

УДК 536.46

## О НЕУСТОЙЧИВОСТИ ФРОНТА ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ ГАЗОВ В НЕАДИАБАТИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

М. М. Кабилов

Российско-Таджикский (Славянский) университет, 734025 Душанбе, Таджикистан, maruf1960@mail.ru

В рамках тепловой однотемпературной модели исследовалась неустойчивость стационарного фронта горения газа в инертной пористой среде в неадиабатическом режиме. На основе формулы для равновесной температуры, в которой дополнительно учитываются коэффициент теплоотвода и скорость вдува газа, получено дисперсионное уравнение, в частности совпадающее с ранее известным уравнением. Границы колебательной и экспоненциальной неустойчивости определены в виде зависимости стационарной скорости фронта горения от скорости вдува газа как предельные максимальные значения коэффициента теплоотдачи в окружающее пространство. По формуле Зельдовича получено соотношение определяющих параметров на пределе горения.

Ключевые слова: фильтрационное горение газов, неустойчивость фронта горения, теплопотери.

Неустойчивость распространения фронта пламени существенно влияет на стабилизацию процесса. Это важный в практическом отношении фактор делает актуальным исследование устойчивости стационарного распространения фронта пламени.

Изучению устойчивости фронта пламени газообразных и конденсированных сред посвящены, например, работы [1–6]. Устойчивость горения в пористой среде исследовалась в работах [7–9]. Отвод тепла в окружающее пространство из зоны горения в пористой среде изучался в [10–18]. Отметим, что неустойчивость волн фильтрационного горения газов (ФГГ) рассматривали как прогрессирующий наклон пламени относительно нормали к направлению его распространения [13, 19, 20] и в виде отдельных очагов пламени, распространяющихся независимо от основного фронта [21]. Нелинейная стадия развития неустойчивости и разнообразные режимы распространения волн ФГГ описаны в [22].

В данной работе приведены соотношения для параметров системы на границах неустойчивости фронта пламени, с помощью которых можно определить критические значения коэффициента теплоотвода и максимальные поперечные размеры устройств, а также приведена формула для равновесной температуры пористой среды, в которую дополнительно введены скорость вдува газа и коэффициент теплоотвода.

В работе пространственная неустойчивость неадиабатических стационарных волн ФГГ изучается методом малых возмущений в предположении очень интенсивного межфазного теплообмена [7], что означает равенство температур фаз. Зона реакции полагается бесконечно тонкой. В первом приближении возмущения касательных компонентов скорости газа не учитываются. Предполагается, что градиент давления пренебрежимо мал, а молекулярные массы исходной смеси и продуктов сгорания одинаковы. Используется модель с эффективной теплопроводностью пористой среды, за счет которой скелет прогревается из зоны горения. Диффузия газа считается пренебрежимо малой.

Исходная двухтемпературная система уравнений, описывающая распространение волны горения в химически инертной пористой среде, состоит из уравнений переноса тепла по газу и пористой среде, переноса массы недостающего компонента газовой смеси, баланса масс газовой фазы и уравнения состояния:

$$\begin{aligned} \rho_1 c_p \frac{\partial T_1}{\partial \tau} &= \alpha_1 \lambda_1 \left( \frac{\partial^2 T_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial \zeta^2} \right) - \\ &\quad - \rho_1 c_p v_1 \frac{\partial T_1}{\partial \xi} - \Delta_0 (T_1 - T_2) + \rho_1 Q \nu_0 J, \\ \rho_2 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial \tau} &= \alpha_2 \lambda_2 \left( \frac{\partial^2 T_2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial \zeta^2} \right) + \\ &\quad + \Delta_0 (T_1 - T_2) + \Delta_e (T_0 - T_2), \end{aligned}$$

$$\rho_1 \frac{\partial n}{\partial \tau} = -\rho_1 v_1 \frac{\partial n}{\partial \xi} - \rho_1 J, \quad J = n Z_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_1}\right),$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial \tau} = -\frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial \xi}, \quad \rho_1 T_1 = \text{const}, \quad (1)$$

$$\Delta_0 = \alpha_0 S_c, \quad \alpha_0 = \frac{\text{Nu} \lambda_1}{d_{\text{eff}}}, \quad S_c = \frac{6\alpha_2}{d_3},$$

$$\text{Nu} = 0.395 \text{Re}^{0.64} \text{Pr}^{1/3}, \quad \text{Re} = \frac{|v_1| d_{\text{eff}} \rho_1^0}{\mu_1},$$

$$\text{Pr} = \frac{c_p \mu_1}{\lambda_1}, \quad d_{\text{eff}} = \frac{2\alpha_1 d_3}{3\alpha_2}.$$

Здесь  $\tau$  — время;  $T_1, T_2$  — температуры газовой и твердой фаз;  $n$  — относительная массовая концентрация недостающего компонента;  $v_1$  — скорость потока газа в порах;  $\rho_1, c_p$  — приведенная плотность и теплоемкость смеси газов;  $\rho_2, c_2$  — те же величины для пористой среды;  $\lambda_1, \lambda_2$  — коэффициенты теплопроводности газовой фазы и пористой среды;  $\alpha_1, \alpha_2$  — объемные доли фаз;  $\Delta_0, \Delta_e$  — объемные коэффициенты межфазного теплообмена и теплопотерь;  $Q$  — тепловой эффект реакции;  $\nu_0$  — массовая концентрация недостающего компонента в исходной смеси газов;  $J$  — скорость химической реакции;  $E$  — энергия активации;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $d_3$  — диаметр частиц твердой фазы;  $Z_0$  — предэкспонент;  $\xi, \eta, \zeta$  — координаты;  $\mu_1$  — динамическая вязкость газа.

