

УДК 531.4 + 622.2

**АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ОТКОСОВ БЛОЧНОГО СТРОЕНИЯ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФИКТИВНОЙ ИНЕРЦИОННОЙ СИЛЫ**

**Хассан Сарфараз**

*Инженерный колледж, Тегеранский университет,*

E-mail: sarfaraz@ut.ac.ir, ул. Шанздах-э-Азар (просп. Энгелаб), 1417466191, г. Тегеран, Иран

Представлен обзор основных видов вывалов откосов блочного строения. Для анализа устойчивости блоков на вывал предлагается подход, в основе которого лежит принцип фиктивных инерционных сил. На типовом примере выполнено сравнение предлагаемого метода с методом Гудмана – Брэя. Результаты обоих методов допустимо совпадают.

*Откос блочного строения, вывал блоков, теоретическое решение, коэффициент безопасности*

DOI: 10.15372/FTPPI20210204

Вывал блоков — распространенное нарушение устойчивости естественных и искусственных откосов блочного строения. Массив пород состоит из набора параллельных блоков, которые в процессе разрушения могут сдвигаться под наклоном вниз, при этом скользить относительно друг друга или поворачиваться относительно трещин в их основании.

В 1971 г. введен термин “ вывал”, рассмотрен поворот блоков породы и предложен критерий, основанный на теоретическом методе и экспериментальных моделях [1]. В [2] выполнено физическое моделирование на устройстве с фрикционной базой. Вывал классифицирован на первичный (вывал блоков и вывал блоков с изгибом) и вторичный (вывал со скольжением слоев, опрокидывание со скольжением основания, вывал со скольжением верхней части массива, скольжение, оползень и вывал относительно трещин растяжения) [3]. Основным фактором неустойчивости массива при первичном вывале является его вес. Вторичный вывал пород инициируется различными внешними факторами, которые исследуются многими учеными [4 – 15]. Например, в [13] смоделирован вывал со скольжением верхней части массива методом конечных элементов, результаты сравнены с результатами существующих физических моделей и аналитических решений. В [14] предложена методика оценки вывала, сопровождаемого оползнем, в [15] представлен теоретический подход для анализа вывала пород со скольжением слоев и проведено сравнение с методикой, описанной в [10].

Существует большое количество работ по изучению первичного вывала физическим и численным моделированием, а также аналитическими решениями, которые основаны на классификации Гудмана и Брэя [16 – 19]. С помощью устройства с фрикционной базой в [20, 21] смо-

делирован вывал откосов блочного строения. В [22] описано несколько испытаний в центрифуге для изучения вывала с изгибом. В качестве материала для образцов использовалось стекло и бетон. Выполнено физическое испытание и представлено трехмерное численное моделирование для исследования кинетического состояния массива при вывале [23]. Анализ устойчивости массива проводился в [24, 25] на основе теории консольных балок, в [26, 27] применялась теория ограниченного равновесия. Дано новое аналитическое решение для оценки устойчивости блоков на вывал с изгибом путем применения метода Сарма [28], проведено сравнение с методами Амини, Айдана и Кавамото. В [29] представлен подход для подобного типа разрушения, сочетающий методы Гудмана – Брэя и Айдана – Кавамото. Методом дискретных элементов смоделировано первичное разрушение, результаты сопоставлены с существующими физическими моделями [30]. Исследовалась устойчивость на вывал породных блоков с закругленными краями на основе экспериментальных и аналитических методик [31, 32]. В [33] рассматривался процесс разрушения путем вывала блоков, метод проверялся численным моделированием.

В настоящей работе предлагается метод для анализа устойчивости блоков на вывал с использованием фиктивной инерционной силы. Данный метод — простое решение оценки разрушения. На рис. 1 показан механизм вывала блоков.

