соответствуют расчету по уравнениям (18) и (19). На фиг. 5 приводится сопоставление предельного закона теплообмена с опытными данными Миклей и Фридмана. Пересчет опытных точек произведен с учетом влияния неизотермичности на параметр отрыва.

Кроме того, при обработке опытных данных Фридмана, полученных для начального участка трубы, при подсчете числа Стэнтона S_0 вводилась поправка на l/d [12].



Фиг. 3. Влияние теплообмена на параметр отрыва b_* для однородного пограничного слоя



Фиг. 4. Сопоставление расчетов по формулам (18) и (19) с формулой (11) при определении b_* по уравнениям (20) и (21)

По формуле	(18)				(19)		
ψ	0.2	0.4	0.6	0.8	2	4	8
Точки	1	2	3	4	5	6	7

слоя. Для случая обтекания плоской поверхности при интегрировании уравнений (7) и (9) можно принять зависимость

$$\frac{\rho_w' - \rho'}{\rho_w'} \approx \omega \quad (23)$$

Как видно из графика, опытные точки группируются около предельного решения.

Большой практический интерес представляет изучение вдува в турбулентный пограничный слой однородного газа. В этом случае возникает процесс диффузии, определяющий распределение плотности газа по сечению пограничного слоя. Парциальная плотность вдуваемого газа изменяется от значения ρ_w' на обтекаемой поверхности до нуля в области $y > \delta_D$, где δ_D — толщина диффузионного пограничного

Для газовой постоянной смеси имеем уравнение

$$\frac{R}{R_0} = \frac{\rho'}{\rho} \left(\frac{R'}{R_0} - 1 \right) + 1 \quad (24)$$

где R , R' , R_0 — соответственно газовые постоянные смеси вдуваемого газа и основного газа. С учетом уравнений (23) и (24) для случая изотермического пограничного слоя имеем

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{\rho_w}{\rho_0} + \left(1 - \frac{\rho_w}{\rho_0} \right) \omega \quad (25)$$

Подставляя уравнение (25) в уравнение (7) и разрешая последнее относительно Ψ , получаем:

а) при $R' > R_0$ (вдувается газ с меньшим молекулярным весом)

$$\Psi = \frac{1}{\psi_1} \left[\frac{\sqrt{(1+b_1)\psi_1} - 1}{b_1} - \frac{\psi_1 - 1 - b_1}{b_1 \sqrt{b_1(\psi_1 - 1)}} \ln \frac{\sqrt{b_1\psi_1} + \sqrt{(\psi_1 - 1)(1+b_1)}}{\sqrt{b_1} + \sqrt{\psi_1 - 1}} \right]^2 \quad (26)$$

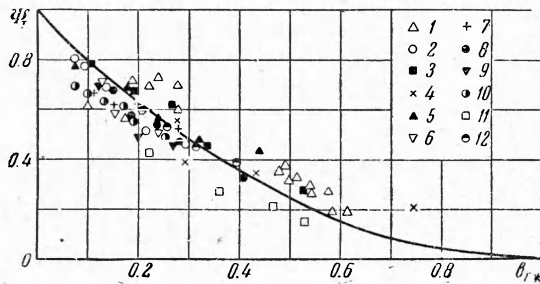
б) при $R' < R_0$ (вдувается газ с большим молекулярным весом)

$$\Psi = \frac{1}{\psi_1 b_1^2} \left\{ \sqrt{\psi_1(1+b_1)} - 1 \right\} - \frac{\psi_1 - 1 - b_1}{\sqrt{(1-\psi_1)b_1}} \left[\arctg \sqrt{\frac{(1-\psi_1)(1+b_1)}{b_1\psi_1}} - \arctg \sqrt{\frac{1-\psi_1}{b_1\psi_1}} \right]^2 \left(\psi_1 = \frac{\rho_w}{\rho_0} \right) \quad (27)$$

Параметр ψ_1 в некоторой степени аналогичен температурному фактору.

