

**ФИЗИЧЕСКИЕ И ХИМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ
В МЕРЗЛЫХ ПОРОДАХ И ВО ЛЬДУ**

УДК 628.165; 551.322

DOI: 10.15372/KZ20210102

**ОЦЕНКА ИНТЕНСИВНОСТИ ЗАМЕРЗАНИЯ КАПЕЛЬ СОЛЕНОЙ ВОДЫ
ПРИ ЗИМНЕМ ДОЖДЕВАНИИ****А.В. Сосновский, Н.И. Осокин***Институт географии РАН,
119017, Москва, Старомонетный пер., 29, Россия; alexandr_sosnovskiy@mail.ru*

Получены упрощенные зависимости для оценки доли льда, образующегося в капле пресной воды при падении в атмосферном воздухе. На основе математического моделирования определена интенсивность замерзания капель соленой воды с различными вариантами отторжения солей от границы промерзания. Дана оценка повышения температуры воздуха в капельном факеле, состоящем из капель соленой воды. Рассчитана доля льда в капле соленой воды, падающей в атмосферном воздухе и капельном факеле, в зависимости от температуры воздуха и размера капель.

Замерзание капель, зимнее дождевание, интенсивность льдообразования, математическое моделирование, соленая вода

**ESTIMATION OF THE FREEZING INTENSITY OF THE SALT WATER DROPS
IN THE COURSE OF WINTER SPRINKLING****A. V. Sosnovsky, N. I. Osokin***Institute of Geography, RAS,
Staromonetny lane 29, Moscow, 119017, Russia; alexandr_sosnovskiy@mail.ru*

The simplified dependencies for estimation the fraction of the ice formed in a drop of fresh water when falling in the atmospheric air have been obtained. Based on mathematical modeling, the intensity of the freezing of salt-water droplets with various variants of salt rejection from the freezing boundary has been determined. An estimate of the increase in air temperature in a droplet plume consisting of drops of salt water has been given. The fraction of ice in a drop of salt water falling in atmospheric air and in a droplet plume has been calculated depending on the air temperature and the size of the drops.

Freezing of drops, winter sprinkling, intensity of freezing-up, mathematical modeling, salt water

ВВЕДЕНИЕ

Метод зимнего дождевания в последние годы все чаще используется для намораживания льда. В его основе – применение дальнеструйных дождевальных установок для разбрызгивания воды и создания капельного факела. Такие дождевальные установки широко применяются в сельском хозяйстве для орошения сельскохозяйственных культур. На основе серийной дождевальной установки ДДН-70 (дождеватель дальнеструйный навесной с дальностью полета струи 70 м) для дождевания в зимних условиях разработана дождевальная установка “Град-1” [Проектирование..., 1991]. При работе дождевальной установки струя воды поднимается на высоту до 20 м, затем распадается на мелкие капли, которые падают на землю. Диаметр капель составляет в основном 1–2 мм. Размеры капельного факела (объем пространства, в котором падают капли) составляют 15–20 м по

высоте, 30–40 м в длину и 5–10 м в ширину. Размеры факела зависят от скорости ветра. С ростом скорости ветра уменьшается высота факела и увеличивается его ширина. Дождевальная установка может работать как по кругу, так и по сектору или при фиксированном положении ствола дождевателя.

При падении капель пресной воды в морозном воздухе на поверхности капель формируется ледяная оболочка. При промерзании более 55 % объема капли воды ледяная оболочка (толщина оболочки при этом составляет 0.23 от радиуса капли) не разбивается при ударе о подстилающую поверхность. Эксперименты по зимнему дождеванию в Якутии показали, что при температуре атмосферного воздуха ниже -50°C замерзает более 60 % объема капли [Гордейчик, Сосновский, 1982]. При этом образуется сухой гранулированный лед,

состоящий из частично или полностью замерзших капель воды, этот лед не годится для строительства ледяной переправы.

При разбивании ледяной оболочки капли незамерзшая вода вытекает из капли и на поверхности земли образуется водно-ледяная смесь. После ее промерзания получается монолитный лед плотностью 800–850 кг/м³. В настоящее время зимнее дождевание широко применяется для строительства ледяных переправ и автозимников [Проектирование..., 1991]. Зарубежный опыт создания искусственных ледяных островов показывает, что наилучший эффект дает намораживание льда методом дождевания [Кубышкин и др., 2018]. Этот метод имеет большое преимущество перед остальными в скорости создания больших масс намороженного льда и принят в качестве основного метода создания искусственных ледяных островов в международном стандарте ISO 19906.

При непрерывном дождевании и отводе незамерзшей воды за пределы зоны намораживания формируется пористый лед плотностью 400–600 кг/м³. При дождевании в течение суток высота массива пористого льда может превышать 7 м [Сосновский, Ходаков, 1995]. Проведенные к настоящему времени исследования показали, что одним из наиболее экономичных способов опреснения и очистки больших объемов минерализованной воды является метод капельного вымораживания, который реализуется при зимнем дождевании [Сосновский, Ходаков, 1995; Gao et al., 2004; Biggar et al., 2005]. Так, при минерализации намораживаемой воды до 10 г/л минерализация пористого льда не превышает 1 г/л.

Замерзание соленой воды имеет ряд особенностей. Температура замерзания соленой воды и температура, соответствующая ее наибольшей плотности, зависят от солености воды. Соленость намораживаемого льда в несколько раз ниже, чем у исходной воды. Эти особенности влекут за собой различия в конвекции, механизме льдообразования и тепловом режиме вод разной солености при замерзании.

Одним из факторов, влияющих на интенсивность льдообразования при зимнем дождевании, является переохлаждение капель воды. Подробный обзор по этой проблеме представлен в работе [Сморыгин, 1988]. Переохлаждение капель воды исследуется для предотвращения обледенения летательных аппаратов в полете и обледенения морских судов [Алексеев и др., 2016; Kulyakhtin, Tsarau, 2014], при оценке гололедных отложений и возможности формирования ледяных дождей [Вильфанд, Голубев, 2011; Смородин и др., 2014]. При исследовании явления переохлаждения используют дистиллированную воду, очищенную от примесей, чтобы получить значительное переохлаждение. При снятии переохлаждения происхо-

дит быстрый рост льда в капле воды. В работе [Шибков и др., 2013] экспериментально исследовались возможные механизмы ветвления иглообразных кристаллов льда в переохлажденной воде. Рост ветвистых кристаллов происходит и при замерзании капель соленой воды [Adams et al., 1963]. Переохлаждение капель пресной и соленой воды на открытом воздухе изучено недостаточно. Так, не ясна зависимость времени и величины переохлаждения от размера капель, скорости охлаждения и минерализации воды. Однако можно оценить влияние возможного переохлаждения капель воды на интенсивность льдообразования.

