

## ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ В НЕСТАЦИОНАРНОМ ТРАНСЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

УДК 533.6.011

М. А. Найда, А. С. Фонарев

Центральный аэрогидродинамический институт,  
140160 Жуковский-3

Одна из сложных проблем аэродинамики в трансзвуковом диапазоне скоростей — определение волнового сопротивления тел, так как обычный метод интегрирования распределения давления по телу при численном решении задачи в рамках теории малых возмущений весьма неточен и часто может приводить даже к отрицательным значениям коэффициента сопротивления [1, 2]. В [1, 2] предложен другой подход для расчета сопротивления, основанный на интегральной форме уравнения импульсов, и рассмотрено обтекание стационарным трансзвуковым потоком тонких профилей. Метод легко обобщается на случай обтекания крыльев, но для осесимметричных тел его непосредственное применение не может быть реализовано из-за особенностей, связанных с осевой структурой течения, а также из-за отсутствия линейной зависимости между давлением и компонентами скорости в рамках теории малых возмущений. Проблема применения интегральной теоремы импульсов к стационарному осесимметричному трансзвуковому обтеканию тел была рассмотрена в [3]. В [4, 5] аналогичный подход использовался для определения нестационарного волнового сопротивления тел в плоском трансзвуковом потоке и получения зависимости от времени аэродинамических характеристик профиля при его взаимодействии с порывом ветра, с движущейся ударной волной и т. д.

В данной работе проводится обобщение этих результатов на случай нестационарного трансзвукового обтекания осесимметричных тел. Задача решается в предположениях нелинейной трансзвуковой теории малых возмущений, исследуется нестационарное «высокочастотное» уравнение для потенциала скорости, позволяющее рассматривать аперiodические (в том числе и скачкообразные) изменения параметров потока — внезапные порывы ветра, приходящие ударные волны и т. д.

С использованием интегральной формы уравнения импульсов получена формула для определения нестационарного волнового сопротивления тел вращения. Учтены особенности, связанные с осевой структурой течения.

Для расчета нестационарного трансзвукового обтекания тел вращения различной формы применяется численный алгоритм, являющийся обобщением на осесимметричный случай метода переменных направлений с монотонной схемой Энгквиста — Ошера.

**1. Постановка задачи.** Пусть тонкое тело вращения обтекается стационарным трансзвуковым потоком идеального газа со скоростью  $U_\infty$ . В некоторый начальный момент времени в потоке возникает нестационарное возмущение в виде, например, горизонтального порыва ветра, мгновенно охватывающего тело, или слабой ударной волны, фронт которой расположен на некотором расстоянии от тела. Требуется исследовать нестационарный процесс обтекания тела и изменение его интегральных аэродинамических характеристик в переходном режиме.

Поскольку число Маха  $M_\infty$  набегающего потока близко к единице, а толщины рассматриваемых тел, скорости порывов ветра и интенсивность ударных волн малы по срав-

нению с характерными значениями аналогичных величин задачи, можно воспользоваться трансзвуковой теорией малых возмущений.

В рамках данной теории задача описывается нелинейным нестационарным уравнением для потенциала возмущенной скорости  $\varphi$  [6, 7]:

$$M_\infty^2 \varphi_{tt} + 2M_\infty^2 \varphi_{xt} = ((C_1 + C_2 \varphi_x) \varphi_x)'_x + \frac{1}{r} (r \varphi_r)'_r. \quad (1.1)$$

Здесь  $C_1 = 1 - M_\infty^2$ ;  $C_2 = -(\gamma + 1)M_\infty^2/2$ ;  $\gamma$  — показатель адиабаты. Начало продольной оси цилиндрической системы координат поместим в середину тела, ось  $x$  совпадает с осью симметрии тела и сонаправлена с вектором скорости невозмущенного набегающего потока. Ось  $r$  перпендикулярна оси  $x$  и образует с ней правую систему координат. Все величины в (1.1) отнесены к своим характерным значениям с индексом 0:

$$x_0 = r_0 = l, \quad u_0 = U_\infty, \quad i_0 = x_0/u_0, \quad \varphi_0 = u_0 x_0$$