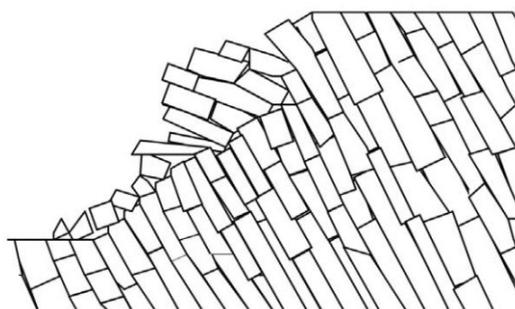


Рис. 1. Механизм потери устойчивости блоков

#### ПРЕДЛАГАЕМОЕ АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

Аналитическое решение для откосов, предрасположенных к вывалу блоков, в схематическом виде представлено на рис. 2. Показана геометрия  $i$ -го блока и силы, действующие на него. Для боковых сторон каждого блока можно составить уравнение ограниченного равновесного состояния и уравнение критерия Мора – Кулона:

$$Q_i = P_i \operatorname{tg} \varphi_{c,i} + C_{c,i} d_i, \quad (1)$$

$$Q_{i-1} = P_{i-1} \operatorname{tg} \varphi_{c,i-1} + C_{c,i-1} d_{i-1}, \quad (2)$$

где  $P_i$  — нормальная сила, действующая на средний блок;  $Q_i$  — сила сдвига, действующая на средний блок;  $\varphi_{c,i}$  — угол трения между поверхностями блоков;  $C_{c,i}$  — когезионная прочность боковых сторон блоков;  $d_i$  — длина боковых сторон блоков.

Согласно работам Айдана и Кавамото [21], координата точки приложения силы  $P_{i-1}$  определяется следующим образом:

$$y_{i-1} = h_i. \quad (3)$$

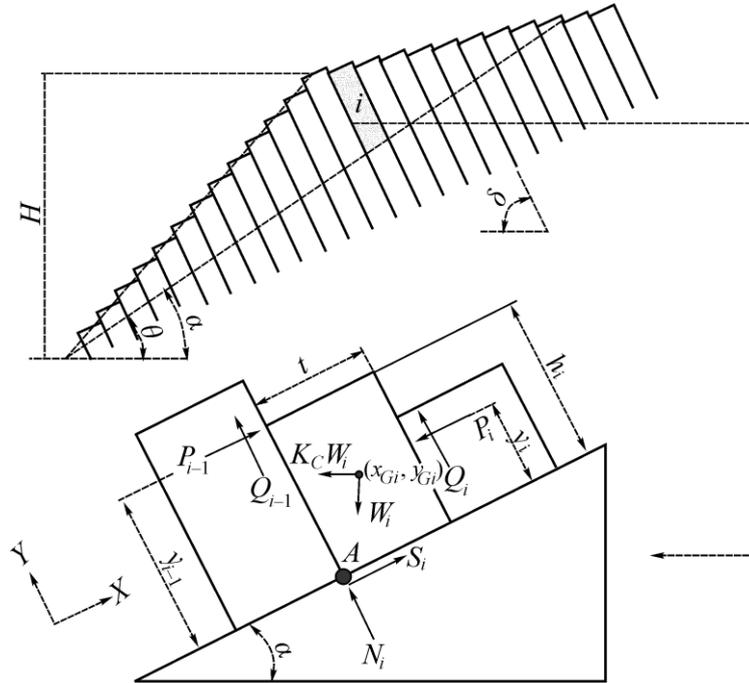


Рис. 2. Предлагаемое аналитическое решение:  $H$  — высота откоса;  $\theta$  — угол наклона откоса;  $\delta$  — угол наклона блоков к горизонту;  $\alpha$  — угол  $\pi/2 - \delta$ ;  $N_i$  — нормальная сила в основании блока;  $S_i$  — касательная сила в основании блока;  $W_i$  — вес блока;  $K_C$  — условное горизонтальное ускорение;  $h_i$  — средняя высота блоков;  $t$  — толщина блока;  $y_i$  — координата точки приложения силы  $P$  относительно основания  $i$ -го блока

Так как блоки обладают потенциалом к вывалу (рис. 2), точка приложения нормальной силы и силы сдвига расположена в левом углу основания блока (точка  $A$ ). Для этой точки может быть написано следующее допущение:

$$S_i < (N_i \operatorname{tg} \varphi_b + c_b t), \quad (4)$$

$\varphi_b$  — угол трения между поверхностями блока и основания;  $c_b$  — когезионная прочность основания блока.