В работе [Сосновский, 1993] на основе экспериментов и математического моделирования дана оценка влияния переохлаждения капель пресной воды на интенсивность льдообразования при зимнем дождевании. Из результатов расчетов следует, что при температуре воздуха –20 °С производительность льдообразования снижается на 5 % при переохлаждении –8...–6 °С для капель воды диаметром 1–2 мм. Эксперименты на открытом воздухе с применением пресной воды показали, что переохлаждение капель воды составляет порядка –1...–3 °С. В капельном факеле, состоящем в основном из капель воды диаметром 1–2 мм, незамерзшие капли не наблюдались. Возможно, это объясняется наличием в факеле большого количества мельчайших ледяных кристаллов, служащих центрами кристаллизации для падающих капель воды. Поэтому при температуре воздуха ниже –10...–15 °С влиянием переохлаждения воды на интенсивность льдообразования при зимнем дождевании можно пренебречь.

Цель исследований – оценка интенсивности льдообразования в капле соленой воды и капельном факеле при зимнем дождевании.

ЗАМЕРЗАНИЕ КАПЕЛЬ ПРЕСНОЙ ВОДЫ

Интенсивность замерзания капель соленой воды будем сравнивать с замерзанием капель пресной воды. Поэтому сначала рассмотрим замерзание капель пресной воды. При работе дождевальной установки “Град-1” высота капельного факела составляет 18 м при скорости ветра 5 м/с и дальности полета струи 70 м. Расход воды при диаметре сопла 55 мм равен 240 м³/ч. Время падения капель воды диаметром 1.5 мм с высоты 18 м составляет 3.3 с при вертикальной скорости падения капли 5.4 м/с [Мейсон, 1961].

При замерзании капель пресной воды ледяная оболочка образуется на поверхности капли и утолщается во время падения капли, уменьшая радиус жидкой части.

В работе [Сосновский, 1980] была рассмотрена задача промерзания капли воды, падающей в морозном воздухе. В результате решения уравнения

теплопроводности с условием Стефана на границе промерзания (фазовой границе) и условием теплообмена на границе капли с привлечением известных критериальных зависимостей для определения коэффициентов тепло- и массоотдачи падающих капель воды получена зависимость для определения времени промерзания капли пресной воды τ от положения фронта кристаллизации ξ (начало координат в центре капли) в виде

$$\tau = \frac{264R^2}{M} \left[\frac{109}{3Nu} \left(1 - \frac{\xi^3}{R^3} \right) + M_1 \right], \quad (1)$$

где $Nu = 2 + 17.2R^{0.815}$ – число Нуссельта; R – радиус капли, мм; $M = T_0 - T_a + 2.3(4.8 - fe_a)$; $T_0 = 273$ К; T_a – температура атмосферного воздуха, К; e_a – упругость водяного пара, кг/м³; f – влажность воздуха, д.е.; $M_1 = (1 - \xi^2/R^2)/2 - (1 - \xi^3/R^3)/3$.

Доля льда в капле рассчитывается по зависимости $P = 1 - \xi^3/R^3$. Учитывая, что $\tau = h/v_f$, уравнение (1) можно преобразовать к виду

$$P = \frac{3Nu}{109} \left[\frac{hM}{264v_f R^2} + M_1(P) \right],$$

где h – высота падения капли; v_f – скорость падения капли.

При доле льда в капле воды $P < 0.6$ вклад второго слагаемого правой части M_1 в величину P не превышает 2.4 %.

Для экспресс-оценок полученная зависимость была максимально упрощена. Так, для расчета доли льда (P) в капле пресной воды диаметром

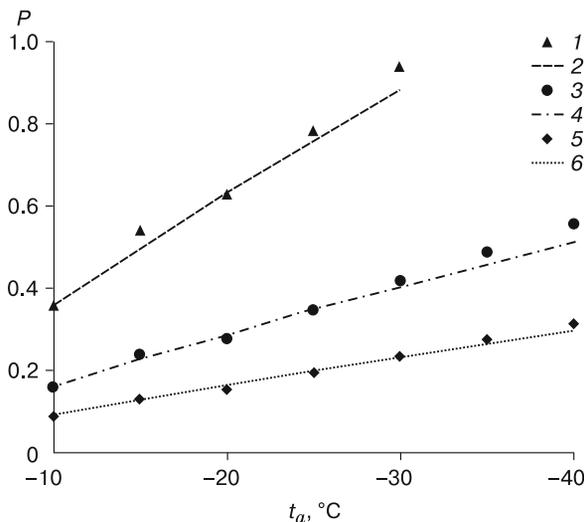


Рис. 1. Доля льда (P) в капле пресной воды, падающей с высоты 18 м.

1, 3, 5 – расчет по упрощенной формуле (2); 2, 4, 6 – расчет по модельной зависимости (1). Радиус капли: 1, 2 – 0.5 мм; 3, 4 – 0.75 мм; 5, 6 – 1 мм.

$d = 1-2$ мм получена упрощенная зависимость в виде [Сосновский, 1983]

$$P = h |t_a| / (500d^2).$$

Учитывая, что $h = \tau v_f$, получим

$$P = \tau v_f |t_a| / (500d^2), \quad (2)$$

где t_a – температура воздуха, °С; d – диаметр капли, мм.

Расчеты по формулам (1) и (2) при температуре воздуха выше -10 °С совпадают с точностью до 8 %. При более низких температурах воздуха уменьшается вклад испарения в теплообмен, поэтому расчеты по формуле (2) завышают долю льда в капле. Чтобы сохранить 8%-ю точность расчетов при температуре воздуха $-10...-40$ °С, вводится поправочный коэффициент – результаты расчетов по формуле (2) умножаются на 0.87. В результате такой коррекции расчеты по формуле (2) доли льда для капель диаметром 1–2 мм совпадают с точностью до 8 % с результатами расчетов по формуле (1) в диапазоне температур воздуха от -10 до -40 °С (рис. 1).

Обработка экспериментальных данных работы [Мейсон, 1961], выполненная авторами, показала, что скорость падения капли можно принять в виде $v_f = 6.42R^{0.63}$ м/с, где R – радиус, мм. При этом коэффициент достоверности аппроксимации составляет $R^2 = 0.995$.