( $l$  — длина тела). Отметим, что, в отличие от случая плоской симметрии уравнение (1.1) имеет особенность на линии осевой симметрии при  $r = 0$ . Вследствие этого в случае осевой симметрии нельзя сносить условие непротекания на ось  $r = 0$ . Рассмотрим в этой связи уравнение, в которое переходит (1.1) при  $r \rightarrow 0$ ,

$$(r \varphi_r)'_r = 0 \quad (1.2)$$

и его решение  $\varphi = f(x, t) \ln r + g(x, t)$  с неизвестными пока функциями  $f$  и  $g$ . Пусть  $R = R(x)$  — форма обтекаемого тела вращения, которая не меняется со временем. При  $r = R$  выполняется условие непротекания

$$v = \varphi_r = \frac{f(x, t)}{r} \Big|_{r=R} - \frac{R'_x}{R}$$

( $v$  — вертикальная составляющая скорости). Таким образом,  $f(x, t) = RR'_x = S'_x/2\pi$  ( $S(x)$  — площадь поперечного сечения обтекаемого тела), и решение уравнения (1.2) запишем как

$$\varphi = \frac{S'_x}{2\pi} \ln r + g(x, t). \quad (1.3)$$

Видно, что при  $r \rightarrow 0$  решение (1.3) имеет логарифмическую особенность. Поэтому, так же как и в стационарном случае [8], граничное условие будем задавать не на оси  $r = 0$ , а на поверхности воображаемого цилиндра достаточно малого радиуса  $r_*$  в виде

$$\varphi_r = S'_x/(2\pi r) \quad \text{при} \quad r = r_*. \quad (1.4)$$

Поскольку численно задача решается хотя и в большой, но конечной области, следует устранить возможное влияние внешних границ на поле течения в виде отражения дошедших до них возмущений обратно в поток. Это достигается применением специальных неотражающих граничных условий. Для «низкочастотного» уравнения такие условия были получены в [9] путем анализа асимптотического поведения соотношения, выполняющегося на характеристической поверхности.

Рассмотрим характеристическое уравнение для (1.1):

$$M_\infty^2 \xi_t^2 + 2M_\infty^2 \xi_x \xi_t = C \xi_x^2 + \xi_r^2 \quad (C = |C_1 + 2C_2 \varphi_x|).$$

Общий интеграл этого уравнения, определяющий характеристическую поверхность (1.1),

МОЖНО ЗАПИСАТЬ КАК

$$\xi = \sqrt{\frac{x^2}{C} + r^2} - \frac{\sqrt{C}t}{M_\infty \sqrt{C + M_\infty^2}} - \frac{M_\infty x}{\sqrt{C} \sqrt{C + M_\infty^2}}.$$

Будем искать соотношение на характеристической поверхности в виде линейной комбинации первых производных потенциала. Полагая  $\varphi = \varphi(\xi)$ , получим  $\alpha\varphi_x + \beta\varphi_r + \sigma\varphi_t = \varphi_\xi(\alpha\xi_x + \beta\xi_r + \sigma\xi_t) = 0$  в том случае, если

$$\alpha = -C\xi_x + M_\infty^2\xi_t = -\frac{x}{\sqrt{\frac{x^2}{C} + r^2}}, \quad \beta = -\dot{\xi}_r = -\frac{r}{\sqrt{\frac{x^2}{C} + r^2}},$$

$$\sigma = M_\infty^2(\xi_t + \xi_x) = \frac{M_\infty^2 x}{C\sqrt{\frac{x^2}{C} + r^2}} - M_\infty \sqrt{\frac{C + M_\infty^2}{C}}.$$

Таким образом, соотношение на характеристической поверхности имеет вид

$$-\frac{x}{d}\varphi_x - \frac{r}{d}\varphi_r + M_\infty \left( \frac{M_\infty x}{Cd} - \sqrt{\frac{M_\infty^2 + C}{C}} \right) \varphi_t = 0, \quad d = \sqrt{\frac{x^2}{C} + r^2}.$$

Асимптотика данного выражения при  $x \rightarrow -\infty$ ,  $x \rightarrow \infty$ ,  $r \rightarrow \infty$  дает граничные условия на левой, правой и верхней границе соответственно:

$$C\varphi_x - M_\infty(M_\infty - \sqrt{C + M_\infty^2})\varphi_t = 0 \quad \text{при } x \rightarrow -\infty; \quad (1.5)$$

$$C\varphi_x - M_\infty(M_\infty + \sqrt{C + M_\infty^2})\varphi_t = 0 \quad \text{при } x \rightarrow \infty; \quad (1.6)$$

$$M_\infty\varphi_r + \sqrt{C + M_\infty^2}\sqrt{C}\varphi_x = 0 \quad \text{при } r \rightarrow \infty. \quad (1.7)$$

Уравнение (1.1) вместе с граничными условиями (1.4)–(1.7) полностью описывает задачу нестационарного взаимодействия тела с возмущениями различной природы в трансзвуковом потоке. При моделировании входа тела в горизонтальный порыв ветра (при мгновенном охвате) вначале находится стационарное решение с каким-либо фиксированным числом Маха, после чего число Маха мгновенно (за один шаг по времени) изменяется на конечную величину. При решении задачи о взаимодействии тела с ударной волной последняя моделируется заданием линейного распределения потенциала на достаточно большом расстоянии от тела, где поток практически не возмущен. Слабая ударная волна, заданная таким образом в начальный момент времени  $t = 0$ , начинает распространяться в соответствии с газодинамическими законами в поле возмущенного телом течения при  $t > 0$ .