Из рис. 2 видно, что  $K_C$  является условным горизонтальным ускорением, которое использовано в качестве критерия анализа устойчивости откосов, представленных в двухмерном виде. В таком случае устойчивость откоса определяется  $K_C$ . Если  $K_C > 0$ , то откос считается устойчивым; если  $K_C = 0$ , то откос обладает ограниченным равновесием; если  $K_C < 0$ , то откос неустойчив. Согласно рис. 2 и с учетом (1), (2), уравнение равновесия относительно точки  $A$  имеет следующий вид:

$$\sum M_A = 0 \rightarrow W_i \sin \alpha (0.5 h_i) - W_i \cos \alpha (0.5 t) - P_{i-1} (h_i) + P_i (y_i) - (P_i \operatorname{tg} \varphi_{c,i} + C_{c,i} d_i) (t) + K_C W_i \cos \alpha (0.5 h_i) + K_C W_i \sin \alpha (0.5 t) = 0. \quad (5)$$

Магнитуду силы  $P_{i-1}$  можно рассчитать следующим образом:

$$P_{i-1} = a_i + b_i P_i + c_i K_C, \quad (6)$$

где

$$a_i = \frac{0.5W_i (h_i \sin \alpha - t \cos \alpha)}{h_i}, \quad (7)$$

$$b_i = \frac{y_i - (\operatorname{tg} \varphi_{c,i} + C_{c,i} d_i) t}{h_i}, \quad (8)$$

$$c_i = \frac{0.5W_i (h_i \cos \alpha + t \sin \alpha)}{h_i}. \quad (9)$$

При отсутствии внешних сил  $P_{i+1} = P_1 = 0$ ,

$$K_C = \frac{-[a_1 + a_2 b_1 + a_3 b_1 b_2 + \dots + a_n b_1 b_2 \dots b_{n-2} b_{n-1}]}{c_1 + c_2 b_1 + c_3 b_1 b_2 + \dots + c_n b_1 b_2 \dots b_{n-2} b_{n-1}}. \quad (10)$$

Основной целью предлагаемого решения является расчет коэффициента безопасности. Блок-схема алгоритма его расчета представлена на рис. 3. Сначала задаются геометрические и механические параметры откоса, коэффициент безопасности принимается равным 1. Затем в соответствии с (7)–(10) вычисляются коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $K_C$ . Далее на основании значений  $K_C$  делается вывод об устойчивости откоса. В итоге рассчитывается коэффициент безопасности путем уменьшения  $\operatorname{tg} \varphi_c$  до  $\operatorname{tg} \varphi_c / F_S$  ( $F_S$  — коэффициент безопасности), пока  $K_C$  не достигнет нуля. В предлагаемом решении, как и в методе Гудмана–Брэя, коэффициент безопасности достигается уменьшением угла трения. Другими словами, механизм определения коэффициента безопасности в этих методах одинаковый.

