

- atomic gases and gas mixtures.— In: Rarefied Gas Dynamics. 5th International Symposium. Vol. 2. N. Y., Academic Press, 1967.
12. Бочкарев А. А., Косинов В. А., Ребров А. К., Шарафутдинов Р. Г. Измерение параметров газового потока с помощью электронного пучка.— В кн.: Экспериментальные методы в динамике разреженных газов. Новосибирск, изд. Ин-та теплофизики СО АН СССР, 1974.
 13. Косинов В. А., Кузнецов Л. И., Шарафутдинов Р. Г. Экспериментальная техника электронно-пучковой диагностики.— В кн.: Экспериментальные методы в динамике разреженных газов. Новосибирск, изд. Ин-та теплофизики СО АН СССР, 1974.
 14. Anderson J. B., Fenn J. B. Velocity distribution in molecular beams from nozzle sources.— «Phys. Fluids», 1965, vol. 8, N 5.
 15. Кисляков Н. И., Ребров А. К., Шарафутдинов Р. Г. Диффузионные процессы в зоне смешения сверхзвуковой струи низкой плотности.— ПМТФ, 1973, № 1.
 16. Ashkenas H., Sherman F. S. The structure and utilization of supersonic free jets in low density wind tunnels.— In: Rarefied Gas Dynamics. 4th International Symposium. Vol. 2. N. Y., Academic Press, 1966.
 17. Волчков В. В., Иванов А. В., Кисляков Н. И., Ребров А. К., Сухнев В. А., Шарафутдинов Р. Г. Струи низкой плотности за звуковым соплом при больших перепадах давления.— ПМТФ, 1973, № 2.

УДК 533.6.011

АВТОМОДЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ГАЗА, РАЗОГРЕТОГО ТОЧЕЧНЫМ ИЗОТРОПНЫМ ИСТОЧНИКОМ МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

И. Г. Жидов, В. Г. Рогачев

(Москва)

Рассмотрим задачу о сферически-симметричном движении идеального газа с начальными распределениями

$$v(r, 0) = 0; \rho(r, 0) = \rho_0; \varepsilon(r, 0) = A/r^2,$$

где v — массовая скорость; ρ — плотность; ε — удельная энергия. При $t > 0$

$$v(0, t) = 0; v(r \rightarrow \infty, t) = 0.$$

Такие условия возникают, например, в случае мгновенного разогрева газа точечным изотропным монохроматическим источником излучения, когда начальный разогрев можно представить в виде

$$\varepsilon(r, 0) = (E_0/4\pi r^2 L \rho_0) e^{-r/L},$$

где L — пробег; E_0 — полная энергия излучения. При $r \ll L$

$$\varepsilon(r, 0) = A/r^2, A = E_0/4\pi L \rho_0.$$

Задача в такой постановке содержит лишь два размерных параметра A и ρ_0 , из которых нельзя составить параметр размерности длины. Поэтому движение газа при $t > 0$ автомодельное (автомодельность первого рода).

Очевидно, что течения будут автомодельными при любой степенной зависимости $\varepsilon(r, 0) = Ar^{-n}$. Однако значения $n \geq 3$ физически неправомысленны, поскольку соответствуют случаю бесконечной энергии в сфере конечного радиуса.

В обозначениях, принятых в [1], автомодельная переменная запишется в виде

$$(1) \quad \lambda = r/A^{1/4}t^{1/2}.$$

Аналогично [1] введем безразмерные переменные V, R, P

$$(2) \quad v = (r/t)V; \quad \rho = \rho_0 R; \quad p = \rho_0(r^2/t^2)P,$$

где p — давление.

Подставляя (1), (2) в уравнения газовой динамики, в случае сферической симметрии получим

$$(3) \quad \begin{aligned} \lambda[(1/2 - V)V' - P'/R] &= V^2 - V + 2P/R; \\ \lambda[-V' + (1/2 - V)R'/R] &= 3V; \\ \lambda(1/2 - V)[P'/P - \gamma R'/R] &= 2V - 2, \end{aligned}$$

введя переменную Z

$$(4) \quad Z = \gamma P/R = \gamma(p/\rho)t^2/r^2,$$

где γ — показатель адиабаты, из (3) получим дифференциальное уравнение для $Z(V)$

$$(5) \quad \frac{dZ}{dV} = \frac{Z \left\{ [2(V-1) + 3(\gamma-1)V] \left(V - \frac{1}{2}\right)^2 - (\gamma-1)V(V-1) \left(V - \frac{1}{2}\right) \right\}}{\left(V - \frac{1}{2}\right) \left[V(V-1) \left(V - \frac{1}{2}\right) + \right.} \\ \left. - \left[2(V-1) + \frac{1}{\gamma}(\gamma-1) \right] Z^2 \right.} \\ \left. + \left(\frac{1}{\gamma} - 3V \right) Z \right\}.$$

