

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ, ВОЗБУЖДАЕМОЕ В ВОЗДУХЕ  
ИМПУЛЬСОМ ГАММА-КВАНТОВ

Ю. А. Медведев, Б. М. Степанов, Г. В. Федорович

(Москва)

Рассмотрены характеристики электрического поля, обусловленного поляризацией воздуха при протекании нестационарных комптоновских токов, возбуждаемых импульсом  $\gamma$ -квантов в воздухе малой плотности. Учтено влияние поля на движение комптоновских электронов. Оценены амплитуда и время релаксации поля.

Под действием направленного тока  $\gamma$ -квантов в воздухе вследствие смещения комптоновских электронов возникает поляризационное электрическое поле. В данной статье рассматриваются основные характеристики возникающего поля в воздухе малой плотности. Аналогичная задача ставилась в [1], где рассмотрено электромагнитное поле, возбуждаемое нестационарным источником  $\gamma$ -излучения в верхней атмосфере. При этом токи комптоновских электронов предполагались заданными и величина их принималась пропорциональной отношению газокинетических пробегов комптоновского электрона и  $\gamma$ -кванта (это отношение порядка 0,01 и не зависит от высоты). Однако с увеличением пробега электрона становится существенным тормозящее действие возникающего электрического поля на движение комптоновского электрона ( $eEl / \epsilon$  — критерий влияния,  $E$  — величина поля,  $l$  и  $\epsilon$  — пробег и энергия комптоновского электрона).

1. Рассматривается задача о поляризационном поле, возникающем в воздухе малой плотности, находящемся в интенсивном потоке  $\gamma$ -излучения. Поток квантов предполагается моноэнергетическим с энергией порядка единиц мегаэлектронвольт. Ниже проанализированы два случая: в одном из которых временная зависимость интенсивности потока выбрана в виде импульсной функции, в другом — единичной функции включения. Хотя в отдельности каждый из соответствующих результатов не характеризует полностью рассматриваемую нелинейную систему, совокупность их, как правило, оказывается достаточной для оценок в большинстве практически интересных случаев. Как и в [2,3], предполагается, что комптоновские электроны двигаются в среднем вдоль направления распространения квантов. Относительно возникающего поля предполагается, что оно слабо меняется в пространстве на длине пробега комптоновского электрона. На величину и временной режим и изменения поля влияет развивающаяся проводимость воздуха, в свою очередь зависящая от величины поля. Будем считать, что проводимость воздуха  $\sigma$  обязана вторичным электронам, рождаемым комптоновскими и исчезающими в результате электронной рекомбинации со скоростью  $\alpha$ .

Обозначая эффективную подвижность вторичных электронов через  $k$ , а их плотность — через  $n$ , можем записать

$$\sigma = ekn$$

Рассмотрим влияние электрического поля  $E$  на процесс торможения комптоновского электрона. Если начальная энергия равна  $\epsilon_0$ , то потери энергии при движении электрона описываются выражением

$$-\alpha\epsilon / dr = f(\epsilon) + eE \quad (1.1)$$

где  $f(\alpha)$  — потери энергии электрона на ионизацию.

Из (1.1) получаем эффективный пробег электрона с учетом ионизационных потерь в тормозящем поле

$$l^* = \int_0^{\varepsilon_0} \frac{d\varepsilon}{f(\varepsilon) + eE}$$

В первом приближении можно положить  $f(\varepsilon) = \text{const}$  (более аккуратное рассмотрение дает весьма близкий результат).

Тогда

$$l^* = \frac{l}{1 + eEl/\varepsilon_0} \quad (1.2)$$

Энергия, затраченная на ионизацию воздуха, равна

$$\Delta\varepsilon = \int_0^{l^*} f[\varepsilon(r)] dr = \frac{\varepsilon_0}{1 + eEl/\varepsilon_0}$$

т. е. влияние поля приводит к уменьшению затраченной на ионизацию энергии в  $(1 + eEl/\varepsilon_0)$  раз. В таком же отношении, очевидно, уменьшается и число создаваемых вторичных электронов

$$v^* = \frac{v}{1 + eEl/\varepsilon_0} \quad (1.3)$$

где  $v \approx 3 \cdot 10^4$  — число электрон-ионных пар, образуемых при поглощении энергии  $1 \text{ Мэв}$ . Используя выражения для комптоновского тока, аналогичные приведенным в [2,3] (в данном случае вместо  $l$  и  $v$  следует использовать  $l^*$  и  $v^*$ )

$$j_k = e \frac{l^*}{l_\gamma} j_\gamma$$

и для плотности источников вторичных электронов

$$q = \frac{v^*}{l_\gamma} j_\gamma$$

( $l_\gamma$  — пробег  $\gamma$ -кванта,  $j_\gamma$  — поток  $\gamma$ -квантов в рассматриваемой точке) получим замкнутую систему уравнений, описывающих изменение поля и проводимости со временем

$$\partial E / \partial t = 4\pi \{j_k - \sigma E\}, \quad \partial n / \partial t = q - \alpha n^2 \quad (1.4)$$