Определение ψ_1 зависит от способа подачи инородного газа в пограничный слой. Если газ вводится через пористую стенку, то, как это показано в работе В. П. Мотулевича [3],

$$\psi_1 = 1 + \left(\frac{R'}{R_0} - 1 \right) \frac{b_1}{1+b_1} \quad (28)$$



Фиг. 5. Влияние вдува газа на конвективный теплообмен; кривая — расчет по формуле (22); 1 — опыты Миклея, пластинка [8]; остальные точки — опыты Фридмана (труба) [11] при различных значениях числа Рейнольдса

Точки	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$R_D \cdot 10^{-5}$	1.2	0.5	0.25	0.6	2.15	1.55	0.7	1.5	1.35	0.35	0.65

В том случае, когда обтекаемая поверхность покрыта пленкой жидкости и происходит процесс испарения, величина плотности смеси на стенке определяется по общему давлению и парциальному давлению испаряемой жидкости на стенке. Последнее, с большой степенью точности, равно давлению насыщения при температуре испарения. При этом

$$\psi_1 = \psi \left[1 - \left(1 - \frac{R_0}{R'} \right) \frac{\rho_w'}{\rho_0} \right]^{-1}$$

На фиг. 6 дано сопоставление расчетов по теоретическим формулам (26) и (27) с опытными данными [7, 9, 8]. Как видно из графика, теория предельных законов хорошо описывает результаты экспериментов для весьма широкой области соотношений молекулярных весов вдуваемого газа и основного потока. При $b = b_*$ происходит отрыв пограничного

слоя и поверхность стенки покрывается пленкой вдуваемого газа, т. е. в этом случае $\rho_w = \rho_w'$

$$\frac{p}{\rho_0} = \frac{R_0}{R'} + \left(1 - \frac{R_0}{R'}\right) \omega \quad (29)$$

Подставляя уравнение (29) в уравнение (9) и выполняя интегрирование, получаем при $R' > R_0$

$$b_* = \left(\frac{R^0}{2\sqrt{1-R_0/R'}} \ln \frac{1 + \sqrt{1-R^0}}{1 - \sqrt{1-R^0}} + 1 \right)^2 \quad (30)$$

при $R' < R_0$ ($R^0 = \frac{R_0}{R'}$)

$$b_* = \left[1 + \frac{R^0}{2\sqrt{R^0-1}} \arccos \left(\frac{2-R^0}{R^0} \right) \right]^2 \quad (31)$$

Из формулы (29) следует, что

$$b_* \rightarrow 1 \quad \text{при} \quad \frac{R_0}{R'} \rightarrow 0$$

Уравнения (30) и (31) с достаточной для практических целей точностью аппроксимируются линейными функциями при $R' > R_0$ (32)

$$b_* = 1.47 + 2.53 \frac{R_0}{R'} \quad (32)$$

при $R' < R_0$ (33)

$$b_* = 1 + 3 \frac{R_0}{R'}$$

На фиг. 7 дано сопоставление опытных данных с расчетом по обобщающему уравнению (11) при определении b_* по формулам (30) и (31). Как видно из графика, и в случае вдува инородного газа хорошо подтверждается общность формулы (11).

При неизотермическом вдуве инородного газа для интегрирования уравнений (7) и (9) принимаем соотношение

$$\frac{p_w' - p'}{p_w'} \approx \omega \quad (34)$$

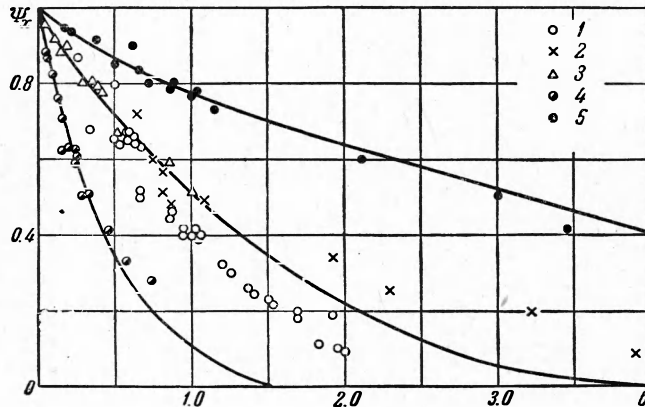
Тогда
$$\frac{p}{\rho_0} = \frac{T_0}{T} \left[1 - \left(1 - \frac{\psi}{\psi_1}\right) (1 - \omega) \right] \quad (35)$$