**2. Определение волнового сопротивления.** Расчет волнового сопротивления осесимметричного тела будем проводить как обычным методом интегрирования распределения давления вдоль поверхности тела, так и с применением интегральной теоремы импульсов. В рамках трансзвуковой теории малых возмущений коэффициент давления в осесимметричном случае находится по формуле  $c_p = -2u - v^2 - 2\varphi_t$ .

Таким образом, для определения коэффициента давления на теле необходимо знать компоненты возмущенной скорости  $u$  и  $v$ , а также производную от потенциала по времени  $\varphi_t$ . Вертикальная составляющая скорости  $v$  на теле находится из условия непротекания  $v = R'_x$ . Для определения горизонтальной составляющей скорости и производной от потенциала по времени воспользуемся решением (1.3), которое описывает распределение потенциала внутри воображаемого цилиндра малого радиуса  $r_*$ . Будем считать, что начально-

краевая задача во внешней области, определяемая уравнением (1.1) с соответствующими начальными и граничными условиями (1.1)–(1.7), решена, так что на поверхности цилиндра при  $r = r_*$  уже известно распределение потенциала возмущенной скорости в каждый момент времени. Сращивая решение во внутренней области

$$u = \varphi_x = \frac{S''_{xx}}{2\pi} \ln r + g_x$$

с решением для внешней области при  $r = r_*$ , имеем

$$u_* = \frac{S''_{xx}}{2\pi} \ln r_* + g_x, \quad g_x = u_* - \frac{S''_{xx}}{2\pi} \ln r_*.$$

Таким образом, горизонтальная составляющая скорости на поверхности тела дается выражением

$$u(x, R, t) = u_* + \frac{S''_{xx}}{2\pi} \ln \frac{R}{r_*}.$$

Аналогично, дифференцируя (1.3) по времени, получаем  $\varphi_t = g_t(x, t)$ , откуда следует, что величина  $\varphi_t$  внутри цилиндра не зависит от поперечной координаты  $r$ , и, следовательно, ее значение на поверхности тела совпадает с ее значением на поверхности цилиндра при  $r = r_*$ , т. е. по сделанному выше предположению  $\varphi_t$  — известная величина. Окончательно выражение для  $c_p$  на поверхности тела имеет вид

$$c_p = -2 \left( u_* + \frac{S''_{xx}}{2\pi} \ln \frac{R}{r_*} \right) - (R'_x)^2 - 2(\varphi_*)_t. \quad (2.1)$$

Коэффициент волнового сопротивления  $c_x$  находится с использованием (2.1) следующим образом:

$$\begin{aligned} c_x &= 2\pi \int_{-0,5}^{0,5} c_p R R'_x dx = -4\pi \int_{-0,5}^{0,5} u_* R R'_x dx - \\ &- 2\pi \int_{-0,5}^{0,5} \left( \frac{S''_{xx}}{\pi} \ln \frac{R}{r_*} + (R'_x)^2 \right) R R'_x dx - 4\pi \int_{-0,5}^{0,5} (\varphi_*)_t R R'_x dx. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Видно, что выражение для  $c_x$  складывается из трех слагаемых. Второе слагаемое определяется формой тела и может быть проинтегрировано:

$$2\pi \int_{-0,5}^{0,5} \left( \frac{S''_{xx}}{\pi} \ln \frac{R}{r_*} + (R'_x)^2 \right) R R'_x dx = \frac{(S'_x)^2}{2\pi} \ln \frac{R}{r_*} \Big|_{-0,5}^{0,5}.$$

Следует ожидать (в соответствии с асимптотической теорией [1]), что вклад третьего слагаемого в  $c_x$  незначителен по сравнению с вкладом первого слагаемого. Поэтому главное влияние на точность определения  $c_x$  оказывает способ вычисления первого слагаемого. Как уже отмечалось, вычисление первого слагаемого в (2.2) путем численного интегрирования по поверхности тела может приводить к существенным погрешностям, вплоть до получения отрицательного значения волнового сопротивления [2, 3]. Чтобы избежать этого, используем интегральную теорему импульсов и выразим первое слагаемое в виде суммы нескольких квадратур, численное определение которых свободно от указанного выше недостатка. Рассмотрим для этого систему двух уравнений, первое из которых — уравнение