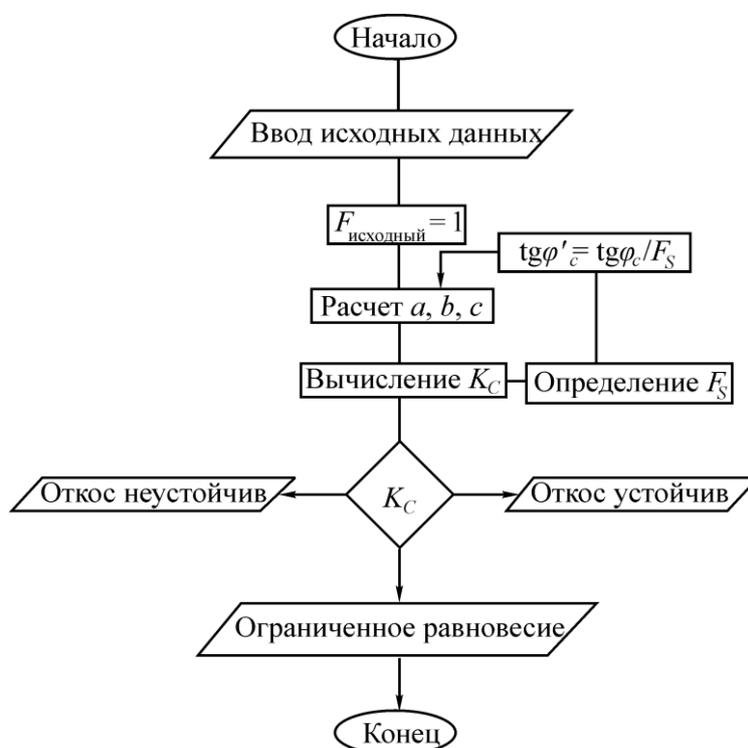


Рис. 3. Блок-схема алгоритма предлагаемого метода

### ПРИМЕР РАСЧЕТА

Для упрощения анализа устойчивости блока на вывал разработана компьютерная программа на основе алгоритма, описанного выше. На рис. 4 приведен пример расчетной схемы блоков, формирующих откос.

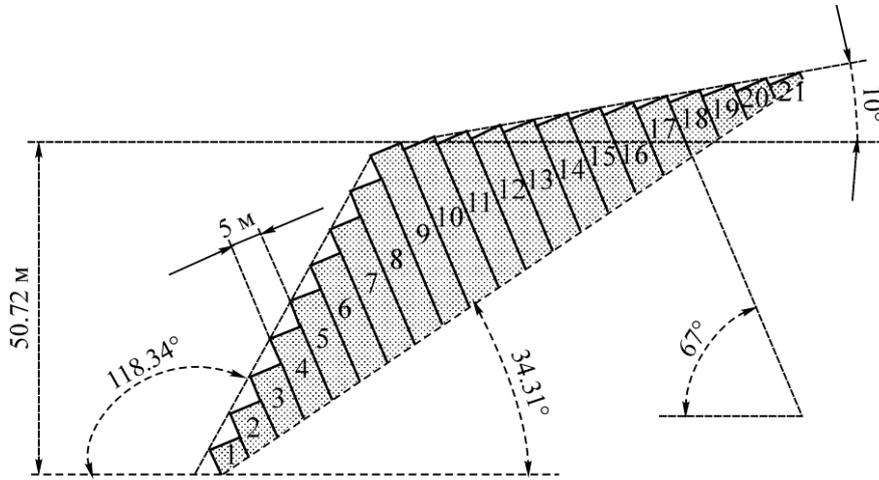


Рис. 4. Расчетная схема откоса блочного строения

Геометрические и механические свойства откоса:

Толщина блока, м	5.00
Высота откоса, м	50.72
Количество блоков	21
Угол наклона откоса, град	61.66
Угол наклона основания, град	34.31
Угол наклона блоков к горизонту, град	67.00
Угол наклона верхней поверхности к горизонту, град	10.00
Удельный вес блоков, кН/м <sup>3</sup>	27.00
Угол трения нетронутого блока, град	35.00
Угол трения между блоками, град	29.00
Угол трения между основанием и блоками, град	34.00
Когезионная прочности блоков, МПа	25.00
Прочность блоков на растяжение, МПа	3.00

Параметры метода Гудмана – Брэя и предлагаемого метода показаны в таблице. Последней строкой указан коэффициент безопасности. Значение  $F_S$ , полученное методом Гудмана – Брэя, составляет 0.603. Видно, что значение  $K_C = 1.6 \cdot 10^{-5}$ , найденное предлагаемым методом, близко к нулю,  $F_S = 0.661$ . Можно сделать вывод, что предлагаемый метод согласуется с методом Гудмана – Брэя.