Сравним расчеты по формуле (2) с экспериментальными данными других авторов. В работе [Балкарова и др., 2011] представлены результаты измерения времени полного промерзания капель пресной воды диаметром $d = 3.8-5.2$ мм при температуре воздуха t_a от -8 до -17.2 °С, свободно витающих в потоке воздуха. Зависимость времени полного замерзания капли пресной воды τ по дан-

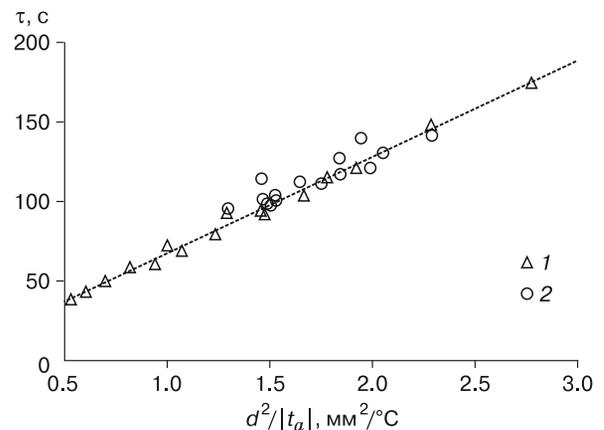


Рис. 2. Зависимость времени полного замерзания капель пресной воды (τ) от величины $d^2/|t_a|$:

1 – по формуле (2) для капель диаметром $d = 3, 4, 5$ мм; 2 – по данным работы [Балкарова и др., 2011].

ным этой работы от величины $d^2/|t_a|$ и расчеты по формуле (2) величины τ при $P = 1$ (доля льда в капле воды при ее полном промерзании) представлены на рис. 2. Из рис. 2 следует, что результаты расчетов времени полного промерзания капли воды по теоретической формуле (2) и измерений, представленных в работе [Балкарлова и др., 2011], имеют хорошее соответствие.

ЗАМЕРЗАНИЕ КАПЕЛЬ СОЛЕННОЙ ВОДЫ ПРИ ЗИМНЕМ ДОЖДЕВАНИИ

Замерзание соленой воды происходит в результате избирательного роста кристаллов льда, при этом между ними образуются ячейки и прослойки рассола [Adams et al., 1963]. С понижением температуры из рассола выпадают новые кристаллы пресного льда. Поэтому соленость рассола возрастает до установления состояния термодинамического равновесия при данной температуре. Таким образом, каждому значению температуры льда, образованного из соленой воды, соответствует определенный фазовый состав.

При замерзании капель пресной воды или воды с небольшой минерализацией (до 10 г/л) ледяная оболочка образуется на поверхности капли и утолщается, уменьшая радиус жидкой части. При замерзании капель воды с большей минерализацией возможен рост ветвистых кристаллов в глубь жидкой части капли с захватом рассола. Однако рост ветвистых кристаллов сложно прогнозировать. При этом по мере промерзания капли уменьшается объем ее жидкой части, увеличивается ее минерализация и снижается температура ее замерзания. Количество рассола в ледяной оболочке снижается при охлаждении льда в результате продвижения фронта кристаллизации.

Фазовый состав соленого льда зависит от температуры и минерализации. При температуре соленого льда выше $-8...-10$ °С в первом приближении можно принять линейную зависимость между концентрацией рассола S_b (кг/м³) во льду и температурой льда t_i [Доронин, 1969]:

$$S_b = \sigma t_i, \quad (3)$$

где $t_i = T_i - 273$; T_i – температура льда, К; коэффициент σ зависит от температуры замерзания разных солей; для морской воды $\sigma = -18.2$ кг/(м³·К). По этой зависимости можно оценить температуру начала замерзания рассола. С увеличением солености рассола S_b понижается температура его замерзания t_i в соответствии с формулой (3).

При теплофизических расчетах учитывается эффективная теплоемкость соленого льда c_{ie} , равная средневзвешенному значению суммы теплоемкостей кристаллического льда c_i и рассола c_b , с учетом теплоты плавления льда L . С учетом соле-

ности льда S_i величина c_{ie} определяется по формуле [Доронин, 1969]

$$c_{ie}(T_i) = c_i + (c_b - c_i) \frac{S_i}{\sigma(T_i - 273)} - \frac{LS_i}{\sigma(T_i - 273)^2}. \quad (4)$$

Проблемой изучения динамики промерзания капли соленой воды является неопределенность на фазовой границе, так как неясно, какая часть солей отторгается в жидкую часть капли, понижая температуру замерзания соленой воды на фазовом фронте. Поэтому выбраны крайние варианты отторжения ионов солей от границы промерзания в жидкую часть капли:

1) ионы солей не отторгаются в жидкую часть капли, соленость ледяной оболочки и жидкого ядра равны, при этом эффективная теплоемкость льда определяется по формуле (4);

2) ионы солей в процессе промерзания полностью отторгаются в жидкую часть капли, при этом теплоемкость ледяной оболочки равна теплоемкости кристаллического льда c_i , соленость жидкой части капли возрастает при увеличении толщины ледяной оболочки капли, а температура начала замерзания (температура фазового перехода t_i) пересчитывается при известной солености рассола (жидкой части капли) по формуле (3).

Для первого варианта обоснованием может служить эмпирическая формула В.Л. Цурикова, определяющая соленость морского льда в зависимости от скорости его роста [Назинцев, Панов, 2000]:

$$S_i/S_w = 7w^{0.5}/(7w^{0.5} + 10.3),$$

где S_i – соленость льда, ‰; S_w – соленость морской воды, ‰; w – скорость нарастания льда, мм/ч.

При высокой скорости роста соленого льда 20 мм/ч (при низких отрицательных температурах воздуха и значительном ветре) соленость льда по формуле В.Л. Цурикова составит 75 ‰ от начальной солености. При замерзании капли диаметром 1.5 мм, даже при небольшой отрицательной температуре воздуха -10 °С, интенсивность промерзания составляет 55 мм/ч. В этом случае $S_i/S_w = 0.83$. При более низких температурах воздуха S_i/S_w повышается до 0.9.

Обоснование второго варианта состоит в следующем. Влажность пористого льда, намороженного из пресной воды, в первые несколько суток составляет 10–12 ‰, при этом вода находится на поверхности ледяных кристаллов в виде пленочной влаги [Сосновский, Ходаков, 1995]. Эксперименты авторов показали, что при минерализации воды до 10 г/л соленость образованного пористого льда снижается на порядок, что соответствует сохранению в пористом льду порядка 10 ‰ незамерзшей воды. Так как часть воды остается на поверхности ледяных кристаллов, можно предположить,

что при замерзании соленой воды практически весь рассол также будет сосредоточен в пленочной влаге на поверхности ледяных кристаллов и внутри льда количество ячеек рассола будет незначительно. Такой сценарий может происходить, если при формировании ледяных оболочек капле захват ионов солей растущими кристаллами льда незначителен, и их большая часть отторгается в центральную незамерзшую часть капли и вытекает из массива пористого льда при разбении ледяной оболочки после падения.