или
$$\frac{p}{\rho_0} \approx \frac{\psi / \psi_1 + (1 - \psi / \psi_1) \omega}{\psi + (1 - \psi) \omega} \quad (36)$$

Подставляя уравнение (36) в уравнение (7) и (9), получаем

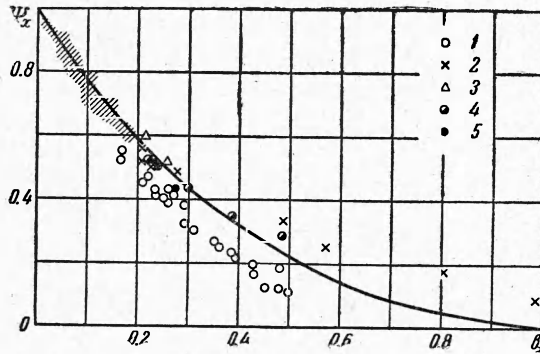
$$\psi = \left(\int_0^1 \frac{\sqrt{\psi / \psi_1 + (1 - \psi / \psi_1) \omega}}{\sqrt{[\psi + (1 - \psi) \omega] (1 + b_1 \omega)}} d\omega \right)^2 \quad (37)$$

$$b_* = \left(\int_0^1 \frac{\sqrt{R_0/R' + (1 - R_0/R') \omega}}{\sqrt{[\psi + (1 - \psi) \omega] \omega}} d\omega \right)^2 \quad (38)$$



Фиг. 6. Влияние вдува инородного газа на коэффициент трения на пластине: сплошные кривые — расчеты по предельным законам; точка 1 — опыты Хаккера (воздух — воздух) [7], 2 — опыты Миклейя (воздух — воздух) [8], 3 — опыты Папаса и Окуно (воздух — воздух) [9], 4 — гелий — воздух [9], 5 — фреон, 12 — воздух [9]

Зависимости (37) и (38) с достаточной для практических целей точностью аппроксимируются следующими формулами:



Фиг. 7. Сопоставление опытных данных с формулой (11), точка 1 — опыты Хаккера [7], 2 — опыты Миклея [8], 3 — воздух — воздух опыты Папаса и Окуно [9], 4 — гелий — воздух [9], 5 — фреон 12 — воздух, [9]; в заштрихованной области 45 точек

$$\Psi = \left(\frac{2}{\sqrt{\Psi} + 1} \right)^2 \left(1 - \frac{b}{b_*} \right)^2 \quad (39)$$

$$\frac{b_*}{b_{*1}} = 0.368 + 0.632 \frac{R_0}{R'}$$

$$\text{при } \frac{R_0}{R'} > 1$$

$$\frac{b_*}{b_{*1}} = 0.25 + 0.75 \frac{R_0}{R'}$$

$$\text{при } \frac{R_0}{R'} < 1$$

(40)

Здесь b_{*1} — значение b_* при $R_0/R' = 1$.

На фиг. 8 дано сопоставление результатов расчета параметра b_* по точной формуле (38) с приближенным уравнением (40). Полученные законы трения и теплообмена для проницаемой пластины могут быть использованы для решения уравнений импульсов и энергии. Уравнение энергии для рассматриваемого случая запишется в виде

$$\frac{dR_T^{**}}{dX} + \frac{R_T^{**}}{\Delta T} \frac{d(\Delta T)}{dX} = R_L(S_0) (\Psi_{T_*} + b_T) \quad (41)$$

Здесь

$$R_T = \frac{W_0 L}{v_0}, \quad \Delta T = T_0 - T_w$$

$$X = \frac{x}{L}$$

Выше было показано, что

$$\Psi_T = 4 \left(\frac{1 - b_T / b_{T_*}}{\sqrt{\Psi} + 1} \right)^2$$

Фиг. 8. Влияние теплообмена и вдува инородного газа на параметр отрыва: сплошная кривая — расчет по формуле (42); в заштрихованной области — результаты расчетов по формулам (40), (20), (21) в диапазоне изменения Ψ от 0.2 до 1.0