Система (1) при условии пренебрежимой малости диффузии и теплопроводности газа в двумерной постановке исследована на устойчивость в работе [8] с учетом теплового расширения газа, выяснено влияние скорости фильтрации на критический размер устройства. В [12] однотемпературная модель ФГГ рассмотрена как предельный случай интенсивного межфазного теплообмена, представляющий самостоятельный физический интерес и иллюстрирующий методы срачиваемых асимптотических разложений и встречной экстраполяции. Возможность реализации однотемпературной структуры при увеличении теплообмена между фазами отмечена в работе [23]. Численный расчет стационарной структуры волны

ФГГ [24] показал, что в отсутствие вынужденной фильтрации смеси газов возможно распространение волны горения при высоких давлениях газовой смеси в порах, причем наблюдаются две структуры волны горения (двухтемпературная и однотемпературная). При давлении смеси порядка 800 атм локальный максимум в распределении температуры газовой фазы исчезает, при этом  $\varphi = \rho_2 c_2 / \rho_{10} c_p = 4.125$ . При дальнейшем уменьшении давления смеси параметр  $\varphi$  увеличивается и происходит превращение двухтемпературной структуры волны в однотемпературную, т. е. различием температур фаз можно пренебречь. Это означает, что интенсивность тепловыделения в порах равна интенсивности поглощения тепла каркасом. Эвристическая однотемпературная модель ФГГ исследована в [25].

Поскольку в данной работе устойчивость волны горения изучается в однотемпературной постановке при больших значениях  $\Delta_0$ , что предполагает равенство температур фаз ( $T_1 = T_2 = T$ ), то, просуммировав первые два уравнения системы (1) и поделив на сумму объемных теплоемкостей фаз, получим

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{v_1}{1 + \varphi} \frac{\partial T}{\partial \xi} = \varkappa \left( \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \zeta^2} \right) + J \bar{Q} + \Delta'_e (T_0 - T),$$

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} + v_1 \frac{\partial n}{\partial \xi} = -J, \quad J = n Z_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \quad (2)$$

$$\bar{Q} = \frac{Q \nu_0}{c_p (1 + \varphi)}, \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial \tau} = -\frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial \xi}, \quad \varphi = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_p},$$

$$\varkappa = \frac{\alpha_1 \lambda_1 + \alpha_2 \lambda_2}{\rho_1 c_p + \rho_2 c_2}, \quad \Delta'_e = \frac{\Delta_e}{\rho_1 c_p + \rho_2 c_2}.$$

Система (2) при  $v_1 = 0$  описывает горение конденсированной среды и исследована на устойчивость в [2, 3]. При отсутствии твердой фазы ( $\alpha_2 = 0$ ) имеем  $\varphi = 0$ , в этом случае система (2) описывает горение смеси газов. Приведенные ниже результаты также относятся к данным случаям.

Пусть фронт пламени распространяется вдоль оси  $\xi$ . Введем систему координат, связанную с фронтом:

$$x = \xi - \phi(\tau), \quad y = \eta, \quad z = \zeta, \quad t = \tau,$$

где  $\phi$  — нестационарная скорость горения.

Уравнения системы (2) в движущейся вместе с фронтом системе координат в безразмерной форме имеют вид:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \left( \frac{\bar{v}_1}{1 + \varphi} - \bar{\phi}'(t) \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} = \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} + \frac{\bar{J}(1 - \sigma)[1 + \varphi/(1 + u_0)]\sqrt{u^2 + 4\Delta}}{(1 + \varphi)u} + \Delta(\sigma - \bar{T}),$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + (\bar{v}_1 - \bar{\phi}'(t)) \frac{\partial n}{\partial x} = -\bar{J}, \quad (3)$$

$$\bar{J} = ANn \exp N \left( 1 - \frac{1}{\bar{T}} \right),$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial t} = - \frac{\partial \bar{\rho}_1 (\bar{v}_1 - \bar{\phi}'(t))}{\partial x},$$