В первом варианте решается задача льдообразования во всем диапазоне отрицательных температур без выделения фронта промерзания. Задача полностью обусловлена динамикой теплообмена капли воды с окружающим воздухом, зависимостью эффективной теплопроводности соленого льда и содержания незамерзшей воды от температуры. При расчете замерзания морской воды в работе [Богородский и др., 2009] используется протяженная область смеси льда и незамерзшей жидкости – двухфазной зоны, в объеме которой происходит фазовый переход, и используется условие ликвидуса (линия полного плавления твердых фаз на фазовых диаграммах, выше которой находится только жидкость). Для объекта миллиметровых размеров целесообразно применять теплобалансовую модель для всего объема капли, рассмотренную в работе [Сосновский, 1988]. При этом изменение теплосодержания капли

$$dQ_1 = -c_{ie}(T_i) \rho_w V_d dT_i$$

определяется тепловым потоком на границе капли

$$dQ_2 = \alpha_{eff}(T_i(\tau) - T_{eff}) F_d d\tau_s,$$

где α_{eff} , T_{eff} – эффективный коэффициент теплоотдачи и приведенная температура воздуха соответственно; F_d – площадь поверхности капли; T_i – температура замерзающей капли; ρ_w , V_d – плотность воды и объем капли.

Приравнявая dQ_1 и dQ_2 и решая дифференциальное уравнение для определения времени замерзания соленой воды (τ_s), получим следующие зависимости:

$$\tau_s = -\frac{\rho_w V_d L}{\alpha_{eff} t_{eff} F_d} (f_i + \Delta f_i + A_i + A_b). \quad (5)$$

Здесь

$$\Delta f_i = \frac{t_{i0}}{t_{eff}} \ln t_1, \quad A_i = \frac{c_i t_{eff}}{L} \left(\Delta f_i - \ln \frac{1 - t_{i0} t_{eff}^{-1}}{1 - t_i t_{eff}^{-1}} \right),$$

$$A_b = \frac{-c_b t_{i0}}{L} \ln t_1, \quad t_1 = \frac{1 - t_{eff} t_{i0}^{-1}}{1 - t_{eff} t_i^{-1}}, \quad t_{eff} = T_{eff} - T_0,$$

где $t_{i0} = T_{i0} - T_0$; T_{i0} – температура замерзания соленой воды, К; $T_0 = 273$ К; $S_i = \sigma t_{i0}$; $f_i = 1 - t_{i0}/t_i$.

Для капель воды диаметром 0.5–4.0 мм можно использовать зависимости для определения α_{eff} , Вт/(м²·К) и T_{eff} , К [Сосновский, 1988]:

$$\alpha_{eff} = 44.8R^{-0.3},$$

$$T_{eff} = 61.06 \cdot 10^{-2} [T_a + 2.325 (70.08 + 10^3 f_a e(T_a))],$$

где T_a , f_a – температура и относительная влажность воздуха; $e(T_a)$ – плотность насыщенного водяного пара (кг/м³) при температуре воздуха T_a (К).

Поскольку капли радиусом $R \leq 1$ мм можно считать сферическими, то $V_d/F_d = R/3$. Величины A_i и A_b показывают вклад в интенсивность намораживания теплоемкости кристаллов льда и рассола. Зависимости теплоемкости пресного льда (c_i) и рассола (c_b) от температуры и солёности определяются следующими эмпирическими выражениями [Физика..., 1978]:

$$c_i = 2.12 + 0.0078t_i, \text{ кДж/(кг·К)},$$

$$c_b = 4.19 - 4.55 \cdot 10^{-3} S_b, \text{ кДж/(кг·К)}.$$

При температуре льда выше -10 °С величину c_i с точностью до 2 % можно принять равной 2.08 кДж/(кг·К), тогда как для $c_b = 3.73$ кДж/(кг·К) в диапазоне изменения солёности рассола от 35 до 200 кг/м³ погрешность составляет не более 13 %. Расчеты авторов показывают, что с учетом вклада величин A_i и A_b в интенсивность намораживания погрешность применения рассмотренных значений c_i и c_b не превышает соответственно 0.2 и 0.4 %.

Пусть в процессе замерзания капли воды с начальной солёностью S_0 к моменту времени τ доля льда составит $f_i(\tau)$. Тогда, учитывая, что выпадение кристаллов основных компонентов солей происходит при более низких температурах, получим концентрацию рассола $S_b = S_0/(1 - f_i)$ и $f_i = 1 - S_0/S_b$. Учитывая (3), находим $f_i = 1 - f_b$, где $f_b = S_0/(\sigma t_i)$. Таким образом, получаем связь между долей льда в капле воды и ее температурой.

Результаты расчетов доли льда f_i в замерзающей капле воды диаметром 1.5 мм от времени падения τ по первому варианту при минерализации исходной воды 35 г/л и температуре воздуха -10 , -20 и -40 °С представлены на рис. 3. Время падения капли воды диаметром 1.5 мм с высоты 18 м составляет 3.3 с. При минерализации воды 35 г/л у капель воды диаметром 1.5 мм, падающих с высоты 18 м при температуре воздуха -20 °С, замерзает 27 % объема (см. рис. 3), тогда как у капель пресной воды замерзнет на 11 % больше – около 30 % объема капли (см. рис. 1). При этом температура замерзающей капли соленой воды составит -2.7 °С. При температуре воздуха -10 и -30 °С температура капли соленой воды, падающей с высоты 18 м, составит в конце падения -2.3 и -3.5 °С соответственно.

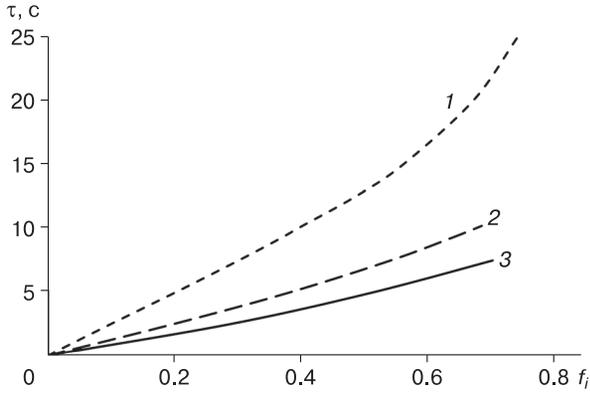


Рис. 3. Зависимость доли льда (f_i) в замерзающей капле от времени падения (τ) по первому варианту при минерализации исходной воды 35 г/л и температуре воздуха -10°C (1), -20°C (2), -40°C (3).

Рассмотрим второй вариант – полное отторжение ионов солей от границы промерзания в жидкую часть капли. Для математического моделирования и расчетов примем, как и в случае капли пресной воды, схему промерзания с формированием ледяной оболочки с симметричным продвижением ее к центру капли. При моделировании предполагается, что начальная температура капли равна температуре замерзания при начальной солёности. При этом не рассматривается внутренняя циркуляция жидкости в промерзающей капле [Sultana et al., 2017].

