9. **Mitchell A. C., Nellis W. J., Heinle R. A. et al.** Shock-impedance match experiments at pressure to 2,5 TPa (25 Mbar) // Physica.— 1980.— 139, 140B.— P. 591—594.
10. **Sawaoka A. B., Akashi T.** High Density Compacts. US Patent N 4655830.— 1987.
11. **Yu L. H., Meyers M. A., Thadhani N. N.** Reaction-assisted shock consolidation of RSR Ti — Al alloys // J. Mater. Res.— 1990.— 5, N 2.— P. 302—312.
12. **Chokshi A. H., Meyers M. A.** The prospects for superlasticity at high strain rates: preliminary considerations and an example // Scripta Metallurgica et Materialia.— 1990.— 24, N 4.— 1990.— P. 605—610.
13. **Забабахин Е. И., Забабахин И. Е.** Явления неограниченной кумуляции.— М.: Наука, 1988.
14. **Бахрах С. М., Ковалев Н. П., Надыкто Б. А. и др.** Исследование пластических и прочностных свойств меди в условиях всестороннего растяжения // Докл. АН СССР.— 1974.— 215, № 5.— С. 1090—1093.
15. **Козлов Е. А.** Экспериментальная проверка гипотезы Е. И. Забабахина об ограниченности кумуляции энергии на фронте сферически сходящейся ударной волны в среде с фазовыми переходами // Докл. на Забабахинских Научных Чтениях. ВНИИТФ, Челябинск, 1990. Report on Int. Conf. «Shock Waves and High-Strain-Rate Phenomena», Aug. 12—16, 1990, San-Diego, CA, USA.
16. **Козлов Е. А.** Особенности ударной сжимаемости, макрокинетика фазовых превращений и откольное разрушение железа в различных фазовых состояниях // Материалы Междунар. конф. «Новые методы в физике и механике деформируемого твердого тела».— Чегет, 1990.— 2.
17. **Kozlov E. A., Teplinskaya V. M., Orlov V. K. et al.** Phase transitions and spall fractures of zirconium under explosive loading // J. de Physique IV, Coll. C3, suppl. au J. de Physique III.— 1991.— 1.— P. C3—675—680.
18. **Kovalenko G. V., Kozlov E. A., Kuropatenko V. F. et al.** Computational-experimental investigation of wave processes in metal balls under their loading by spherically converging shock waves // Bull. Am. Phys. Soc.— 1991.— 36, N 6.— P. 1831.
19. **Kozlov E. A., Litvinov B. V., Kabin I. G. et al.** Obtaining and investigation of submicrocrystal structure materials in experiments on loading of metal spheres by spherical converging shock waves // Ibid.
20. **Литвинов Б. В., Козлов Е. А., Жугин Ю. Н. и др.** О новых экспериментальных возможностях изучения полиморфных и фазовых превращений, твердофазных химических реакций в минералах и горных породах // Сборник докл. V Всесоюз. совещ. по детонации, Красноярск, 5—12 авг., 1991.— 1.— С. 197—198.
21. **Литвинов Б. В., Козлов Е. А., Жугин Ю. Н. и др.** Фазовые превращения в минералах и горных породах // Тез. докл. XII Всесоюз. совещ. по экспериментальной минералогии, Миасс, 24—26 сент., 1991.— С. 82—83.

г. Челябинск *Поступила в редакцию 13/XII 1991*

УДК 536.463

В. Н. Охитин

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ СЛАБОЙ ОДНОМЕРНОЙ ДЕФЛАГРАЦИИ

Проведен анализ результатов численного решения одномерной задачи о слабой дефлаграции газовых смесей для всех видов симметрии. Предложено граничное условие, позволяющее исключить особенности в окрестности фронта ударной волны при численном интегрировании уравнений для малых скоростей фронта пламени. Получены аналитические соотношения для параметров возникающего течения, аппроксимирующие результаты численного решения с высокой точностью вплоть до значений видимой скорости пламени, в 1,5—2 раза превышающей скорость звука в исходной смеси.