где безразмерные переменные и параметры связаны с размерными следующим образом:

$$\bar{T} = \frac{T}{T_e}, \quad \bar{\rho}_1 = \frac{\rho_1}{\rho_{10}}, \quad x = \frac{u_n \xi}{\varkappa}, \quad y = \frac{u_n \eta}{\varkappa}, \quad z = \frac{u_n \zeta}{\varkappa},$$

$$t = \frac{u_n^2 \tau}{\varkappa}, \quad \bar{\phi}'(t) = \frac{\phi'(t)}{u_n}, \quad \bar{J} = \frac{J \varkappa}{u_n^2}, \quad \bar{v}_1 = \frac{v_1}{u_n},$$

$$u_0 = \frac{v_{10}}{u_n}, \quad \sigma = \frac{T_0}{T_e}, \quad u = 1 + \frac{u_0}{1 + \varphi}, \quad (4)$$

$$\varphi = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_{10} c_p}, \quad A = \frac{Z_0 \varkappa}{u_n^2 N \exp N},$$

$$\Delta = \frac{\varkappa \Delta'_e}{u_n^2}, \quad N = \frac{E}{RT_e},$$

$$T_e = T_0 + \frac{Q\nu_0}{c_p[1 + \varphi/(1 + u_0)]\sqrt{1 + 4\Delta/u^2}}.$$

Отметим, что формула для равновесной температуры  $T_e$  найдена в результате решения задачи о продольной неустойчивости фронта ФГГ при согласовании с условием сшивки [16] и, в частности, совпадает с формулой в [2]. Впоследствии это соотношение было получено в [18] как максимальная температура в волне горения. Еще раньше такой подход применен в [10, 19], где поток тепла, теряемого за счет ньютоновских потерь, был приравнен к потоку тепла, передаваемого системе в результате химической реакции. Обычно равновесную температуру находят из интеграла энергии при удовлетворении граничных условий, в случае теплоотвода из зоны горения используют формулу

Зельдовича [1], где максимальная температура пламени, соответствующая критическому значению теплоотвода, отличается от адиабатической температуры на один характерный интервал:

$$T_{\max} = T_b - \frac{RT_b^2}{E}, \quad (5)$$

а скорость горения на пределе в  $\sqrt{e}$  раз меньше ее значения в отсутствие теплопотерь. Здесь  $T_b = T_0 + Q\nu_0/c_p$ .

При установившейся скорости распространения пламени  $u_n$  справедлива формула  $\bar{\phi}'(t) = -1$  (в дальнейшем черта над обозначением опускается).

Далее в соответствии с [4] принимаются следующие аппроксимации скоростей:

$$J = AN \exp \frac{N[T(x, y, z, t) - 1]}{2} \delta(x),$$

$$\phi'(t) = - \exp \frac{N[T(0, y, z, t) - 1]}{2}, \quad (6)$$

$$v_1 = u_0 \exp \frac{N[T(0, y, z, t) - 1]}{2},$$

где  $\delta(x)$  — дельта-функция.

Поскольку в (6)  $v_1$  не зависит от  $x$ , из уравнения переноса массы газовой фазы получаем уравнение для характеристики, вдоль которой  $\rho_1 = \text{const}$ :

$$x_\rho = u_0 \int \exp \frac{N[T(0, y, z, t) - 1]}{2} dt + \text{const}.$$

Учитывая, что тепловыделение сосредоточено в плоскости  $x = 0$ , в качестве решения второго уравнения системы (3) принимаем зависимость

$$\zeta(x, y, z, t) = \begin{cases} 1, & x < 0, \\ 0, & x > 0. \end{cases}$$

Тогда, интегрируя второе уравнение системы (3) в окрестности точки  $x = 0$ , получаем  $u_0 + 1 = AN$  и после соответствующих преобразований имеем трансцендентное уравнение для стационарной скорости волны ФГГ:

$$u_n = \sqrt{\frac{Z_0 \varkappa}{(1 + u_0) \exp N}}, \quad u_0 = \frac{v_{10}}{u_n}. \quad (7)$$

Первое уравнение системы (3) после перехода к переменной  $\theta = (T - \sigma)/(1 - \sigma)$  в соответствии с (6) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} + u \exp[\alpha(\theta(0, t) - 1)] \frac{\partial \theta}{\partial x} = \\ = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - \Delta \theta, \quad \alpha = \frac{N(1 - \sigma)}{2}. \end{aligned} \quad (8)$$

При условии непрерывности температуры на фронте горения  $[\theta] = \theta(0+, y, z, t) - \theta(0-, y, z, t) = 0$ , интегрируя первое уравнение системы (3) в окрестности точки  $x = 0$ , получаем

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] + \\ + \sqrt{u^2 + 4\Delta} \exp[\alpha(\theta(0, y, z, t) - 1)] = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

В обозначениях  $\theta$  условия на бесконечности записываются в виде  $\theta(\pm\infty, y, z, t) = 0$ .