Если ввести безразмерные переменные

$$x = \frac{e l E}{\varepsilon}, \quad y = \frac{\alpha l e^2}{v k \varepsilon} n, \quad \zeta = \frac{4\pi v k^2 \varepsilon}{\alpha l^2} t$$

то система (1.4) принимает вид

$$\frac{dx}{d\zeta} = \frac{i(\zeta)}{1+x} - xy, \quad \frac{dy}{d\zeta} = \lambda \left\{ \frac{i(\zeta)}{1+x} - y^2 \right\} \quad (1.5)$$

$$\lambda \equiv \frac{\alpha}{4\pi e k}, \quad i \equiv \frac{\alpha}{v l_\gamma} j_\gamma \left( \frac{e l^2}{k \varepsilon} \right)^2$$

Начальные условия для  $x$  и  $y$  нулевые

2. Рассмотрим изменение величин  $x$  и  $y$  в случае импульсного источника, т. е. при

$$i(\zeta) = i_0 \delta(\zeta)$$

Величины  $x$  и  $y$  при  $\zeta \rightarrow +0$  обозначим через  $x_0$  и  $y_0$  соответственно. Для определения величины  $x_0$  умножим первое уравнение системы (1.5) на  $(1+x)$  и проинтегрируем по  $\zeta$  от  $\zeta = -0$  до  $\zeta = \zeta_1$ . При этом получим

$$\int_0^{\zeta_1} (1+x) \frac{dx}{d\zeta} d\zeta = x(\zeta_1) + \frac{x^2(\zeta_1)}{2} = i_0 - \int_0^{\zeta_1} xy(1+x) d\zeta$$

При  $\zeta_1 \rightarrow +0$  второй член в правой части стремится к нулю, поэтому

$$x_0 + 1/2 x_0^2 = i_0, \quad \text{или} \quad x_0 = \sqrt{2i_0 + 1} - 1$$

При определении величины  $y_0$  заметим, что во втором уравнении (1.5), так же как и в первом, второй член в правой части несуществен в момент действия источника, следовательно, в этот момент изменение величин  $x, y$  описывается системой

$$\frac{dx}{d\zeta} = \frac{i(\zeta)}{1+x}, \quad \frac{dy}{d\zeta} = \lambda \frac{i(\zeta)}{1+x}$$

Деля одно уравнение на другое и интегрируя, получаем

$$y(\zeta) = \lambda x(\zeta)$$

Переходя к пределу  $\zeta \rightarrow +0$ , имеем

$$y_0 = \lambda x_0$$

При  $\zeta > 0$  из второго уравнения (1.5) получаем (величина  $y_0$  в данном случае играет роль начального условия)

$$y(\zeta) = y_0 [1 + \lambda y_0 \zeta]^{-1}$$

после чего из первого уравнения (1.5) следует:

$$x(\zeta) = x_0 [1 + \lambda y_0 \zeta]^{-1/\lambda}$$

3. Рассмотрим изменение величин  $x, y$  в случае  $\eta$ -источника, т. е. при

$$i(\zeta) = \begin{cases} 0 & (\zeta < 0) \\ i_1 & (\zeta > 0) \end{cases}$$

Уравнения (1.5) в случае  $\eta$ -источника не решаются аналитически. Поэтому целесообразно провести качественное исследование поведения решений. Рассмотрим «фазовую траекторию» системы на плоскости  $xy$ . Уравнение для нее получается при делении первого уравнения системы (1.5) на второе

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\lambda} \frac{i_1 - xy(1+x)}{i_1 - y^2(1+x)} \quad (3.1)$$

При  $i_1 \gg i$  на большем участке фазовой траектории  $x \gg 1$  и уравнение (3.1) можно упростить

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\lambda} \frac{i_1 - x^2 y}{i_1 - xy^2} \quad (3.2)$$

При малых  $y$  выполняются условия  $x^2y \ll i_1$ ,  $xy^2 \ll i_1$  и из (3.2) получаем  $x \approx y/\lambda$ . Так как реально  $\lambda \ll 1$ , то  $x \gg y$ . С ростом  $\xi$  увеличивается  $x$  и в числителе выражения (3.2) оба слагаемых сравниваются.