Учитывая характер начальных условий, предположим, что течение содержит ударную волну. Фронту ударной волны r^* , которая распространяется по разогретому движущемуся газу, соответствует определенное значение λ^* , зависящее от γ ,

$$(6) \quad r^*(t) = \lambda^* A^{1/4} \sqrt{t}.$$

Ниже параметры на фронте ударной волны отмечены звездочкой *.

Асимптотическое решение системы уравнений (3) при $\lambda \rightarrow \infty$ получим, учитывая, что $\rho \rightarrow \rho_0, v \rightarrow 0$ (т. е. $R \rightarrow 1, V \rightarrow 0$)

$$\begin{aligned} V &= 2(\gamma-1)/\lambda^4 + (\gamma-1)^2(6\gamma+22)/3\lambda^8; \\ P &= (\gamma-1)/\lambda^4 + (\gamma-1)^2(\gamma+2)/\lambda^8; \\ R &= 1 + (\gamma-1)/\lambda^4 + 5(\gamma-1)^2(3\gamma+14)/6\lambda^8, \end{aligned}$$

где отброшены члены разложения $\sim \lambda^{-12}$.

При $\lambda \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} V &= 1/3\gamma + [(3\gamma-1)(3\gamma-2)^2/54\gamma^4(15\gamma-4)]C_2/C_1 \cdot \lambda^{(2+6\gamma)/(3\gamma-2)}; \\ P &= C_1/\lambda^2 + [(3\gamma-1)(3\gamma-2)/9\gamma^2(2+6\gamma)]C_2\lambda^{6/(3\gamma-2)}; \\ R &= C_2\lambda^{\frac{6}{3\gamma-2}} + \frac{(15\gamma+2)(3\gamma-1)(3\gamma-2)}{(15\gamma-4)9\gamma^3(2+6\gamma)} \frac{C_2^2}{C_1} \lambda^{\frac{8+6\gamma}{3\gamma-2}}, \end{aligned}$$

где C_1 и C_2 — постоянные, которые могут быть определены лишь при полном решении задачи. Однако отсюда можно получить значение $Z(V)$, не содержащее C_1 и C_2 ,

$$(7) \quad Z = \frac{(3\gamma - 1)(3\gamma - 2)^2}{54\gamma^3(15\gamma - 4)\left(V - \frac{1}{3\gamma}\right)} \left[\frac{(3\gamma - 2)(2 + 6\gamma) + 6\gamma^2(15\gamma - 4)\left(V - \frac{1}{3\gamma}\right)}{(3\gamma - 2)(2 + 6\gamma) + 6\gamma(15\gamma + 2)\left(V - \frac{1}{3\gamma}\right)} \right].$$

Параметры течения за фронтом ударной волны и перед ним связаны соотношениями на сильном разрыве

$$(8) \quad V_2^* - \frac{1}{2} = \left(V_1^* - \frac{1}{2}\right) \left[1 + \frac{2}{\gamma + 1} \frac{Z_1^* - \left(V_1^* - \frac{1}{2}\right)^2}{\left(V_1^* - \frac{1}{2}\right)^2} \right];$$

$$Z_2^* = \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}\right)^2 \frac{1}{\left(V_1^* - \frac{1}{2}\right)^2} \left[\left(V_2^* - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{2Z_1^*}{\gamma - 1} \right] \left[\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left(V_1^* - \frac{1}{2}\right)^2 - Z_1^* \right];$$

$$R_2^* \left(V_2^* - \frac{1}{2}\right) = R_1^* \left(V_1^* - \frac{1}{2}\right),$$

где индекс 1 соответствует параметрам перед фронтом, а 2 — за фронтом.