Линеаризованное уравнение (8), условия на бесконечности и условия сшивки параметров (9) около стационарного решения

$$\begin{aligned} \theta^0(x) = \\ = \begin{cases} \exp(l_2 x), & x < 0, \quad l_2 = \frac{u + \sqrt{u^2 + 4\Delta}}{2}, \\ \exp(l_1 x), & x > 0, \quad l_1 = \frac{u - \sqrt{u^2 + 4\Delta}}{2}, \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta'}{\partial t} + u \alpha \theta'(0, t) \frac{\partial \theta^0}{\partial x} + u \frac{\partial \theta'}{\partial x} = \\ = \frac{\partial^2 \theta'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta'}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta'}{\partial z^2} - \Delta \theta', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [\theta'] = 0, \quad \left[ \frac{\partial \theta'}{\partial x} \right] + \alpha \theta'(0, y, z, t) \sqrt{u^2 + 4\Delta} = 0, \\ \theta' = \theta - \theta^0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\theta'(-\infty, y, z, t) = 0, \quad \theta'(+\infty, y, z, t) = 0.$$

Записывая малые возмущения стационарного решения (10) в виде  $\theta'(x, t) = \zeta(x) \exp(\omega t + ik_y y + ik_z z)$  и подставляя в (11), получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений, общее решение которой представляется в виде:

$$\zeta(x) = \begin{cases} B_1 \exp(\lambda_2 x) + B_2 \exp(l_2 x), & x < 0, \\ B_3 \exp(\lambda_1 x) + B_4 \exp(l_1 x), & x > 0, \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \lambda_2 = \frac{u + \sqrt{u^2 + 4(\omega + k^2 + \Delta)}}{2}, \\ \lambda_1 = \frac{u - \sqrt{u^2 + 4(\omega + k^2 + \Delta)}}{2}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$B_1 = \left(1 + \frac{u \alpha l_2}{\omega + k^2}\right) \zeta_-(0), \quad B_2 = -\frac{u \alpha l_2}{\omega + k^2} \zeta_-(0),$$

$$k^2 = k_y^2 + k_z^2,$$

$$B_3 = \left(1 + \frac{u \alpha l_1}{\omega + k^2}\right) \zeta_+(0), \quad B_4 = -\frac{u \alpha l_1}{\omega + k^2} \zeta_+(0).$$

Используя условие сшивки в (11), записанное относительно  $\zeta$ , получаем систему двух линейных однородных уравнений относительно неизвестных  $\zeta_{\pm}(0)$ . Требование нетривиальных решений системы приводит к уравнению инкремента задачи

$$\begin{aligned} [2(\omega + k^2) + u^2 \alpha] \sqrt{u^2 + 4[(\omega + k^2) + \Delta]} = \\ = \alpha [u^2 + 2(\omega + k^2)] \sqrt{u^2 + 4\Delta}. \end{aligned} \quad (13)$$

При  $k^2 = 0$ ,  $u = 1$  оно исследовано в [3]. Избавляясь от иррациональных выражений в (13), имеем

$$\begin{aligned} \omega \{4\omega^2 + [u^2(1 + 4\alpha - \alpha^2) + 4\Delta(1 - \alpha^2) + 8k^2]\omega + \\ + u^2 \alpha [u^2 + 4\Delta(1 - \alpha)] + \\ + 16k^2[k^2 + u^2(1 + 4\alpha - \alpha^2) + 4\Delta(1 - \alpha^2)]\} = 0. \end{aligned}$$

Рассмотрим случай, когда выражение в фигурных скобках равно нулю:

$$\begin{aligned} 4\omega^2 + [u^2(1 + 4\alpha - \alpha^2) + 4\Delta(1 - \alpha^2) + 8k^2]\omega + \\ + u^2 \alpha [u^2 + 4\Delta(1 - \alpha)] + \\ + 16k^2[k^2 + u^2(1 + 4\alpha - \alpha^2) + 4\Delta(1 - \alpha^2)] = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Полагая  $k^2 = 0$ ,  $u = 1$ ,  $\Delta = 0$ , получаем уравнение, рассмотренное в [4]. Из (14) находим условие устойчивости ( $\text{Re} \omega < 0$ )

$$u^2(1 + 4\alpha - \alpha^2) + 4\Delta(1 - \alpha^2) + 8k^2 > 0, \quad (15)$$

а из него, в свою очередь,

$$\alpha < \frac{2u^2 + \sqrt{4u^4 + (u^2 + 4\Delta)(u^2 + 4\Delta + 8k^2)}}{u^2 + 4\Delta} = \alpha_*. \quad (16)$$

Неравенство (16) при  $k^2 = 0$ ,  $u = 1$  совпадает с критерием устойчивости в [3]. Из (15) можно определить критический коэффициент теплоотдачи

$$\Delta \leq \frac{u^2(1 + 4\alpha - \alpha^2) + 8k^2}{4(\alpha^2 - 1)} = \Delta_* \quad (17)$$

или критическое значение волнового числа

$$k^2 > \frac{1}{8}[4\Delta(\alpha^2 - 1) - u^2(1 + 4\alpha - \alpha^2)] \quad (18)$$

и с помощью последнего вычислить максимальный поперечный размер устройств, где фронт пламени устойчив.