В общем случае величины Ψ , b_T и b_{T_*} являются функциями координаты X . Тогда, принимая для закона теплообмена несжимаемой жидкости степенной закон

$$S_0 = \frac{B}{2} R_T^{**m} P^{-0.75}$$

имеем

$$R_T^{**} = \frac{1}{\Delta T} \left\{ \frac{1+m}{2P^{0.75}} B R_0 \int_{X_1}^X W_{00} \left[\frac{4(1 - b_T / b_{T_*})^2}{(\sqrt{\Psi} + 1)^2} + b_T \right] \Delta T^{1+m} dX + (R_T^{**} \Delta T)_{X_1}^{1+m} \right\}^{\frac{1}{1+m}} \quad (42)$$

Здесь

$$R_0 = \frac{W_{01} L}{v_{01}}, \quad W_{00} = \frac{W_0}{W_{01}}$$

при этом W_{01} — скорость в невозмущенном потоке в сечении X_1 . Для практической области расчетов можно принять $B = 0.0256$ и $m = 0.25$.

При заданных функциях $W_0(X)$, $\Delta T(X)$ и $b_T(X)$ по уравнению (42) рассчитывается распределение R_T^{**} по длине обтекаемого тела. Распределение охлаждающего газа по длине контура вычисляется по формуле

$$\frac{\rho_w W_w}{\rho_0 W_0} = \frac{c_{p_0}}{c_{p'}} S_0 b_T \quad (43)$$

Локальные значения чисел Стентона и удельных тепловых потоков определяются по формулам

$$S = 4 \left(\frac{1 - b_T / b_{T*}}{\sqrt{\Psi + 1}} \right)^2 S_0, \quad q = g c_{p_0} \rho_0 W_0 \Delta T S \quad (44)$$

При испарении и сублимации определению подлежит количество отводимого от поверхности газа (пара). В этом случае

$$q_w = r g j_1, \quad j_1 = \rho_w W_w \quad (45)$$

Здесь r — скрытая теплота испарения, q_w — тепловой поток через стенку. Отсюда

$$\Psi_T = \frac{S}{S_0} = K b_T \quad \left(K = \frac{r}{c_{p'} \Delta T} \right) \quad (46)$$

Здесь K — критерий фазового превращения. С учетом уравнений (46) и (11) имеем

$$b_T = b_{T*} - \frac{K b_{T*}^2}{2\Phi^2} \left(\sqrt{\frac{4\Phi^2}{K b_{T*}} + 1} - 1 \right) \quad \left(\Phi = \frac{2}{\sqrt{\Psi + 1}} \right) \quad (47)$$

Интеграл уравнения энергии равен

$$R_T^{**} = \frac{1}{\Delta T} \left\{ \frac{1+m}{2P^{0.75}} B R_0 \int_{X_1}^X \left[b_{T*} - \frac{K b_{T*}^2}{2\Phi^2} \left(\sqrt{\frac{4\Phi^2}{K b_{T*}} + 1} - 1 \right) \right] W_{00} \Delta T^{1+m} dX + (R_T^{**} \Delta T)_{X_1}^{1+m} \right\}^{\frac{1}{1+m}} \quad (48)$$

В том случае, когда заданными будут параметры внешнего потока, температура стенки и начальная температура охлаждающего газа

$$\Psi_T = b_T \frac{\Delta T_1}{\Delta T} \quad (\Delta T_1 = T_w - T') \quad (49)$$

Здесь T' — температура газа на входе в пористую поверхность.

Последовательность расчетов остается такой же, как и в предыдущем случае, только критерий K следует заменить на параметр $\Delta T' / \Delta T$. Для осесимметричного пограничного слоя решение уравнения энергии имеет тот же вид, что и для плоского пограничного слоя, только вместо величины ΔT входит произведение $R \Delta T$, где R — радиус обтекаемого тела в рассматриваемом сечении.

Уравнение импульсов для плоского пограничного слоя на проникающей стенке малой кривизны имеет вид

$$\frac{dR^{**}}{dX} + \frac{R^{**}}{W_0} \frac{dW_0}{dX} (1 + H) = R_L (\Psi + b) \frac{B}{2} R^{** - m} \quad (50)$$

Полагая

$$H = H_0 = 1.3, \quad \Psi = \Psi_0 \left(1 - \frac{b}{b_*} \right)^2$$

получаем

$$R^{**} = W_{00}^{-2.3} \left\{ \frac{1+m}{2} BR_0 \int_{X_1}^X W_{00}^{3.3+2.3m} \left[\Psi_0 \left(1 - \frac{b}{b_*} \right)^2 + b \right] dX + \right. \\ \left. + (R^{**} W_{00}^{2.3})_{X_1} \right\}^{\frac{1}{1+m}} \quad (51)$$

Для осесимметричного пограничного слоя вместо $W_{00}^{2.3}$ следует подставить $RW_{00}^{2.3}$.