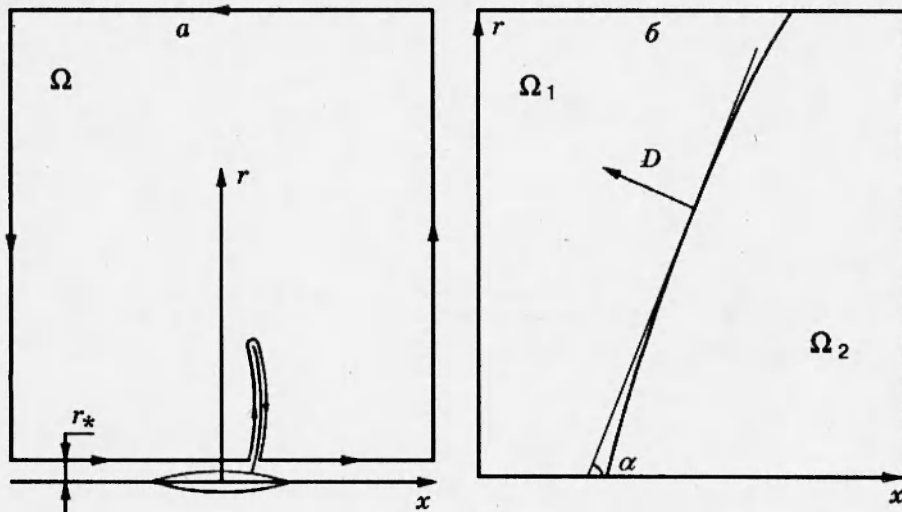


Рис. 1

(1.1), а второе — уравнение отсутствия завихренности в потоке:

$$rM_\infty^2 \varphi_{tt} + 2rM_\infty^2 \varphi_{xt} = (r(C_1 + C_2 \varphi_x) \varphi_x)'_x + (r\varphi_r)'_r, \quad u_r - v_x = 0.$$

Умножая первое уравнение на  $u$ , а второе на  $rv$  и складывая их, получим соотношение в дивергентном виде

$$rM_\infty^2 (\varphi_x^2 + \varphi_x \varphi_t)'_t = r \left( C_1 \frac{u^2}{2} + \frac{2}{3} C_2 u^3 - \frac{v^2}{2} + M_\infty^2 \frac{\varphi_t^2}{2} \right)'_x + (ruv)'_r. \quad (2.3)$$

Проинтегрируем соотношение (2.3) по расчетной области  $\Omega$  (рис. 1, а) с исключенными скачками уплотнения. Применяя формулу Грина к правой части этого соотношения, имеем

$$\iint_{\Omega} rM_\infty^2 (\varphi_x^2 + \varphi_x \varphi_t)'_t dx dr = \int_L r \left( C_1 \frac{u^2}{2} + \frac{2}{3} C_2 u^3 - \frac{v^2}{2} + M_\infty^2 \frac{\varphi_t^2}{2} \right) dr - \int_L ruv dx \quad (2.4)$$

( $L$  — контур, ограничивающий область  $\Omega$ ). При стремлении границ расчетной области к бесконечности правая часть (2.4) может быть записана как

$$I_r = \int_{sh} r \left[ C_1 \frac{u^2}{2} + \frac{2}{3} C_2 u^3 - \frac{v^2}{2} + M_\infty^2 \frac{\varphi_t^2}{2} \right] dr - \int_{sh} r [uv] dx - \int_w ruv dx, \quad (2.5)$$

где индексы  $sh$  и  $w$  означают интегрирование вдоль скачков уплотнения и тела соответственно, а квадратные скобки — разность заключенной в них величины при переходе через скачок слева направо.