На границе устойчивости частота колебания ( $\omega = \pm i\psi$ ) фронта ФГГ определяется по формуле

$$\psi = \frac{u}{2}\{\alpha[u^2 + 4\Delta(1 - \alpha)] + 16k^2[k^2 + u^2(1 + 4\alpha - \alpha^2) + 4\Delta(1 - \alpha^2)]\}^{1/2}. \quad (19)$$

Граница областей колебательной и экспоненциальной неустойчивости задается условием равенства нулю дискриминанта квадратного уравнения (14) [5] при  $\Delta < \Delta_*$ , что приводит к уравнению

$$16(1 - \alpha^2)^2\Delta^2 + \{[8u^2(1 + 4\alpha - \alpha^2) - 960k^2](1 - \alpha^2) - 64u^2\alpha(1 - \alpha)\}\Delta + [u^2(1 + 4\alpha - \alpha^2) - 240k^2]u^2(1 + 4\alpha - \alpha^2) - 192k^4 - 16u^4\alpha = 0, \quad (20)$$

откуда находим второй критический коэффициент теплоотдачи

$$\Delta_{**} = \frac{1}{32(1 - \alpha^2)^2} \left( -b + \sqrt{b^2 - 64(1 - \alpha^2)^2c} \right), \quad (21)$$

$$b = [8u^2(1 + 4\alpha - \alpha^2) + 64k^2 - 1024k^2](1 - \alpha^2) -$$

$$- 64u^2\alpha(1 - \alpha),$$

$$c = [u^2(1 + 4\alpha - \alpha^2) - 240k^2]u^2(1 + 4\alpha - \alpha^2) - 192k^4 - 16u^4\alpha.$$

Уравнение (21) трансцендентно относительно  $\Delta_{**}$ . Существование критических значений коэффициента теплопотерь было изучено в [11, 12], а их влияние на максимальную температуру анализировалось в [10].

Разрешив уравнение (7) относительно равновесной температуры

$$T_e = E / \left[ R \ln \frac{Z_0 \varepsilon}{u_n^2(1 + v_{10}/u_n)} \right] \quad (22)$$

и приравняв его к равновесной температуре (4), получаем

$$\Delta = u^2(a^2 - 1)/4, \quad (23)$$

где

$$a = Qv_0 / \left[ c_p \left( 1 + \frac{\varphi}{1 + v_{10}/u_n} \right) \times \left( \frac{E}{R \ln(Z_0 \varepsilon / u_n^2(1 + v_{10}/u_n))} - T_0 \right) \right].$$

Теперь запишем зависимость безразмерного объемного коэффициента теплоотдачи  $\Delta$  через коэффициент теплоотдачи  $\Delta_w$  трубки радиуса  $R_w$ , в которой размещается огнепреградительное устройство:

$$\Delta = \frac{\varepsilon}{u_n^2(\rho_1 c_p + \rho_2 c_2)} \frac{2\Delta_w}{R_w}.$$

Отсюда с учетом (23) имеем

$$\Delta_w = \frac{u_n^2(\rho_1 c_p + \rho_2 c_2) R_w u^2 (a^2 - 1)}{8\varepsilon}. \quad (24)$$

Записав безразмерное волновое число  $k$  с помощью безразмерного радиуса трубки в виде  $k = 2\pi/(R_w/L)$ , из условия колебательной неустойчивости (18) с учетом (23) получаем предельное значение радиуса трубки

$$R_w \leq \frac{4\sqrt{2}\pi L}{u\sqrt{a^2(\alpha^2 - 1) - 4\alpha}}, \quad (25)$$

где  $L$  — высота трубки. Если радиус трубки больше критического (25), то фронт горения неустойчив, поэтому неравенство (25)

можно трактовать как условие колебательной неустойчивости. Подставляя (25) в (24), имеем

$$\Delta_w \leq \frac{\pi L(\rho_1 c_p + \rho_2 c_2)}{\sqrt{2}\alpha} \frac{u_n^2 u (a^2 - 1)}{\sqrt{a^2(\alpha^2 - 1) - 4\alpha}}. \quad (26)$$

Заметим, что предельные значения радиуса трубки (25) и коэффициента теплоотдачи (26) в окружающую среду, при которых волна ФГГ становится неустойчивой, являются функциями скорости волны и скорости вдува газа при постоянных других параметрах системы. Предельные значения  $\Delta_w$  в зависимости от скорости волны горения при варьировании скорости вдува газа и постоянных значениях других параметров системы приведены на рис. 1. Видно, что коэффициент теплоотдачи имеет максимум при каждом фиксированном значении скорости вдува, следовательно, координаты максимальных предельных значений коэффициента теплоотдачи в окружающую среду, при котором фронт горения становится неустойчивым, на плоскости  $(u_n, v_{10})$  можно определить из условия  $\partial \Delta_w / \partial u_n = 0$ :

$$\left[ (a^2 - 1) \left( 2u u_n - \frac{v_{10}}{1 + \varphi} \right) + 2a a'_{u_n} u_n^2 u \right] \times \\ \times [a^2(\alpha^2 - 1) - 4\alpha] - \quad (27)$$

$$- 2u_n^2 u (a^2 - 1) [a(\alpha^2 - 1) a'_{u_n} + (a^2 \alpha - 2) \alpha'_{u_n}] = 0,$$