Локальные значения коэффициента трения определяются по формуле

$$c_f = \Psi_0 \left(1 - \frac{b}{b_*} \right)^2 c_{f_0} \quad (52)$$

Когда заданным является распределение расхода вдуваемого газа $j_1(X)$ по контуру обтекаемого тела, задача, строго говоря, решается методом последовательных приближений. Однако достаточным приближением для определения величины R^{**} является расчет по формуле (51) при допущении $b = \text{const}$.

Поступила 26 VII 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Rubesin M. W. An Analytical Estimation of the Effect of Transpiration Cooling on the Heat Transfer and Skin-Friction Characteristics of a Compressible Turbulent Boundary Layer, NACA TN, 1954, 3341.
2. Лапин Ю. В. Трение и теплообмен в сжимаемом турбулентном пограничном слое на пластине при наличии ввода вещества. ЖТФ, 1960, т. XXX, вып. 8.
3. Мотулевич В. П. Теплообмен и трение пластины в потоке газа при образовании турбулентного пограничного слоя с пористой подачей инородного вещества. ИФЖ, 1960, т. III, № 8.
4. Dorganse W., Dore F. The effect of Mass Transfer of the Compressible Turbulent Boundary—Layer Friction and Heat Transfer, J. Aeronaut. Sci., 1954, vol. 21, No. 6, pp. 404—410.
5. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Турбулентное трение на плоской пластине в сверхзвуковом потоке газа. ПМТФ, 1960, № 4.
6. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Приближенные методы расчета трения и теплообмена в турбулентном пограничном слое газа. ИФЖ, 1961, № 6.
7. Hasker D. S. Empirical Prediction of Turbulent Boundary Layers Instability Along a Flat Plate with Constant Mass Addition at the Wall, Jet Propulsion, 1956, vol. 26, No 9.
8. Mickleу H. S. and Davis R. S. Momentum Transfer for Flow over a Flat Plate with Blowing, NACA TN 4017, November, 1957.
9. Parras C. C., Okuno A. F. Measurements of Skin Friction of the Turbulent Compressible Layer on a Cone with Foreign Gas Injection, J. of the Aero Space Sci., 1960, vol. 27, No. 5, pp. 321—323.
10. Калихман Л. Е. Турбулентный пограничный слой несжимаемой жидкости на пористой стенке. ЖТФ, 1955, т. XXV, вып. 11.
11. Friedman J. A Theoretical and Experimental Investigation of Rocket-Motor Sweat Cooling, J. Am. Roc. Soc., 1949, No. 79, pp. 147—154.
12. Аладьев И. Т. Экспериментальное определение локальных и средних коэффициентов теплоотдачи при турбулентном течении жидкости в трубах. Изв. АН СССР, ОТН, 1951, № 11.
13. Берман Л. Д. Влияние потока вещества на конвективную теплоотдачу при испарении и конденсации. Теплоэнергетика, 1956, № 2.
14. Леонтьев А. И. К расчету турбулентного пограничного слоя при наличии поперечного потока вещества. Тр. ЭНИН АН СССР, 1957.
15. Лыков А. В. Тепло и массообмен в процессах сушки. Госэнергоиздат, 1956.
16. Grootenhuis P. The Mechanism and Application of Effusion Cooling, J. Ro. Aer. Soc., 1959, vol. 63, No. 578.
17. Gross G. F., Hartnett J. P., Masson D. J., Carl Gazley. A Review of Binary Boundary Layer Characteristics, U. S. Aer. Force Project Raud Research, Memorandum R. M., 1959, 2516, June 18.
18. Мугалев В. П. Экспериментальное исследование дозвукового турбулентного пограничного слоя на пластине со вдувом. Изв. высш. учебн. завед. МВО СССР, серия авиационная техника, 1959, № 3.