При наличии фазовой границы в замерзающей капле воды перенос тепла и замерзание воды описываются краевой задачей теплопроводности в ледяной оболочке при $\xi(\tau) < r < R$ и в жидкой части капли при $0 < r < \xi(\tau)$ (где r – координата вдоль радиуса капли):

$$\frac{\partial T_i}{\partial \tau} = a_i \left(\frac{\partial^2 T_i}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_i}{\partial r} \right), \xi(\tau) < r < R, \quad (6)$$

$$\frac{\partial T_w}{\partial \tau} = a_w \left(\frac{\partial^2 T_w}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_w}{\partial r} \right), 0 < r < \xi(\tau),$$

где T_w – температура жидкой центральной части капли воды.

Условие теплообмена на поверхности капли

$$-\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial r} \Big|_{r=R} = \alpha_{eff} (T_i(R) - T_{eff}). \quad (7)$$

Условие Стефана на границе промерзания при $r = \xi(\tau)$

$$\lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial r} - \lambda_w \frac{\partial T_w}{\partial r} = -L \rho_i k_i \frac{d\xi}{d\tau}. \quad (8)$$

На границе промерзания применяется условие равенства температур жидкой и твердой частей капли.

В центральной части капли при $r = 0$ принимается условие

$$\frac{\partial T_w}{\partial r} = 0. \quad (9)$$

В начальный период температура воды принимается равной температуре замерзания соленой воды (T_0): $T_w = T_0$, $\xi = R$ при $\tau = 0$.

Здесь приняты следующие обозначения: $a_i = \lambda_i / (c_i \rho_i)$ – коэффициент температуропроводности льда, $\text{м}^2/\text{с}$; $a_w = \lambda_w / (c_w \rho_w)$ – коэффициент температуропроводности воды, $\text{м}^2/\text{с}$; λ_i – коэффициент теплопроводности льда, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$; c_i – теплоемкость льда, $\text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$; ρ_i – плотность льда, $\text{кг}/\text{м}^3$; λ_w – коэффициент теплопроводности воды, $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$; c_w – теплоемкость воды, $\text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$; ρ_w – плотность воды, $\text{кг}/\text{м}^3$; L – теплота плавления льда, $\text{кДж}/\text{кг}$; k_i – коэффициент, д.е.

Коэффициент k_i учитывает влияние сферической поверхности фазовой границы на время замерзания очередного слоя. При замерзании капли воды время, необходимое для перемещения фазового фронта на один пространственный узел расчетной сетки, уменьшается по мере стягивания фронта к центру. Потери тепла на фазовый переход от слоя радиусом ξ к слою радиусом $(\xi - \Delta\xi)$ составляют $(4/3)\pi\rho L(\xi^3 - (\xi - \Delta\xi)^3)$, где $\Delta\xi$ – шаг пространственной сетки. Величина теплового потока через фазовую поверхность за время $\Delta\tau$ равна $4\pi\xi^2 Q_\xi \Delta\tau$, где Q_ξ – левая часть уравнения (8). Приравняв потери тепла к величине теплового потока и пренебрегая значением $\Delta\xi^3$, получим $k_i = 1 - \Delta\xi/\xi$.

ИНТЕНСИВНОСТЬ ЗАМЕРЗАНИЯ КАПЛИ ВОДЫ

В работе [Sosnovsky, Glazovsky, 2018] при решении системы уравнений (6)–(9) и расчете интенсивности промерзания капли соленой воды были рассмотрены разные варианты роста минерализации незамерзшей части капли. Расчеты показали, что время промерзания капли соленой воды увеличивается по сравнению со временем промерзания капли пресной воды. Эта разница растет при увеличении замерзшей части капли и наиболее значительна при небольших отрицательных температурах воздуха. Для капель воды с минерализацией 35 г/л и диаметром 1.5 мм время замерзания половины объема капли при температуре воздуха -10°C на 25 % больше, чем для пресной воды, и на 17 % больше при температуре воздуха -20°C . При этом принималось, что в ледяной оболочке капли при ее промерзании сохраняется третья часть соли.

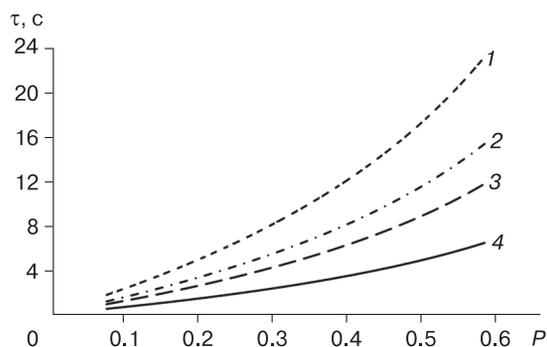


Рис. 4. Зависимость времени заморозания капли диаметром 1.5 мм от доли объема льда при полном отторжении соли при температуре воздуха -10°C (1), -15°C (2), -20°C (3), -40°C (4).

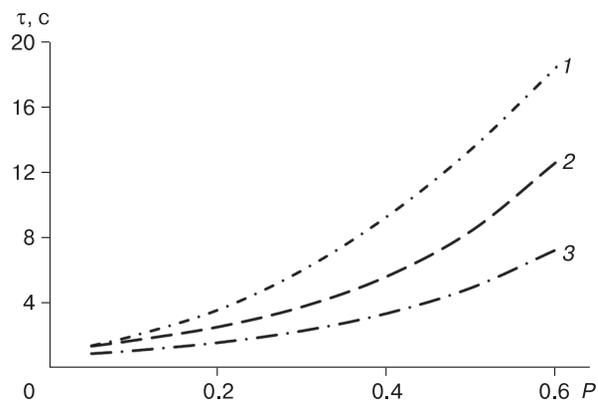


Рис. 5. Зависимость времени заморозания капли воды от доли объема льда по второму варианту расчетов при температуре воздуха -20°C для капель диаметром 2.0 мм (1), 1.5 мм (2), 1.0 мм (3).

Система уравнений (6)–(9) будет решена для воды с минерализацией 35 г/л и температурой заморозания -1.8°C при условии полного отторжения ионов солей от границы промерзания в жидкую часть капли и формирования пресной ледяной оболочки. Для расчетов приняты значения диаметра капли 1.0, 1.5 и 2.0 мм. Интенсивность заморозания капли воды зависит от величины перепада температуры воздуха и поверхности ледяной оболочки. Расчеты по второму варианту показали, что температура поверхности капли диаметром 1.5 мм на момент заморозания половины объема капли составляет -3.8°C . При полном отторжении соли от границы промерзания соленость жидкого ядра достигает 70 г/л.

Для теплообмена между воздухом и падающей в капельном факеле каплей воды важным параметром является средневзвешенное по времени значение температуры поверхности капли. В результате решения системы уравнений (6)–(9) была рассчитана температура поверхности капли в зависимости от динамики промерзания капли. Так, на момент заморозания половины объема капли радиусом 1.5 мм средневзвешенная по времени температура поверхности составляет -2.8°C при температуре воздуха -20°C . При этом температура поверхности зависит в основном от доли объема заморозшей капли и в меньшей степени от температуры воздуха. Так, для капли диаметром 1.5 мм температура поверхности на момент заморозания половины объема капли (по второму варианту расчета) составляет -3.7 , -3.9 и -4.1°C при температурах воздуха -10 , -20 и -40°C соответственно.