где

$$a'_{u_n} = - \frac{a}{1 + \varphi / (1 + u_0)} \times$$

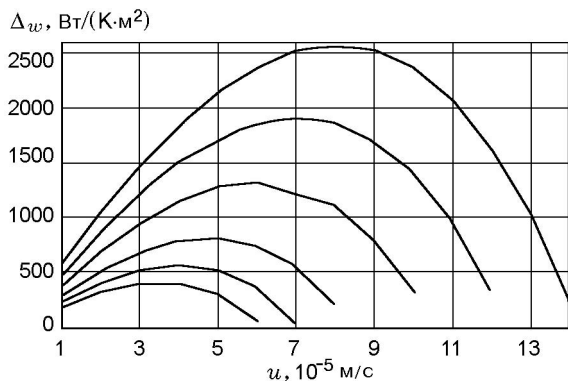


Рис. 1. Зависимость коэффициента теплоотдачи трубки от скорости волны горения на границе неустойчивости при скоростях вдува газа 0.2, 0.24, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6 м/с (данные соответствуют кривым снизу вверх)

$$\times \left[ - \frac{\varphi v_{10}}{(u_n + v_{10})^2} + \frac{2u_n + v_{10}}{u_n^2 + v_{10} u_n} \frac{T_e}{T_e + T_0} \right], \\ \alpha'_{u_n} = - \frac{1}{2} \frac{2u_n + v_{10}}{u_n^2 + v_{10} u_n}.$$

Зависимость  $u_n = u_n(v_{10})$ , определяемая уравнением (27), представлена на рис. 2 на плоскости  $(\phi'_r, v_{10})$ , где  $\phi'_r = -u_n$ . Заметим, что на границе неустойчивости встречная скорость распространения волны ФГГ увеличивается с ростом скорости вдува газа в пористую среду. На рис. 3 приведена зависимость критических значений коэффициента теплоотдачи

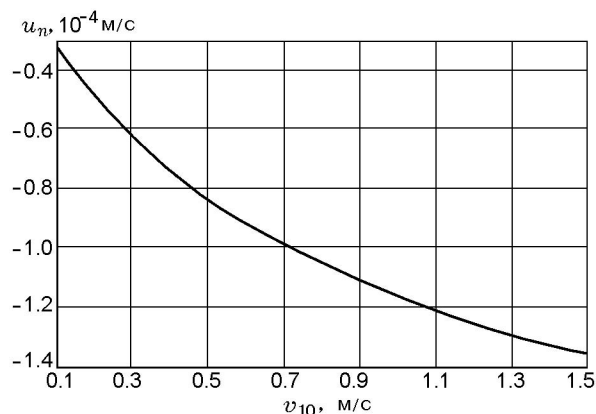


Рис. 2. Зависимость скорости волны горения стехиометрической метановоздушной смеси в пористой среде от скорости вдува газа при максимальных предельных значениях коэффициента теплоотдачи трубки

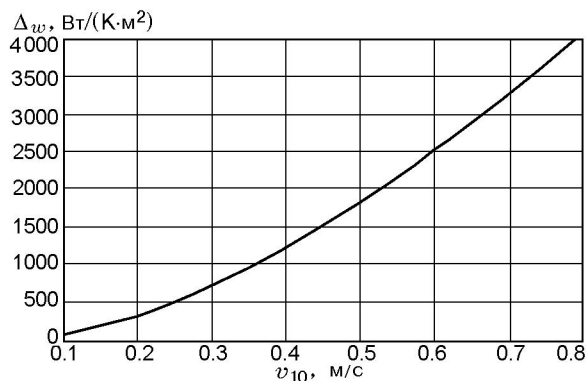


Рис. 3. Зависимость критических значений коэффициента теплоотдачи трубки от скорости вдува газа при горении стехиометрической метановоздушной смеси в пористой среде

трубки (26) от скорости вдува газа при горении стехиометрической метановоздушной смеси в пористой среде, рассчитанная по значениям скорости волны, определенным по уравнению (27). При расчетах использовались параметры исследуемого экспериментально огнепреградителя [17]:

$$\rho_1^0 = 1.142 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_2^0 = 3900 \text{ кг/м}^3,$$

$$\alpha_1 = 0.45, \quad \alpha_2 = 0.55, \quad c_p = 10^3 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{К}),$$

$$c_2 = 800 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{К}), \quad T_0 = 320 \text{ К},$$

$$\lambda_2 = 0.5 \text{ кг} \cdot \text{м}/(\text{с}^3 \cdot \text{К}), \quad \lambda_1 = 0.1 \text{ кг} \cdot \text{м}/(\text{с}^3 \cdot \text{К}),$$

$$E = 2.26 \cdot 10^5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{моль}),$$

$$R = 8.314 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}),$$

$$Q \cdot 0.09 = 2 \cdot 10^6 \text{ м}^2/\text{с}^2,$$

$$k_0 = 1 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}, \quad \nu_0 = 0.09.$$

Выше кривой на рис. 3 находится область неустойчивости фронта ФГГ. Зависимость критических значений радиуса трубки от скорости вдува газа при горении стехиометрической метановоздушной смеси в пористой среде показана на рис. 4. Как следует из рисунка, распространение фронта ФГГ в трубке диаметром 180 мм со скоростью  $5.5 \cdot 10^{-5}$  м/с, определенной по уравнению (27) при скорости вдува газа 0.24 м/с, неустойчиво, так как значение  $R_w$  находится выше кривой.