Преобразуем левую часть соотношения (2.4). При этом необходимо учесть движущиеся в области  $\Omega$  внутренние скачки уплотнения, для чего выделим области с разрывами и разобьем их на две подобласти:  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  (рис. 1, б). В соответствии с правилами вычисления кратных интегралов и формулой Лейбница дифференцирования интегралов, зависящих от параметра, левая часть (2.4)  $I_l$  для области  $\Omega_1$  имеет вид

$$I_l = \frac{d}{dt} \iint_{\Omega_1} rM_\infty^2 (\varphi_x^2 + \varphi_x \varphi_t) dx dr - \int_{sh} rM_\infty^2 (\varphi_x^2 + \varphi_x \varphi_t) \left( \frac{dx}{dt} \Big|_{sh} dr - \frac{dr}{dt} \Big|_{sh} dx \right).$$

Аналогичное выражение получается для интеграла по области  $\Omega_2$ . Объединяя их, находим соотношение для всей области  $\Omega$ :

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} r M_{\infty}^2 (\varphi_x^2 + \varphi_x \varphi_t)_t dx dr = \frac{d}{dt} \iint_{\Omega} r M_{\infty}^2 (\varphi_x^2 + \varphi_x \varphi_t) dx dr - \\ - \int_{sh} r M_{\infty}^2 [\varphi_x^2 + \varphi_x \varphi_t] \left( \frac{dx}{dt} \Big|_{sh} dr - \frac{dr}{dt} \Big|_{sh} dx \right). \end{aligned} \quad (2.6)$$

При выводе (2.6) учитывалось, что скачок может быть криволинейным (рис. 1, б), скорость его перемещения определяется соотношением

$$D = - \frac{dx}{dt} \Big|_{sh} \sin \alpha + \frac{dr}{dt} \Big|_{sh} \cos \alpha.$$

Подставляя (2.5) и (2.6) в (2.4) и учитывая условие непротекания на теле  $v = R'_x$ , можно выразить интеграл по телу через интегралы по скачку и кратный интеграл по расчетной области:

$$\begin{aligned} \int_{-0,5}^{0,5} R R'_x u_* dx = \int_{sh} r \left[ C_1 \frac{u^2}{2} + \frac{2}{3} C_2 u^3 - \frac{v^2}{2} + M_{\infty}^2 \frac{\varphi_t^2}{2} \right] dr - \int_{sh} r [uv] dx + \\ + \int_{sh} r M_{\infty}^2 [\varphi_x^2 + \varphi_x \varphi_t] \left( \frac{dx}{dt} \Big|_{sh} dr - \frac{dr}{dt} \Big|_{sh} dx \right) - \frac{d}{dt} \iint_{\Omega} r M_{\infty}^2 (\varphi_x^2 + \varphi_x \varphi_t) dx dr. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Для упрощения (2.7) воспользуемся условиями на скачке:

$$\left( - \frac{dx}{dt} \Big|_{sh} dr + \frac{dr}{dt} \Big|_{sh} dx \right) [\varphi_t + 2\varphi_x] M_{\infty}^2 = [C_1 u + C_2 u^2] dr + [v] dx; \quad (2.8)$$

$$[u] dx + [v] dr = 0. \quad (2.9)$$

Умножая (2.9) на среднюю арифметическую на скачке вертикальную составляющую скорости  $\langle v \rangle$ , имеем

$$\langle v \rangle [u] dx + \frac{[v^2]}{2} dr = 0. \quad (2.10)$$

Подставив (2.10) в (2.7), получим

$$\begin{aligned} \int_{-0,5}^{0,5} R R'_x u_* dx = \int_{sh} r \left[ C_1 \frac{u^2}{2} + \frac{2}{3} C_2 u^3 + M_{\infty}^2 \frac{\varphi_t^2}{2} \right] dr + \int_{sh} r (\langle v \rangle [u] - [uv]) dx + \\ + \int_{sh} r M_{\infty}^2 [\varphi_x^2 + \varphi_x \varphi_t] \left( \frac{dx}{dt} \Big|_{sh} dr - \frac{dr}{dt} \Big|_{sh} dx \right) - \frac{d}{dt} \iint_{\Omega} r M_{\infty}^2 (\varphi_x^2 + \varphi_x \varphi_t) dx dr. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Преобразуем выражение  $\langle v \rangle [u] - [uv] = -\langle u \rangle [v]$ . Умножим (2.8) на  $\langle u \rangle$ :

$$-r [v] \langle u \rangle dx = - \left( \frac{dx}{dt} \Big|_{sh} dr + \frac{dr}{dt} \Big|_{sh} dx \right) r M_{\infty}^2 [\varphi_t + 2\varphi_x] \langle u \rangle - r [C_1 u + C_2 u^2] \langle u \rangle dr.$$

Подставляя это соотношение в (2.11) и учитывая, что

$$\frac{2}{3} [u^3] - [u^2] \langle u \rangle = \frac{[u^3]}{6}, \quad \langle u \rangle [\varphi_t] - [u \varphi_t] = -[u] \langle \varphi_t \rangle,$$