При этом, однако, в знаменателе по-прежнему второй член значительно меньше первого. Поэтому на некотором участке фазовой траектории можно уравнение (3.2) заменить более простым

$$\partial x / \partial y = (i_1 - x^2y) / \lambda i_1 \quad (3.3)$$

Подстановка  $x = i_1 \lambda z'_y / yz$  приводит уравнение (3.3) к виду

$$yz''_{yy} - z'_y - y^2z / i_1 \lambda^2 = 0$$

Общее решение последнего уравнения есть

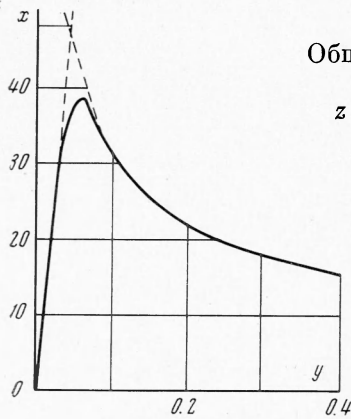
$$z = y [C_1 I_{2/3}(\xi) + C_2 I_{-2/3}(\xi)] \quad \left( \xi = \frac{2}{3} \frac{y^{3/2}}{\lambda i_1^{1/2}} \right)$$

где  $I_p$  — функция Бесселя чисто мнимого аргумента порядка  $p$ . Следовательно

$$x = \left( \frac{i_1}{y} \right)^{1/2} \frac{C_2 I_{1/3}(\xi) + C_1 I_{-1/3}(\xi)}{C_1 I_{2/3}(\xi) + C_2 I_{-2/3}(\xi)}$$

Так как  $x \rightarrow C_1 / C_2$  при  $y \rightarrow 0$ , то для выполнения нулевых начальных условий нужно положить  $C_1 = 0$ . Окончательно, имеем

$$x = \left( \frac{i_1}{y} \right)^{1/2} \frac{I_{1/3}(\xi)}{I_{2/3}(\xi)} \quad (3.4)$$



Фиг. 1

Зависимость  $x(y)$ , даваемая формулой (3.4), приведена на фиг. 1 ( $\lambda = 10^{-3}$ ,  $i_1 = 10^2$ ). Непосредственный расчет показывает, что пренебрежение членом  $xy^2$  в знаменателе выражения (3.2) оправдано вплоть до  $y \sim 1$ , когда аргумент функции Бесселя значительно больше единицы и для  $x$  можно использовать асимптотическое выражение  $x \approx (i_1/y)^{1/2}$ . Нетрудно видеть, что асимптотический режим изменения  $x(y)$  соответствует «квазистационарному» приближению, получающемуся если положить равной нулю производную от  $x$  в выражении (3.3). Поэтому фазовую траекторию системы, описываемую уравнением (3.2), можно аппроксимировать отрезками линий

$$x = \begin{cases} y/\lambda & \text{при } 0 < y^3/\lambda^2 < i_1 \\ (i_1/y)^{1/2} & \text{при } i_1 < y^3/\lambda^2 < i_1/\lambda^2 \end{cases}$$

Эта аппроксимирующая линия изображена на фиг. 1 пунктиром.

Анализ уравнений при  $i_1 \ll 1$  показывает, что и в этом случае возможна аналогичная аппроксимация фазовой траектории. Поэтому при анализе поведения решений системы (1.5) можно принять, что фазовая траектория имеет вид, изображенный на фиг. 2 (линия  $oab$ ). На этой фигуре прямые 1 и 2 описываются уравнениями

$$x = y/\lambda, \quad y = x$$

соответственно, а линия 3 — уравнением

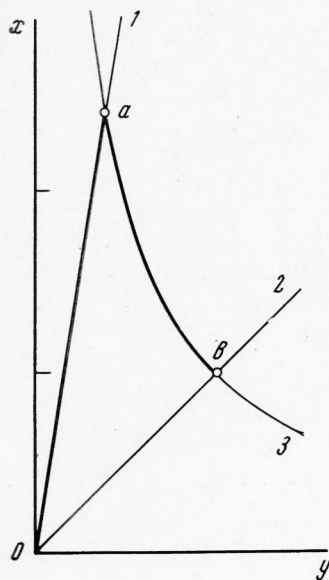
$$y = i_1/x(1+x)$$

Точки  $a$  и  $b$  имеют координаты, определяемые из уравнений

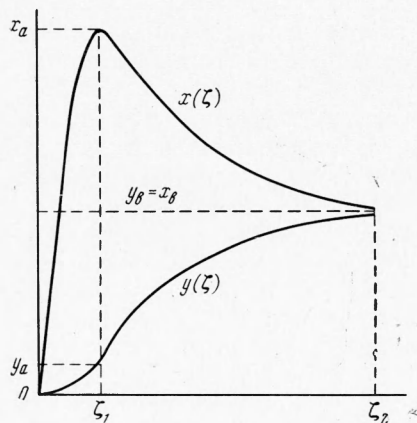
$$x_a^2 (1 + x_a) = i_1 / \lambda, \quad y_a = \lambda x_a; \quad x_b^2 (1 + x_b) = i_1, \quad y_b = x_b$$

Точка  $b$  является стационарной точкой системы (1.5)

Примерный вид зависимостей  $x = x(\zeta)$ ,  $y = y(\zeta)$ , полученных на основе проведенного выше качественного анализа системы (3.1), изображен на фиг. 3.