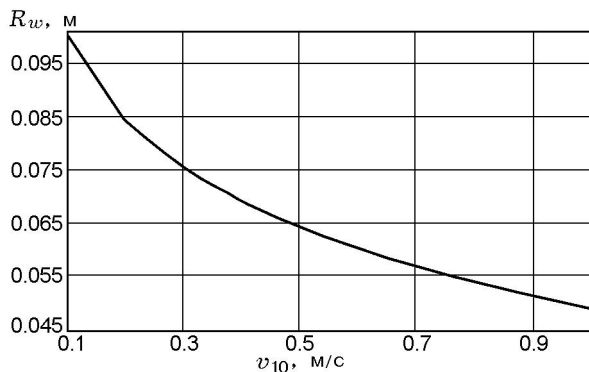


Рис. 4. Зависимость критических значений радиуса трубки от скорости вдува газа при горении стехиометрической метановоздушной смеси в пористой среде

Используя неравенства (25) и (26), можно получить условия устойчивости относительно объемного коэффициента теплоотдачи  $\Delta \leq \Delta_{cr} = u^2(a^2 - 1)/4$ .

Определим волновое число из условия экспоненциальной неустойчивости волны горения (20) ( $\omega$  — действительное и отрицательное):

$$k^{II} = \sqrt{B(1 + \sqrt{1 + C/B^2})}, \quad (28)$$

где

$$B = \frac{5u^2}{8} [(a^2 - 1)(\alpha^2 - 1) + 0.5(\alpha^2 - 4\alpha - 1)],$$

$$C = \frac{u^4}{192} \{ [(1 - \alpha^2)^2(a^2 - 1)^2] + 2[(\alpha^2 - 4\alpha - 1)(\alpha^2 - 1) + 8\alpha(1 - \alpha)](a^2 - 1) + (1 + 4\alpha - \alpha^2)^2 - 16\alpha \}.$$

Тогда, используя формулу (28) вместо (25) и (26), получим условия для предельных значений радиуса трубки и коэффициента теплоотдачи, соответствующие экспоненциальной неустойчивости волны горения.

Определим, далее, соотношения параметров на пределе горения с помощью подхода [1].

Формулы для равновесных температур с учетом и без учета коэффициента теплоотвода имеют вид

$$T_{\max} = T_0 + \frac{Q\nu_0}{c_p[1 + \varphi/(1 + u_0)]\sqrt{1 + 4\Delta/u^2}},$$

$$T_e = T_0 + \frac{Q\nu_0}{c_p[1 + \varphi/(1 + u_0)]}.$$

Согласно (5) максимальная температура  $T_{\max}$  при предельном значении теплоотвода должна отличаться от  $T_e$  на величину  $RT_e^2/E$ , т. е.

$$T_{\max} = T_e + \frac{Q\nu_0}{c_p[1 + \varphi/(1 + u_0)]} \left( \frac{1}{\sqrt{1 + 4\Delta/u^2}} - 1 \right),$$

и в первом приближении ( $\Delta u^2 \ll 1$ )

$$T_{\max} = T_e - \frac{2Q\nu_0\Delta}{c_p u^2 [1 + \varphi/(1 + u_0)]}. \quad (29)$$

Приравняем второй член формулы (29) выражению  $RT_e^2/E$ , тогда

$$\Delta = \frac{u^2 c_p [1 + \varphi / (1 + u_0)] RT_e^2}{2Q\nu_0 E}. \quad (30)$$

Зависимости (17) и (30) выполняются на пределе горения. Приравнявая их друг другу, запишем соотношение, выражающее взаимосвязь параметров исходной смеси:

$$\Delta_* = \frac{u^2 c_p [1 + \varphi / (1 + u_0)] RT_e^2}{2Q\nu_0 E}. \quad (31)$$

В итоге имеем зависимость параметров на пределе горения, когда волна ФГГ распространяется колебательно. Из (31) находим предельную концентрацию

$$\nu_0 = \frac{u^2 c_p [1 + \varphi / (1 + u_0)] RT_e^2}{2Q\Delta_* E}.$$

Отметим, что  $T_e = T_b$ , например, при горении газа без пористой среды ( $\varphi = 0$ ).

Таким образом, в результате проведенного исследования получена и проанализирована зависимость скорости фронта ФГГ от скорости вдува газа в пористую среду при постоянных значениях других параметров на границе неустойчивости. Кроме того, получены формулы для определения критических значений коэффициента теплоотдачи в окружающее пространство и радиуса устройств, при которых фронт пламени неустойчив, а также соотношения для параметров на пределе горения, учитывающие коэффициент теплоотвода из зоны горения.