находим

$$\int_{-0,5}^{0,5} RR'_x u_* dx = \int_{sh} r C_2 \frac{[u]^3}{6} dr + \int_{sh} M_\infty^2 r \frac{[\varphi_t^2]}{2} dr - \int_{sh} \left( - \frac{dx}{dt} \Big|_{sh} dr + \frac{dr}{dt} \Big|_{sh} dx \right) r M_\infty^2 [u] \langle \varphi_t \rangle - \frac{d}{dt} \iint_{\Omega} r M_\infty^2 (\varphi_x^2 + \varphi_x \varphi_t) dx dr. \quad (2.12)$$

Используя (2.12) и (2.2), получим окончательно выражение для сопротивления:

$$c_x = 4\pi \frac{\gamma + 1}{12} M_\infty^2 \int_{sh} r [\varphi_x]^3 dr - 4\pi M_\infty^2 \int_{sh} r \frac{[\varphi_t^2]}{2} dr - 4\pi M_\infty^2 \int_{sh} \frac{dx}{dt} \Big|_{sh} r \langle \varphi_t \rangle [u] dr + + 4\pi M_\infty^2 \frac{d}{dt} \iint_{\Omega} r (\varphi_x^2 + \varphi_x \varphi_t) dx dr - 4\pi \int_{-0,5}^{0,5} (\varphi_*)_t RR'_x dx - \frac{(S'_x)^2}{2\pi} \ln \frac{R}{r_*} \Big|_{-0,5}^{0,5}. \quad (2.13)$$

Можно не проводить преобразований двойного интеграла в (2.4). Тогда формула для волнового сопротивления имеет вид

$$c_x = 4\pi \frac{\gamma + 1}{12} M_\infty^2 \int_{sh} r [\varphi_x]^3 dr + 4\pi M_\infty^2 \int_{sh} \frac{dx}{dt} \Big|_{sh} r \langle u \rangle [\varphi_t + 2\varphi_x] dr + + 4\pi M_\infty^2 \iint_{\Omega} r \varphi_x (\varphi_t + 2\varphi_x)'_t dx dr - 4\pi \int_{-0,5}^{0,5} (\varphi_*)_t RR'_x dx - \frac{(S'_x)^2}{2\pi} \ln \frac{R}{r_*} \Big|_{-0,5}^{0,5}. \quad (2.14)$$

В этих формулах принято, что положение скачка близко к вертикальному и соответствующие члены с  $dr/dt$  опущены. Кроме того, при их выводе предполагалось, что на бесконечности возмущения скорости стремятся к нулю. Отметим также, что в случае стационарного осесимметричного потока формулы (2.13) и (2.14) переходят в полученную в [3], остаются первый и последний члены.

**3. Численный метод и результаты расчета.** Поставленная краевая задача для уравнения (1.1) решалась численно с использованием осесимметричного варианта метода переменных направлений, разработанного в [3], и монотонной схемы Энгквиста — Ошера [10]. Численные расчеты проводились на прямоугольной сетке, состоящей из 121 узла в  $x$ -направлении и 81 в  $r$ -направлении. Сетка сгущается в областях передней и задней кромки и разрежается по мере удаления от тела. Границы расчетной области располагались на расстоянии 30 хорд от начала координат в обоих направлениях. На теле, расположенном симметрично оси  $r$  ( $|x| \leq 0,5$ ), задавался 81 узел расчетной сетки.

Для расчета сопротивления методом интегрирования вдоль ударных волн был разработан алгоритм их нахождения на каждом временном шаге по резкому уменьшению местного числа Маха в поле потока. При этом, если возмущения скорости на бесконечности по условиям задачи отличались от нуля, например в случае перемещающейся слабой плоской ударной волны с постоянной ненулевой возмущенной скоростью за ней в полупространстве, данное обстоятельство учитывалось путем вычитания из сопротивления, полученного по формулам (2.13) или (2.14), соответствующей константы, рассчитываемой для конечной области, где проводится численное интегрирование.