В рассматриваемом типовом примере, согласно уравнениям (7) – (10), на коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$  влияют параметры  $t$ ,  $h$  и  $\varphi_c$ . Как в методе Гудмана – Брэя, так и в предлагаемом методе  $F_S$  рассчитывается сокращением  $\varphi_c$ . Зависимость коэффициента безопасности от угла трения представлена на рис. 5. Предлагаемый метод согласуется с методом Гудмана – Брэя. При малом угле трения между поверхностями блоков отклонение коэффициентов безопасности, полученных обоими методами, мало. При увеличении угла трения отклонение коэффициентов растет.

Результаты анализа устойчивости склона на типовом примере методом Гудмана – Брэя и предлагаемым методом

Метод Гудмана – Брэя				Характер разрушения	Предлагаемый метод		
Блок	Высота, м	Вес, кН	Сила, кН		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
21	1.65	222.48	0	Устойчивый откос	-267206.28	0	234266.79
20	3.80	513.31	0		-210387.01	-2.04	368124.59
19	5.96	804.15	0		-153567.74	-0.10	501982.40
18	8.11	1094.98	0		-96748.47	0.30	635840.20
17	10.27	1385.82	0		-39929.21	0.48	769698.01
16	12.42	1676.65	16.89		16890.06	0.59	903555.81
15	14.57	1967.49	86.05		73709.33	0.66	1037413.62
14	16.73	2258.33	196.38	Вывал блоков	130528.59	0.71	1171271.42
13	18.88	2549.16	342.90		187347.86	0.75	1305129.23
12	21.04	2840.00	523.08		244167.13	0.78	1438987.03
11	23.19	3130.83	735.52		300986.40	0.80	1572844.84
10	25.35	3421.67	979.39		357805.66	0.82	1706702.64
9	27.50	3712.50	1467.68		361744.92	0.83	1863006.68
8	24.50	3307.50	1956.60		274883.25	0.82	1679889.08
7	21.50	2902.50	2408.93		185368.37	0.80	1497897.70
6	18.50	2497.50	2839.17		91553.46	0.76	1317731.57
5	15.50	2092.50	3274.72		-9926.74	0.71	1140819.17
4	12.50	1687.50	3775.95		-127188.38	0.64	970605.59
3	9.50	1282.50	4515.49		-286055.66	0.51	818052.55
2	6.50	877.50	6372.30		-636308.73	0.24	746737.97
1	3.50	472.50	6176.30	Скольжение	-451363.14	-0.68	448245.03

$$F_S = 0.603$$

$$K_C = 0.000016$$

$$F_S = 0.661$$

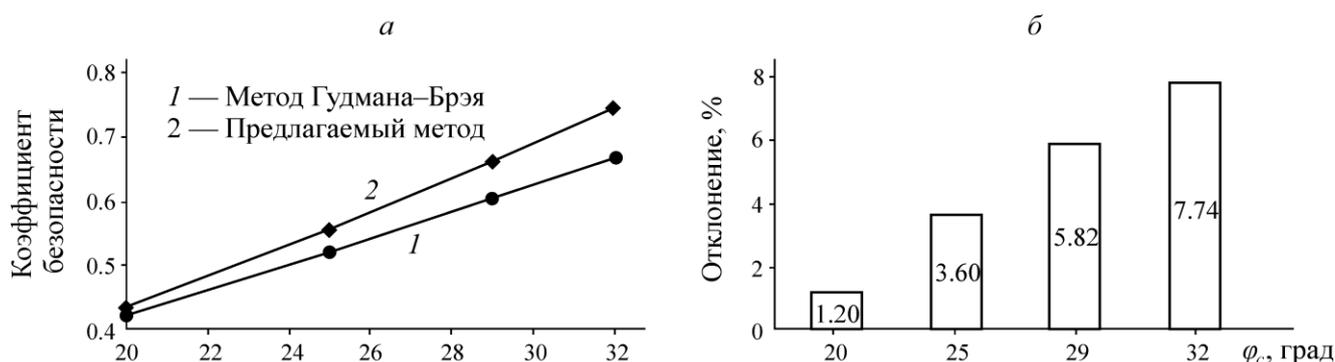


Рис. 5. Зависимость коэффициента безопасности от угла трения блоков (а); отклонение результатов метода Гудмана – Брэя от предлагаемого метода (б)