Результаты расчета времени заморозания капли воды диаметром 1.5 мм от доли льда по второму варианту при разных температурах воздуха приведены на рис. 4. За время падения капли с высоты

18 м успеет заморознуть 0.14, 0.20, 0.24 и 0.39 доли объема капли при температурах воздуха -10 , -15 , -20 и -40°C соответственно.

Расчеты по формуле (1) показали, что при температуре воздуха -20°C для заморозания половины объема капли диаметром 1.5 мм потребуется 5.6 с для пресной воды. Для соленой воды по первому варианту расчетов потребуется на 21 % больше времени – 6.8 с (см. рис. 3) и по второму варианту – 8.4 с (см. рис. 4). За время падения капли с высоты 18 м при температуре воздуха -20°C заморозает 24 % объема льда по второму варианту расчетов (см. рис. 4). Это на 8 % меньше, чем по первому варианту расчетов, и на 25 % меньше, чем для пресной воды.

При небольших отрицательных температурах воздуха для повышения производительности намораживания снижают размер капель за счет применения насадок меньшего диаметра. Влияние размера капель диаметром 1.0, 1.5 и 2.0 мм на интенсивность заморозания по второму варианту расчетов приведено на рис. 5. Из рис. 5 следует, что при температуре воздуха -20°C время заморозания половины объема капли по второму варианту расчетов составит 4.9, 8.4 и 13.4 с для капель диаметром 1.0, 1.5 и 2.0 мм соответственно.

ТЕПЛООБМЕН В КАПЕЛЬНОМ ФАКЕЛЕ

В капельном факеле происходит нагревание воздуха из-за теплообмена падающей капли воды с воздухом и выделения скрытой теплоты льдообразования. Интенсивность тепловыделения зависит, в том числе, от перепада температуры между поверхностью заморозающей капли воды и воздухом в факеле. При увеличении солености исходной воды и ростом доли льда в капле снижается температура капли и, как следствие, интенсивность теплообмена. В результате нагревание воз-

духа в факеле уменьшается. Расчеты авторов показали, что средняя за время падения температура капли диаметром 1.5 мм при солёности намораживаемой воды 35 г/л составит -2.0 и -2.7 °С при температуре воздуха -10 и -40 °С и примерно -0.3 и -0.4 °С для пресной воды.

Для оценки роста температуры воздуха в капельном факеле в работе [Сосновский, 1983] была получена зависимость

$$\Delta T = \frac{T_i - T_a}{1 + 0.0121 v_1 R^{1.93} S_l G^{-1}}, \quad (10)$$

где T_a – температура атмосферного воздуха, К; T_i – температура льда в капле, К; v_1 – скорость вентиляции факела ветром (скорость обдува капли воды ветром – разность между скоростью ветра и горизонтальной скоростью движения капли под действием силы ветра), м/с; R – радиус капли, мм; S_l – длина факела, м; G – расход воды дождевальной установкой, м³/с.

Скорость вентиляции v_1 капли диаметром $d = 1.5$ мм при скорости ветра 5 м/с составляет около 1.3 м/с [Сосновский, 1983]. При $G/S_l = 18 \cdot 10^{-4}$ м²/с ($G = 0.065$ м³/с, $S_l = 40$ м) по формуле (10) для капель воды диаметром 1.5 мм с солёностью 35 г/л получим температуру воздуха в факеле -8.7 и -33.9 °С при температуре атмосферного воздуха -10 и -40 °С соответственно. Для пресной воды температура воздуха в факеле составит -8.3 и -33.6 °С при температуре атмосферного воздуха -10 и -40 °С. В результате капли воды падают в воздухе с температурой выше, чем температура атмосферного воздуха, и доля намораживаемого в факеле льда будет ниже. Температура воздуха в капельном факеле из пресной и солёной

воды отличается незначительно. Поэтому основное отличие замерзания пресной и солёной воды в капельном факеле обусловлено особенностями замерзания капель солёной воды.

Для расчетов производительности намораживания солёной воды при зимнем дождевании используем формулу объемного промерзания капли (5) и формулу (10) для расчета температуры воздуха в капельном факеле. Результаты расчетов доли льда в капле воды солёностью 35 г/л и диаметром 1.0, 1.5 и 2.0 мм и в капельном факеле в зависимости от температуры воздуха представлены на рис. 6. Для капель воды диаметром 1.5 мм отличие доли льда в отдельной капле и капельном факеле составляет 15–18 %, тогда как для капель диаметром 2 мм это отличие составляет 6–8 %, а диаметром 1 мм – более 44 %.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнена оценка интенсивности замерзания капель солёной воды при зимнем дождевании. Получена упрощенная зависимость, позволяющая оценить долю льда в капле пресной воды при температуре атмосферного воздуха ниже -10 °С. По данным независимых исследований проведена верификация модели промерзания капель пресной воды. Рассмотрено замерзание капель воды с повышенной минерализацией, в частности морской воды. При замерзании капель солёной воды в ходе скоротечного процесса льдообразования может происходить как рост ветвистых кристаллов, пронизывающих весь объем капли, так и, возможно, формирование фазового фронта (как в капле пресной воды или при небольшой минерализации воды).

При решении фазовой задачи промерзания капли солёной воды основной проблемой является неопределенность в определении количества солей, захватываемых растущим льдом, и, соответственно, в росте солёности жидкой части капли. Для оценки влияния указанной неопределенности в работе рассмотрены крайние варианты отторжения солей: 1) ионы солей не отторгаются в жидкую часть и сохраняется равномерное их распределение по объему капли; 2) происходит полное отторжение ионов солей в жидкую часть промерзающей капли. При этом были применены разные модели промерзания капли воды: ранее разработанная модель объемного промерзания в первом случае и решение фронтальной задачи промерзания капли солёной воды с условием Стефана на фазовой границе во втором. В результате серии расчетов впервые выполнено сравнение интенсивности льдообразования по рассмотренным моделям промерзания. Результаты расчетов при температуре воздуха -20 °С показали, что отличие в доле льда в капле солёной воды по этим моделям составляет порядка 8 %. В связи с небольшим отличием в ин-

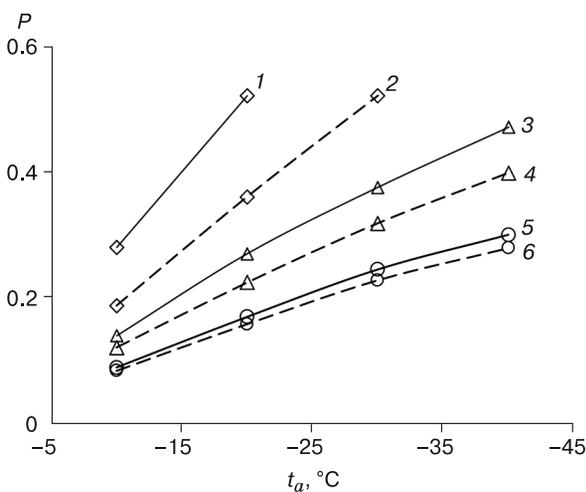


Рис. 6. Зависимость от температуры воздуха доли льда в капле воды (1, 3, 5) солёностью 35 г/л и в капельном факеле (2, 4, 6) высотой 18 м для капль диаметром:

1, 2 – 1.0 мм; 3, 4 – 1.5 мм; 5, 6 – 2.0 мм.