Фиг. 2



Фиг. 3

Оценим характерные времена (безразмерные)  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ . Из первого уравнения (1.5) непосредственно следует:

$$\zeta = \int_0^x \frac{(1+x) dx}{i_1 - x(1+x)y}$$

При  $\zeta < \zeta_1$  можно положить  $y = \lambda x$ , кроме того, при  $i \gg i$  на большем участке промежутка интегрирования  $x \gg i$ , поэтому

$$\zeta \approx \int_0^x \frac{x dx}{i_1 - \lambda x^3}$$

Производя замену переменной в интеграле  $x = (i_1 / \lambda)^{1/3} u$ , получаем

$$\zeta \approx \frac{1}{\lambda^{2/3} i_1^{1/3}} \int_0^u \frac{u du}{1 - u^3}$$

Отсюда непосредственно следует

$$\zeta_1 \sim (\lambda^2 i_1)^{-1/3}$$

Аналогично из второго уравнения (1.5) получаем

$$\zeta = \frac{1}{\lambda} \int_0^y \frac{(1+x) dy}{i_1 - (1+x)y^2}$$

При  $\zeta_1 < \zeta < \zeta_2$  значительной части промежутка интегрирования соответствует участок  $ab$  (фиг. 2) фазовой траектории.

При  $i_1 \gg 1$  на этом участке  $x = (i_1 / y)^{1/2}$ , поэтому

$$\zeta = \frac{1}{\lambda i_1^{-1/3}} \int_0^{u_1} \frac{du}{\sqrt{u - u^2}}, \quad u_1 = \frac{y}{i_1^{1/3}}$$

Отсюда следует:

$$\zeta_2 \sim \lambda^{-1} i_1^{-1/3}$$

Аналогично получаются оценки величин  $\zeta_1, \zeta_2$  в случае  $i \ll 1$ . Именно

$$\zeta_1 \sim (i_1 \lambda)^{-1/2}, \quad \zeta_2 \sim (\lambda^2 i_1)^{-1/2}$$

5. Проведенный анализ системы уравнений (1.5) позволяет заключить, что изменение электрического поля в начальные моменты времени ( $\zeta < \zeta_1$ ) определяется в основном накоплением поляризационных зарядов при протекании комптоновских токов, а проводимость воздуха не влияет на поле, так как мала электронная плотность.

При  $\zeta > \zeta_1$  поле определяется равенством комптоновского тока и тока проводимости. В эти моменты времени ( $\zeta < \zeta_2$ ) электронная плотность нарастает за счет постоянно действующего источника ионизации. Это ведет к росту проводимости и, следовательно, к спаду величины электрического поля. В дальнейшем рост плотности электронов прекращается за счет электрон-ионной рекомбинации, и при  $\zeta > \zeta_2$  система становится стационарной.

Поэтому величину  $\zeta = \zeta_1$  можно назвать временем релаксации электрического поля, а величину  $\zeta_2$  — временем релаксации электронной плотности. Сопоставление оценок величин  $\zeta_1, \zeta_2$  показывает, что всегда  $\zeta_2 \gg \zeta_1$ , т. е. электронная плотность релаксирует гораздо медленнее электрического поля.

Пространственная асимметрия системы приводит к излучению части энергии в виде электромагнитного импульса. Однако анализ численных решений подобных систем показывает, что учет излучения мало меняет величину и временной режим полей непосредственно в зоне токов. В пространственно-изотропной системе поперечные (по отношению к потоку  $\gamma$ -квантов) поля отсутствуют, и полученные выше результаты в этом смысле корректны.

В заключение авторы благодарят Г. М. Гандельмана за обсуждение некоторых аспектов работы.

Поступила 30 XII 1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Karzas W. J., Latter R. Electromagnetic radiation from a nuclear explosion in space. Phys. Rev., 1962, vol. 126, No. 6.
2. Компанец А. С. Радиоизлучение атомного взрыва. ЖЭТФ, 1958, т. 35, вып. 6.
3. Gilinsky V. Kompaneets model for radio emission from a nuclear explosion. Phys. Rev., 1965, vol. 137, No. 1A.