## ВЫВОДЫ

Представлен метод для анализа устойчивости откосов блочного строения на вывал с использованием фиктивной инерционной силы. Преимущество предлагаемого метода заключается в простоте оценки блоков на вывал. Делается вывод об устойчивости откоса. Выполнено

сравнение предлагаемого метода с методом Гудмана–Брэя на типовом примере, проанализирована зависимость коэффициента безопасности от угла трения между поверхностями блоков. Сравнение показало, что результаты, полученные предлагаемым методом, согласуются с результатами метода Гудмана–Брэя.

Автор выражает благодарность профессору Омеру Айдану (Университет Рюкю, Япония) и доктору Мехди Амини (Тегеранский университет, Иран) за помощь в проведении данного исследования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ashby J.** Sliding and toppling modes of failure in models and jointed rock slopes, Imperial College, University of London, 1971.
2. **Erguvanli K. and Goodman R. E.** Applications of models to engineering geology for rock excavations, *Bull. Assoc. Eng. Geol.*, 1972, Vol. 9, No. 8. — P. 104.
3. **Wyllie D. C., Mah C. W., and Hoek E.** Rock slope engineering: civil and mining. Spon Press, 2004. — 456 p.
4. **Nichol S. L., Hungr O., and Evans S. G.** Large-scale brittle and ductile toppling of rock slopes, *Can. Geotech. J.*, 2002, Vol. 39, No. 4. — P. 773–788.
5. **Frayssines M. and Hantz D.** Modelling and back-analysing failures in steep limestone cliffs, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2009, Vol. 46, No. 7. — P. 1115–1123.
6. **Sarfaraz H. and Amini M.** Numerical simulation of slide-toe-toppling failure using distinct element method and finite element method, *Geotech. Geol. Eng.*, 2020, Vol. 38, No. 2. — P. 2199–2212.
7. **Tsesarsky M. and Hatzor Y. H.** Kinematics of overhanging slopes in discontinuous rock, *J. Geotech. Geoenvironmental Eng.*, 2009, Vol. 135, No. 8. — P. 1122–1129.
8. **Alejano L. R., Gómez-Márquez I., and Martínez-Alegría R.** Analysis of a complex toppling-circular slope failure, *Eng. Geol.*, 2010, Vol. 114, No. 1–2. — P. 93–104.
9. **Mohtarami E., Jafari A., and Amini M.** Stability analysis of slopes against combined circular-toppling failure, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2014, Vol. 67. — P. 43–56.
10. **Amini M., Ardestani A., and Khosravi M. H.** Stability analysis of slide-toe-toppling failure, *Eng. Geol.*, 2017, Vol. 228. — P. 82–96.
11. **Amini M., Sarfaraz H., and Esmacili K.** Stability analysis of slopes with a potential of slide-head-toppling failure, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2018, Vol. 112. — P. 108–121.
12. **Amini M. and Ardestani A.** Stability analysis of the north-eastern slope of Daralou copper open pit mine against a secondary toppling failure, *Eng. Geol.*, 2019, Vol. 249. — P. 89–101.
13. **Sarfaraz H., Khosravi M. H., and Amini M.** Numerical Analysis of Slide-Head-Toppling Failure, *J. Min. Environment*, 2019, Vol. 10, No. 4. — P. 1001–1011.
14. **Haghgouei H., Kargar A. R., Amini M., and Esmacili K.** An analytical solution for analysis of toppling-slumping failure in rock slopes, *Eng. Geol.*, 2020, Vol. 265. — P. 105396.
15. **Sarfaraz H.** A simple theoretical approach for analysis of slide-toe-toppling failure, *J. Cent. South Univ. Technol*, 2020, Vol. 27, No. 9. — P. 2745–2753.
16. **Sagaseta C., Sánchez J. M., and Cañizal J.** A general analytical solution for the required anchor force in rock slopes with toppling failure, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2001, Vol. 38, No. 3. — P. 421–435.
17. **Bobet A.** Analytical solutions for toppling failure, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2002, Vol. 36, No. 7. — P. 971–980.