Приведем результаты численного расчета нестационарного волнового сопротивления

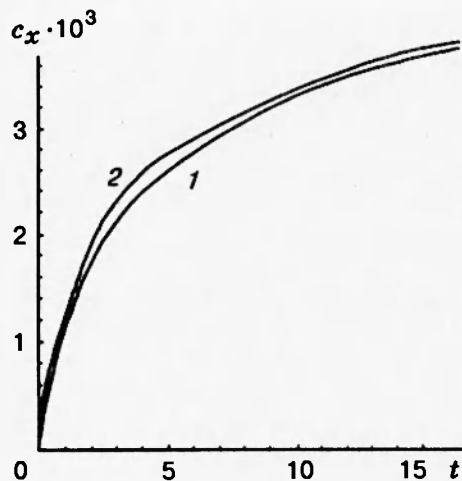


Рис. 2

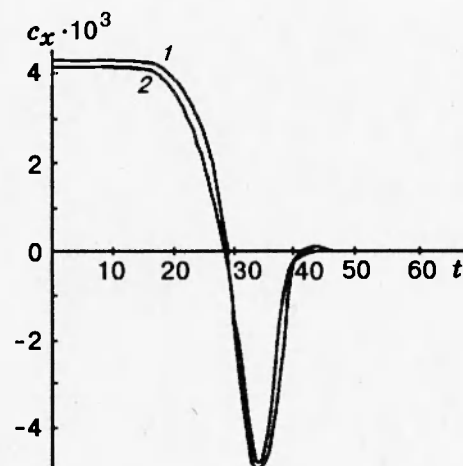


Рис. 3

для тел вращения двух типов. В качестве первого рассмотрим тело, образованное вращением дуги окружности, толщиной 14%. Пусть данное тело движется с околосвуковой скоростью и внезапно входит во встречный горизонтальный порыв ветра (мгновенный охват). Число Маха при этом меняется от  $M_1 = 0,93$  до  $M_2 = 0,98$ . На рис. 2 показана зависимость нестационарного сопротивления от времени, изменяющегося от практически нулевого значения до значения, соответствующего  $M_\infty = 0,98$ . Кривая 1 — расчет сопротивления путем интегрирования вдоль скачков, при этом результаты, полученные по формулам (2.13) и (2.14), практически совпадают, 2 — расчет сопротивления обычным методом интегрирования распределения давления по поверхности тела. Наблюдается небольшое различие (в пределах 5%) в этих двух методах, вызванное тем, что тело достаточно гладкое и практически удовлетворяет всем предположениям теории малых возмущений, локальные ошибки численного расчета в области передней и задней точки тела невелики. Для этого же тела был выполнен численный расчет другой задачи: на тело, движущееся с околосвуковой скоростью ( $M_\infty = 0,98$ ), сзади набегающая плоская ударная волна с перепадом скорости на ней  $\Delta u = 0,1$ .

На рис. 3 показана зависимость нестационарного сопротивления от времени при прохождении по телу ударной волны. Кривая 1 — расчет путем интегрирования вдоль скачков, 2 — интегрирование распределения давления по телу. Различие между кривыми, так же как и в первом случае, невелико. Следует отметить, что кривые на рис. 3 носят явно немонотонный характер, в некоторые моменты времени значение сопротивления становится даже отрицательным. Это вызвано тем, что ударная волна набегающая сзади, «подталкивая» тело. Обращает на себя внимание медленность переходного процесса (как и в первом случае), что является характерным для трансзвукового диапазона скоростей. Отметим, что расчеты по формулам (2.13) и (2.14) снова дают очень близкий результат (в пределах  $2 \div 3\%$ ), и поэтому можно сделать вывод об их равнозначности с точки зрения численного расчета сопротивления методом интегрирования вдоль скачков уплотнения.

Рассмотрим теперь эти же две задачи о нестационарном обтекании тонкого тела вращения другой формы, допускающей локальные нарушения предположений теории малых возмущений о малости производной  $R'_x$ . Тело состоит из трех частей: носовой, близкой к