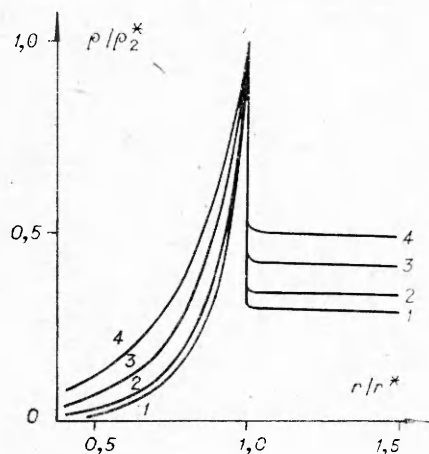
Зависимости $R(\lambda)$, $V(\lambda)$, $P(\lambda)$ для любых значений λ могут быть определены лишь путем численного интегрирования системы обыкновенных дифференциальных уравнений (3). При некотором $\lambda_1 \gg 1$ значения $R(\lambda_1)$, $V(\lambda_1)$, $P(\lambda_1)$ вычислим по асимптотическим формулам (6). Используя эти значения в качестве начальных условий, проинтегрируем численно систему уравнений (3) в области $\lambda < \lambda_1$, получим зависимости $R_1(\lambda)$, $V_1(\lambda)$, $P_1(\lambda)$, а затем по формуле (4) значение $Z_1(\lambda)$. Подставляя $Z_1(\lambda)$ и $V_1(\lambda)$ в соотношения (8), получим зависимость $Z_2^+(V_2)$ и при некотором значении $V = V_2^0$ вычисляем по формуле (7) значение $Z_2(V_2^0)$. (Соотношение (7) справедливо при $\lambda \ll 1$ или, что то же, при $V_2^0 - 1/3\gamma \ll 1$.) Используя $Z_2(V_2^0)$ в качестве начального условия для дифференциального уравнения (5) и интегрируя его в области $V_2 > V_2^0$, получим зависимость $Z_2^-(V_2)$. Из соотношения

$$Z_2^+(V_2(\lambda)) = Z_2^-(V_2)$$

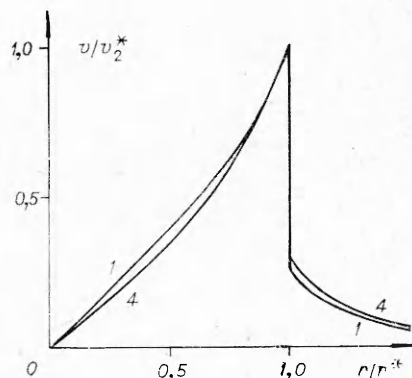
можно определить V_2^* и Z_2^* .

Используя численные зависимости $R_1(\lambda)$, $V_1(\lambda)$, $P_1(\lambda)$ и условия на фронте ударной волны (8), найдем значения λ^* , R_1^* , V_1^* , P_1^* , R_2^* и P_2^* . Интегрирование (3) при $\lambda < \lambda^*$ с начальными условиями $R_2(\lambda^*) = R_2^*$,

| γ | λ^* | V_1^* | V_2^* | P_1^* | P_2^* | R_1^* | R_2^* |
|----------|-------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1,1 | 1,284 | 0,0945 | 0,376 | 0,0437 | 0,1664 | 1,076 | 3,512 |
| 1,2 | 1,536 | 0,0921 | 0,357 | 0,0427 | 1,1585 | 1,074 | 3,056 |
| 1,4 | 1,847 | 0,0886 | 0,323 | 0,0412 | 0,1442 | 1,0711 | 2,483 |
| 1,6667 | 2,133 | 0,0828 | 0,287 | 0,0387 | 0,1294 | 1,0672 | 2,086 |



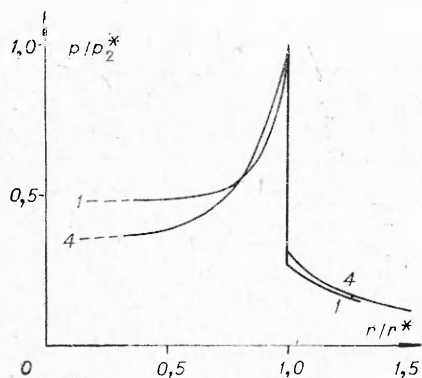
Ф и г. 1



Ф и г. 2

$P_2(\lambda^*) = P_2^*$, $V_2(\lambda^*) = V_2^*$ дает значения $R_2(\lambda)$, $V_2(\lambda)$, $F_2(\lambda)$ за фронтом ударной волны.

Значения λ_1 и V_2^0 выбирали, исходя из требования относительной точности вычисления параметров на фронте ударной волны $\sim 10^{-4}$ — 10^{-3} . В расчетах использовались значения $\lambda_1 = 4$, $V_2^0 = 1/3\gamma + 0,0025$.