18. **Brideau M. A. and Stead D.** Controls on block toppling using a three-dimensional distinct element approach, *Rock Mech. Rock Eng.*, 2010, Vol. 43, No. 3. — P. 241–260.
19. **Babiker A. F. A., Smith C. C., Gilbert M., and Ashby J. P.** Non-associative limit analysis of the toppling-sliding failure of rock slopes, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2014, Vol. 71. — P. 1–11.
20. **Aydan T. and Kawamoto Ö.** Toppling failure of discontinuous rock slopes and their stabilization (in Japanese), *J. Japan Min. Soc.*, 1987, Vol. 103. — P. 763–770.
21. **Aydan O. and Kawamoto T.** The stability of slopes and underground openings against flexural toppling and their stabilisation, *Rock Mech. Rock Eng.*, 1992, Vol. 25, No. 3. — P. 143–165.
22. **Adhikary D. P. and Dyskin A. V.** Modelling of progressive and instantaneous failures of foliated rock slopes, *Rock Mech. Rock Eng.*, 2007, Vol. 40, No. 4. — P. 349–362.
23. **Yeung M. R. and Wong K. L.** Three-dimensional kinematic conditions for toppling, *Proc. 1st Canada-US Rock Mech. Symp.* — *Rock Mech. Meet. Soc. Challenges Demands*, 2007, Vol. 1. — P. 335–339.
24. **Amini M., Majdi A., and Aydan Ö.** Stability analysis and the stabilisation of flexural toppling failure, *Rock Mech. Rock Eng.*, 2009, Vol. 42, No. 5. — P. 751–782.
25. **Majdi A. and Amini M.** Analysis of geo-structural defects in flexural toppling failure, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2011, Vol. 48, No. 2. — P. 175–186.
26. **Zheng Y., Chen C., Liu T., Xia K., and Liu X.** Stability analysis of rock slopes against sliding or flexural-toppling failure, *Bull. Eng. Geol. Environ.*, 2018, Vol. 77, No. 4. — P. 1383–1403.
27. **Zheng Y., Chen C., Liu T., Zhang H., Xia K., and Liu F.** Study on the mechanisms of flexural toppling failure in anti-inclined rock slopes using numerical and limit equilibrium models, *Eng. Geol.*, 2018, Vol. 237. — P. 116–128.
28. **Sarfaraz H.** Stability analysis of flexural toppling failure using the sarma's method, *Geotech. Geol. Eng.*, 2020, Vol. 38, No. 4. — P. 3667–3682.
29. **Amini M., Majdi A., and Veshadi M. A.** Stability analysis of rock slopes against block-flexure toppling failure, *Rock Mech. Rock Eng.*, 2012, Vol. 45, No. 4. — P. 519–532.
30. **Sarfaraz H. and Amini M.** Numerical modeling of rock slopes with a potential of block-flexural toppling failure, *J. Min. Environ.*, 2020, Vol. 11, No. 1. — P. 247–259.
31. **Alejano L. R., Carranza-Torres C., Giani G. P., and Arzúa J.** Study of the stability against toppling of rock blocks with rounded edges based on analytical and experimental approaches, *Eng. Geol.*, 2015, Vol. 195. — P. 172–184.
32. **Alejano L.-R., Sánchez-Alonso C., Pérez-Rey I., Arzúa J., Alonso E., González J., Beltramone L., and Ferrero A.-M.** Block toppling stability in the case of rock blocks with rounded edges, *Eng. Geol.*, 2018, Vol. 234. — P. 192–203.
33. **Bowa V. M. and Xia Y.** Modified analytical technique for block toppling failure of rock slopes with counter-tilted failure surface, *Indian Geotech. J.*, 2018, Vol. 48, No. 4. — P. 713–727.

*Поступила в редакцию 05/III 2020*

*После доработки 02/XII 2020*

*Принята к публикации 15/III 2021*