тенсивности замерзания капли воды для расчетов целесообразно применять более простой при реализации сценарий объемного промерзания.

Впервые проведены расчеты повышения температуры воздуха в капельном факеле из соленой воды. На их основе определена доля льда в капле соленой воды, падающей в атмосферном воздухе и капельном факеле, в зависимости от температуры воздуха и размера капель. Расчеты показали, что для капель воды диаметром 1.5 мм отличие доли льда в отдельной капле и капельном факеле составляет 15–18 %.

Математическое моделирование и анализ архивных материалов проводились в рамках темы Государственного задания № 0148-2019-0004. Расчеты, обработка и анализ экспериментальных данных выполнялись при поддержке программы Президиума РАН № 22 “Перспективные физико-химические технологии специального назначения”. Экспедиционные исследования на архипелаге Шпицберген проводились при финансовой поддержке госзадания ГЗ 0127-2019-0009 и логистической помощи Российского научного центра на Шпицбергене (РНЦШ).

Литература

- Алексеев С.В., Mendig C., Schulz M., Sinapius M., Приходько А.А. Экспериментальное исследование процесса замерзания переохлажденной поверхностной капли // Письма в ЖТФ, 2016, т. 42, № 10, с. 54–61.
- Балкарова С.Б., Шогенова М.М., Дугарлиева М.К. Экспериментальное и теоретическое исследование закономерностей кристаллизации капель воды в потоке воздуха // Материалы Междунар. науч.-практ. конф. “Прикладные аспекты геологии, геофизики и геоэкологии с использованием современных информационных технологий”. Майкоп, Изд. “Магарин Олег Григорьевич”, 2011, с. 5–9.
- Богородский П.В., Макштас А.П., Пнюшков А.В. Нарастание льда в условиях нестационарности характеристик энергообмена океана и атмосферы // Океанология, 2009, т. 49, № 3, с. 359–367.
- Вильфанд Р.М., Голубев А.Д. Метеорологические условия выпадения ледяных дождей 25–26 декабря 2010 г. над центром европейской части России // Лед и снег, 2011, № 3 (115), с. 119–124.
- Гордейчик А.В., Сосновский А.В. Применение метода факельного намораживания льда для строительства ледовой переправы через р. Лену // Материалы гляциол. исслед., 1982, вып. 45, с. 159–162.
- Доронин Ю.П. Тепловое взаимодействие атмосферы и гидросферы в Арктике. Л., ГИМИЗ, 1969, 300 с.
- Кубышкин Н.В., Бузин И.В., Головин Н.В., Гудошников Ю.П., Замарин Г.А., Скутин А.А. Ледотехнические аспекты создания объектов транспортной инфраструктуры и разведочного бурения в Арктике // Пробл. Арктики и Антарктики, 2018, т. 64, № 4, с. 407–426.
- Мейсон Б.Дж. Физика облаков. Л., ГИМИЗ, 1961, 542 с.
- Назинцев Ю.Л. Фазовый состав и теплофизические характеристики морского льда / Ю.Л. Назинцев, В.В. Панов. СПб., Гидрометеониздат, 2000, 84 с.

Проектирование, строительство и содержание зимних автомобильных дорог в условиях Сибири и Северо-Востока СССР. ВСН 137-89. М., Минтрансстрой, 1991, 177 с.

Сморodin Б.Л., Калинин Н.А., Давыдов Д.В. Моделирование процесса изменения температуры капель при выпадении замерзающих осадков // Метеорология и гидрология, 2014, № 9, с. 34–40.

Сморьгин Г.И. Теория и методы получения искусственного льда. Новосибирск, Наука, 1988, 282 с.

Сосновский А.В. Замерзание капель искусственного дождя // Материалы гляциол. исслед., 1980, вып. 38, с. 54–59.

Сосновский А.В. Расчет эффективности льдообразования при факельном намораживании льда // Материалы гляциол. исслед., 1983, вып. 47, с. 228–232.

Сосновский А.В. Определение интенсивности факельного намораживания льда из соленой воды // Материалы гляциол. исслед., 1988, вып. 61, с. 149–154.

Сосновский А.В. О влиянии переохлаждения капель воды на интенсивность факельного намораживания льда // Материалы гляциол. исслед., 1993, вып. 77, с. 165–168.

Сосновский А.В., Ходаков В.Г. Искусственное льдообразование в природных условиях для решения экологических проблем // Материалы гляциол. исслед., 1995, вып. 79, с. 3–6.

Физика океана / Под ред. Ю.П. Доронина. Л., ГИМИЗ, 1978, 295 с.

Шибков А.А., Желтов М.А., Зологов А.Е., Денисов А.А., Гасанов М.Ф., Гребеньков О.В. Морфологические переходы между евклидовыми и фрактальными формами роста льда в сильно переохлажденной воде // Вестн. ТГУ, 2013, т. 18, вып. 5, с. 2804–2809.

Adams C.M., French D.N., Kingery W.D. Field solidification and desalination of sea ice // Ice and Snow. Cambridge, United Kingdom, M.I.T. Press, 1963, p. 277–288.

Biggar K.W., Donahue R., Sego D., Johnson M., Birch S. Spray freezing decontamination of tailings water at the Colomac Mine // Cold Regions Sci. and Technol., 2005, No. 42, p. 106–119.

Gao W., Smith D.W., Sego D.C. Release of contaminants from melting spray ice of industrial wastewaters // J. Cold Regions Eng., 2004, No. 18, p. 35–51.

Kulyakhtin A., Tsarau A. A time-dependent model of marine icing with application of computational fluid dynamics // J. Cold Regions Sci. and Technol., 2014, vol. 104–105, p. 33–44.

Sosnovsky A.V., Glazovsky A.F. Freezing of mineralized water droplets in winter sprinkling // IOP Conf. Series: Earth and Environ. Science, 2018, No. 193, p. 012063. Polar Mechanics, 2018, IOP Publ., DOI: 10.1088/1755-1315/193/1/012063.