Ф и г. 3

В таблице представлены результаты расчета параметров на фронте ударной волны для четырех значений γ . Профили плотности, скорости и давления изображены на фиг. 1—3 (кривая 1 соответствует $\gamma = 1,1$; 2 — $\gamma = 1,2$; 3 — $\gamma = 1,4$; 4 — $\gamma = 1,6667$).

Ввиду слабой зависимости $p/p_2^*(r/r^*)$ и $v/v_2^*(r/r^*)$ от γ (в диапазоне $\gamma = 1,1 - 5/3$) на фиг. 2,3 они представлены лишь для $\gamma = 1,1$; $5/3$.

На фронте ударной волны, распространяющейся по нагретому движущемуся газу, предельное сжатие не достигается. В рассмотренной задаче при $\gamma = 5/3$ имеет место сжатие $\rho_2^*/\rho_1^* = 1,95$, тогда как предельное значение составляет 4. Профиль скорости за фронтом ударной волны близок к линейному. При конечном t и $r \rightarrow 0$ $\rho(r) \rightarrow 0$, $p(r) \rightarrow \text{const}$.

Область применимости полученного решения ограничена условиями

$$(9) \quad r \ll L \text{ и } r \ll \sqrt{E_0/4\pi L\rho_0\epsilon_0}.$$

Выполнение первого из них позволяет представить начальный разогрев в виде степенной зависимости удельной энергии от радиуса, а выполнение второго позволяет пренебречь собственной энергией холодного газа ϵ_0 по сравнению с энергией разогрева газа излучением. Автомодельное решение справедливо в течение времени, пока радиус фронта ударной волны удовлетворяет соотношениям (8).

Поступила 22 VII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1967.
2. Коробейников В. П., Мельникова М. С., Рязанов Е. В. Теория точечного взрыва. М., Физматгиз, 1961.
3. Неуважаев В. Е. Движение газа при заданном пространственном распределении давления.— ПММ, 1970, т. 34, вып. 1.

УДК 533.6.011.72

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ
МОЩНЫХ УДАРНЫХ ВОЛН В КАНАЛЕ

А. А. Коньков, А. И. Соколов

(Москва)

Широкое применение ударных труб в лабораторной практике общеизвестно. Однако, несмотря на имеющиеся сведения [1] о скоростях ударных волн ~ 100 км/с, экспериментальные данные о размерах ударно-нагретой области за фронтом ударной волны ограничены числами $M=10$ [2]. Расчетные данные не выходят за рамки этого диапазона, за исключением воздуха, где расчеты проведены до $M=20$ [3, 4]. За мощными ударными волнами эффекты, обусловленные вязкостью, теплопроводностью и излучением среды, должны приводить к серьезным отклонениям реального течения от идеализированной картины при равномерном движении поршня в канале, заполненном невязкой нетеплопроводной неплучающей средой. Поэтому целесообразно экспериментально исследовать ход плотности и размеры ударно-нагретой области за фронтом ударных волн, распространяющихся в канале ударной трубы, позволяющей получить скорости до 8 км/с.

В экспериментах использовалась ударная труба, аналогичная описанной в [5], но в данных экспериментах внутреннее сечение канала камеры низкого давления имело форму квадрата 27×27 мм². После смотровых окон была установлена дополнительная секция большего сечения, чтобы отражение ударной волны от торца не нарушало картины течения. В качестве исследуемого газа был взят аргон.

В основу исследований положен интерферометрический способ определения плотности, для чего использовалась система Рождественского [6], в которой интерферометр Маха — Цендера скрещен со спектрографом. Эта система была дополнена разверткой во времени, аналогичной используемой в работе [7]. Схема эксперимента приведена на фиг. 1. Здесь I — IV — зеркала интерферометра; L_1, L_2 — линзы; 6 — спектрограф типа ИСП-51; 7, 8 — ждущий фоторегистратор и его блок питания; 5, 4 — источник света и его блок питания.

В качестве зондирующего источника света 5 использовался импульсный разряд в капилляре, распределение энергии в спектре которого совпадает с распределением в спектре черного тела с температурой около 40 000 К. Описание этого источника дано в [8].

На фиг. 1 схематически изображена система измерения скорости. Здесь D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 — ионизационные датчики, причем расстояния $D_1D_2, D_2D_3, D_3D_4, D_4D_5$ равны соответственно 100, 300, 80, 240 мм; I — блок, который формирует электрические импульсы после замыкания