Автор благодарит академика Р. И. Нигматулина за полезное обсуждение работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. Теория пределов распространения тихого пламени // ЖЭТФ. — 1941. — Т. 11, вып. 1. — С. 159–169.
2. Махвиладзе Г. М., Новожилов Б. В. Двумерная устойчивость горения конденсированных систем // ПМТФ. — 1971. — № 5. — С. 51–59.
3. Шкадинский К. Г., Хайкин Б. И. Влияние теплопотерь на распространение фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе // Горение и взрыв. — М.: Наука, 1972. — С. 104–109.
4. Matkowsky В. J., Sivashinsky G. I. Propagation of pulsation front in solid fuel combustion // SIAM J. Appl. Math. — 1978. — V. 35, N 3. — P. 465–478.
5. Новожилов Б. В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. — М.: Наука, 1973.
6. Алдушин А. П., Каспарян С. Г. О теплодиффузионной неустойчивости фронта горения // Докл. АН. — 1979. — Т. 244, № 1. — С. 67–70.
7. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. — М.: Наука, 1987. — Ч. 1.
8. Минаев С. С., Потытняков С. И., Бабкин В. С. Тепловая устойчивость искривленного газового пламени в пористых средах // Физика горения и взрыва. — 1994. — Т. 30, № 6. — С. 39–42.
9. Вайнштейн П. Б. Об устойчивости газового пламени в пористых средах // Физика горения и взрыва. — 1992. — Т. 28, № 1. — С. 28–34.
10. Футыко С. И., Доброго К. В., Жданок С. А., Ханевич Э. И. Локализация фронта горения в фильтрационном нагревателе дискового типа в условиях интенсивной внешней теплоотдачи // Физика горения и взрыва. — 2000. — Т. 36, № 3. — С. 17–24.
11. Потытняков С. И., Лаевский Ю. М., Бабкин В. С. Влияние теплопотерь на распространение стационарных волн при фильтрационном горении газов // Физика горения и взрыва. — 1984. — Т. 20, № 1. — С. 19–26.
12. Лаевский Ю. М., Бабкин В. С. Фильтрационное горение газов // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. — Новосибирск: Наука, 1988. — С. 108–145.
13. Какуткина Н. А. Некоторые аспекты устойчивости горения газа в пористых средах // Физика горения и взрыва. — 2005. — Т. 41, № 4. — С. 39–49.
14. Ассовский И. Г. Физика горения и внутренняя баллистика. — М.: Наука, 2005.
15. Быков В. И., Цыбенкова С. Б. Кинетические особенности процессов распространения пламени // Докл. АН. — 2010. — Т. 431, № 4. — С. 497–499.
16. Кабилов М. М. Влияние теплопотерь на устойчивость стационарных волн при фильтрационном горении газов // Докл. АН Республики Таджикистан. — 1994. — Т. 37, № 3–4. — С. 24–27.
17. Какуткина Н. А., Коржавин А. А., Намятов И. Г., Рычков А. Д. Закономерности распространения пламени через насадку коммуникационных огнепреградителей // Физика горения и взрыва. — 2007. — Т. 43, № 4. — С. 23–38.
18. Какуткина Н. А., Коржавин А. А., Мбарава М. Особенности фильтрационного горения водородо-, пропано- и метановоздушных смесей в инертных пористых средах // Физика горения и взрыва. — 2006. — Т. 42, № 4. — С. 8–20.
19. Доброго К. В., Жданок С. А. Физика фильтрационного горения газов. — Мн.: Ин-т тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова НАНБ, 2003.



20. **Минаев С. С., Потытняков С. И., Бабкин В. С.** О неустойчивости фронта пламени при фильтрационном горении газов // Физика горения и взрыва. — 1994. — Т. 30, № 3. — С. 49–54.
21. **Saveliev A. V., Kennedy L. A., Fridman A. A., Puri I. K.** Structures of multiple combustion waves formed under filtration of lean hydrogen-air mixtures in a packed bed // 26th Intern. Symp. on Combustion. — Pittsburgh: The Combustion Inst., 1996. — P. 3369–3375.
22. **Fursenko R. V., Minaev S. S., Maruta K., Nakamura H., Yang H.** Characteristic regimes of premixed gas combustion in high-porosity micro-fibrous porous media // Combust. Theory and Modelling. — 2010. — V. 14, N 4. — P. 571–581.
23. **Жижин Г. В.** Автоволновые процессы распространения химических реакций в дисперсных средах // ПМТФ. — 1988. — № 6. — С. 35–43.
24. **Вайнштейн П. Б., Кабилов М. М.** К теории фильтрационного горения газов в пористых средах // Изв. АН ТаджССР. Отд-ние физ. мат., хим. и геол. наук. — 1991. — № 4. — С. 47–51.
25. **Футько С. И., Шабуня С. И., Жданок С. А.** Приближенное аналитическое решение для сверхадиабатической волны горения // Инж.-физ. журн. — 1998. — Т. 71, № 1. — С. 41–45.

*Поступила в редакцию 15/IV 2011 г.,  
в окончательном варианте — 1/VII 2011 г.*

---