Sultana K.R., Pope K., Lam L.S., Muzychka Y.S. Phase change and droplet dynamics for a free falling water droplet // Intern. J. Heat and Mass Transfer, 2017, vol. 115, p. 461–470.

References

- Alekseenko S.V., Mendig C., Schulz M., Sinapius M., Prihod'ko A.A. An experimental study of the freezing process of a supercooled surface drop. Pis'ma v zhurnal tekhnicheskoy fiziki [Letters to the Journal of Technical Physics], 2016, vol. 42, No. 10, p. 54–61 (in Russian).
- Balkarova S.B., Shogenova M.M., Dugarlieva M.K. Experimental and theoretical study of the patterns of crystallization of water droplets in an air stream. In: Applied Aspects of Geology, Geophysics and Geoecology Using Modern Information Technologies: Materials of the International Scientific-Practical Conference. Maykop, Izd. “Magarin Oleg Grigor'evich”, 2011, p. 5–9 (in Russian).

- Bogorodskij P.V., Makshtas A.P., Pnyushkov A.V. Ice accumulation under conditions of non-stationary characteristics of the energy exchange of the ocean and atmosphere. *Okeanologiya* [Oceanology], 2009, vol. 49, No. 3, p. 359–367 (in Russian).
- Vil'fand R.M., Golubev A.D. Meteorological conditions of freezing rain December 25–26, 2010 over the center of the European part of Russia. *Led i Sneg* [Ice and Snow], 2011, No. 3 (115), p. 119–124 (in Russian).
- Gordeichik A.V., Sosnovsky A.V. The application of spray-cone freezing of ice for construction of ice-crossing over the river Lena River. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy* [Data of Glaciological Studies], 1982, No. 45, p. 159–162 (in Russian).
- Doronin Yu.P. *Teplovoe vzaimodejstvie atmosfery i gidrosfery v Arktike* [Thermal Interaction of the Atmosphere and Hydrosphere in the Arctic]. Leningrad, Hydrometeoizdat, 1969, 300 p. (in Russian).
- Kubyshkin N.V., Buzin I.V., Golovin N.V., Gudoshnikov Yu.P., Zamarin G.A., Skutin A.A. Aspects of ice engineering for the aims of construction of the transport infrastructure and reconnaissance drilling in the Arctic. *Problemy Arktiki i Antarktiki* [Problems of Arctic and Antarctic], 2018, vol. 64, No. 4, p. 407–426 (in Russian).
- Mason B.J. *Fizika oblakov* [The Physics of Clouds]. Leningrad, Hydrometeoizdat, 1961, 542 p. (in Russian).
- Nazincev Yu.L., Panov V.V. *Fazovyj sostav i teplofizicheskie harakteristiki morskogo l'da* [Phase Composition and Thermophysical Characteristics of Sea Ice]. St. Petersburg, Hydrometeoizdat, 2000, 84 p. (in Russian).
- Proektirovanie, stroitel'stvo i sodержanie zimnih avtomobil'nyh dorog v usloviyah Sibiri i Severo-Vostoka SSSR. VSN 137-89 [Design, Construction, and Maintenance of Winter Motor Roads under Conditions of Siberia and the North-East of the USSR]. VSN (All-Russia Construction Rules) 137-89. Moscow, Mintransstroy, 1991, 177 p. (in Russian).
- Smorodin B.L., Kalinin N.A., Davydov D.V. Modeling the process of changes in droplet temperature during freezing precipitation. *Meteorologiya i gidrologiya*. [Meteorology and Hydrology], 2014, No. 9, p. 34–40 (in Russian).
- Smorygin G.I. *Teoriya i metody polucheniya iskusstvennogo l'da* [Theory and Methods of Artificial Ice Production]. Novosibirsk, Nauka, 1988, 282 p. (in Russian).
- Sosnovsky A.V. Freezing of drops of the artificial rain. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy* [Data of Glaciological Studies], 1980, No. 38, p. 54–59 (in Russian).
- Sosnovsky A.V. Computations of the ice formation efficiency under spray-cone freezing. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy* [Data of Glaciological Studies], 1983, No. 47, p. 228–232 (in Russian).
- Sosnovsky A.V. Estimation of the rate of spray-cone freezing of ice from saline water. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy* [Data of Glaciological Studies], 1988, No. 61, p. 149–154 (in Russian).
- Sosnovsky A.V. On the impact of supercooled droplets of water on the rate of spray-cone freezing of ice. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy* [Data of Glaciological Studies], 1993, No. 77, p. 165–168 (in Russian).
- Sosnovsky A.V., Hodakov V.G. Artificial ice formation in natural conditions for handling environmental problems. *Materialy Glyatsiologicheskikh Issledovaniy* [Data of Glaciological Studies], 1995, No. 79, p. 3–6 (in Russian).
- Fizika okeana* [Ocean Physics]. Yu.P. Doronina (Ed.). Leningrad, Hydrometeoizdat, 1978, 295 p. (in Russian).
- Shibkov A.A., Zheltov M.A., Zolotov A.E., Denisov A.A., Gasanov M.F., Grebenkov O.V. Morphological transitions between Euclidean and fractal forms of ice growth in strongly supercooled water. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta* [Bulletin of the Tomsk State University], 2013, vol. 18, No. 5, p. 2804–2809 (in Russian).
- Adams C.M., French D.N., Kingery W.D. Field solidification and desalination of sea ice. In: *Ice and Snow*. Cambridge, U.K., M.I.T. Press, 1963, p. 277–288.
- Gao W., Smith D.W., Sege D.C. Release of contaminants from melting spray ice of industrial wastewaters. *J. Cold Regions Eng.*, 2004, No. 18, p. 35–51.
- Biggar K.W., Donahue R., Sege D., Johnson M., Birch S. Spray freezing decontamination of tailings water at the Colomac Mine. *Cold Regions Sci. and Technol.*, 2005, No. 42, p. 106–119.
- Kulyakhtin A., Tsarau A. A time-dependent model of marine icing with application of computational fluid dynamics. *J. Cold Regions Sci. and Technol.*, 2014, vol. 104–105, p. 33–44.
- Sosnovsky A.V., Glazovsky A.F. Freezing of mineralized water droplets in winter sprinkling. *IOP Conf. Series: Earth and Environ. Science*, 2018, No. 193, p. 012063. *Polar Mechanics*, 2018, IOP Publishing, DOI: 10.1088/1755-135/193/1/012063.
- Sultana K.R., Pope K., Lam L.S., Muzychka Y.S. Phase change and droplet dynamics for a free falling water droplet. *Intern. J. Heat and Mass Transfer*, 2017, vol. 115, p. 461–470.

*Поступила в редакцию 10 декабря 2019 г.,
после доработки – 11 ноября 2020 г.,
принята к публикации 17 ноября 2020 г.*