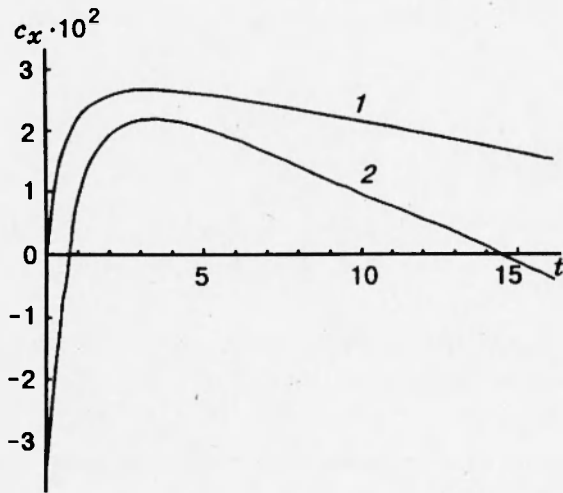


Рис. 4

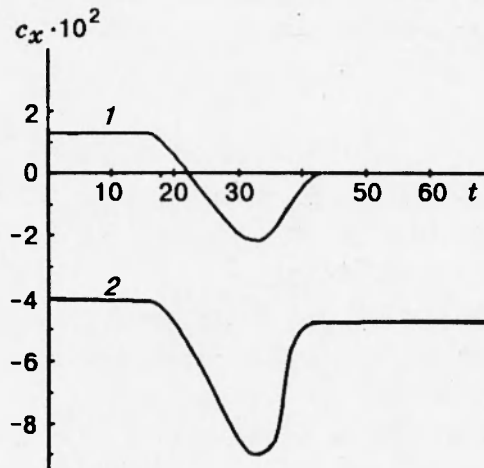


Рис. 5

эллипсоиду вращения, центральной, представляющей собой цилиндр, и хвостовой, имеющей веретенообразную форму. Хвостовая часть составляет половину длины. Носовая часть занимает 30 % всей длины. Сопряжение носовой части с центральной и центральной с хвостовой гладкое, т. е. производная  $R'_x$  в этих точках непрерывна. Обтекание такого класса тел достаточно подробно изучено экспериментально в [11], где дано описание геометрической формы и приведены данные по их волновому сопротивлению. В [3] выполнены расчеты стационарного трансзвукового обтекания трех тел этого класса и проведено сравнение численных и экспериментальных результатов по волновому сопротивлению. Показана надежность метода расчета сопротивления путем интегрирования вдоль скачков уплотнения по сравнению с интегрированием распределения давления по поверхности тела.

На рис. 4 показано, как изменяется во времени волновое сопротивление рассматриваемого тела при внезапном горизонтальном порыве ветра (мгновенный охват). Начальное число Маха  $M_1 = 0,93$ , после охвата порывом  $M_2 = 0,98$ . Кривая 1 — расчет путем интегрирования по скачкам, 2 — интегрирование давления по телу. В этом случае, так же как и для стационарного режима обтекания, различие кривых недопустимо большое, кривая 2 так и не выходит на положительное значение сопротивления. В то же время расчетная кривая 1 дает близкий к экспериментальному результат после завершения переходного процесса. В целом нестационарная кривая, в отличие от аналогичного случая для первого тела, носит немонотонный характер.

На рис. 5 показано изменение со временем волнового сопротивления рассматриваемого тела при воздействии на него набегающей сзади слабой ударной волны. Кривая 1 — расчет путем интегрирования вдоль скачков уплотнения. Она носит немонотонный характер, имеет промежутки отрицательных значений (волна сзади подталкивает тело) и выходит на нулевое значение, что свидетельствует об установлении нового докритического режима обтекания после того, как ударная волна покидает тело и уходит вверх по потоку. Кривая 2 — результат вычисления сопротивления путем интегрирования распределения давления по поверхности тела. Видно, что данный метод дает отрицательное значение волнового сопротивления (тягу) как до начала процесса взаимодействия, так и после его завершения,

что свидетельствует о недостоверности всей кривой 2 с физической точки зрения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 95-01-01067).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Коул Дж., Кук Л. Трансзвуковая аэродинамика. М.: Мир, 1989.
2. Murman E. M., Cole J. D. Inviscid Drag at Transonic Speeds. N. Y., 1974. (Pap. / AIAA; N 74-0540).
3. Найда М. А., Фонарев А. С. Эффективный метод расчета волнового сопротивления тел вращения в трансзвуковом диапазоне скоростей // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 3. С. 60–68.
4. Фонарев А. С. Профиль в трансзвуковом потоке при воздействии порывов ветра и слабых ударных волн // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 3. С. 20–27.
5. Fonarev A. S. Aerodynamics of wing airfoils in nonstationary transonic flows // Russian J. of Comput. Mech. 1993. N 4.
6. McCroskey W. J., Goorjian P. M. Interaction of Airfoils with Gusts and Concentrated Vortices in Unsteady Transonic Flow. N. Y., 1983. (Pap. / AIAA; N 83-1691).
7. McCroskey W. J. The Effect of Gusts on the Fluctuating Airloads of Airfoils in Transonic Flow. N. Y., 1984. (Pap. / AIAA; N 84-1580).
8. Krupp J. A., Murman E. M. The Numerical Calculation of Steady Transonic Flows Past Thin Lifting Airfoils and Slender Bodies. N. Y., 1971. (Pap. / AIAA; N 71-0566).
9. Kwak D. Nonreflecting far-field boundary conditions for unsteady transonic flow computation // AIAA J. 1981. V. 19, N 11.
10. Engquist B. E., Osher S. J. Stable and entropy satisfying approximations for transonic flow calculations // Math. Comput. 1980. V. 34, N 19.
11. Петров К. П. Аэродинамика элементов летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1985.

*Поступила в редакцию 30/IV 1995 г.*

---