В [1] проанализировано численное решение и получены аналитические соотношения для параметров одномерной дефлаграции газовых смесей при видимой скорости фронта пламени $U > (0{,}2 \div 0{,}3)D$, где D — скорость детонации в смеси. В принципе, численное решение задачи может быть получено для любой скорости дефлаграции, однако в сферическом и цилиндрическом случаях при очень малой скорости распространения пламени (менее 0,3 c_1 и 0,10 c_1 соответственно для сферической и цилиндрической симметрий, c_1 — скорость звука в исходной смеси) возникают некоторые вычислительные трудности, связанные с дивергентным характером течения среды.

Задача об одномерной дефлаграции, распространяющейся в совершенном газе с постоянной скоростью, описывается системой дифференциальных уравнений в полных производных:

$$\frac{\lambda D_1 - u}{c}\frac{du}{d\lambda} = \frac{2}{\gamma - 1}\frac{dc}{d\lambda},$$
$$\left[\left(\frac{\lambda D_1 - u}{c}\right)^2 - 1\right]\frac{du}{d\lambda} = \frac{\nu u}{\lambda}, \tag{1}$$

где $\lambda = r/D_1 t$ — относительная координата в области течения; r, t — текущие координаты и время; D_1 — скорость фронта ударной волны (УВ); u, c — массовая и звуковая скорости; γ — показатель адиабаты газа; $\nu = 0, 1, 2$ — параметр симметрии соответственно для плоского, цилиндрического и сферического случаев.

Граничные условия:

— соотношения динамической совместности на фронте УВ

$$D_1 = v_1 \sqrt{(p_2 - p_1)/(v_1 - v_2)},\ u_2 = \sqrt{(p_2 - p_1)(v_1 - v_2)},$$
$$\frac{v_2}{v_1} = \left(p_2 + p_1\frac{\gamma_1 + 1}{\gamma_1 - 1}\right)\Bigg/\left(p_2\frac{\gamma_2 + 1}{\gamma_2 - 1} + p_1\right); \tag{2}$$

— интегральные законы сохранения массы, количества движения и энергии на фронте пламени, которые можно представить в виде

$$U = u_3 + v_3 \sqrt{(p_4 - p_3)/(v_3 - v_4)},\ u_4 = u_3 - \sqrt{(p_4 - p_3)(v_3 - v_4)},$$
$$\frac{v_4}{v_3} = \left(p_4 + p_3\frac{\gamma_3 + 1}{\gamma_3 - 1} + 2\frac{Q_1}{v_3}\right)\Bigg/\left(p_4\frac{\gamma_4 + 1}{\gamma_4 - 1} + p_3\right); \tag{3}$$

— равенство нулю массовой скорости среды в центре симметрии. Здесь индексы 1—4 относятся к параметрам среды перед и за фронтами УВ и пламени соответственно; p, v — давление и удельный объем среды; Q_1 — удельная теплота сгорания смеси.

Так как в области УВ и в продуктах сгорания (ПС) течение газа изоэнтропическое ($\gamma_3 = \gamma_2$), то давление и удельный объем в УВ и ПС связаны со скоростью звука соотношениями

$$p = p_2 (c/c_2)^{2\gamma_2/(\gamma_2 - 1)}, \quad v = v_2 (c_2/c)^{2/(\gamma_2 - 1)},$$
$$p = p_4 (c/c_4)^{2\gamma_4/(\gamma_4 - 1)}, \quad v = v_4 (c_4/c)^{2/(\gamma_4 - 1)}. \tag{4}$$

Условия (3) при известных параметрах перед фронтом пламени p_3, v_3, u_3 и скорости его распространения U позволяют рассчитать параметры за фронтом p_4, v_4, u_4. Однако, так как при слабой дефлаграции $u_4 = 0$ (это условие начинает выполняться для $U \leqslant 0{,}5D$ [1]), то (3) служат для определения скорости пламени U, генерирующего перед своим фронтом течение, удовлетворяющее системе уравнений (1).

Таким образом, численное решение задачи сводится к интегрированию системы (1) от фронта УВ ($\lambda = 1$) при заданной его интенсивности (u_2 и c_2, удовлетворяющие условиям (2)) вплоть до точки, в которой выполняются условия (3) совместно с тождеством $u_4 = 0$ и определению скорости фронта пламени и параметров за ним, соответствующих УВ выбранной интенсивности.

В сферическом и цилиндрическом случаях за счет дивергентности течения скорость потока перед фронтом пламени падает и при малой скорости дефлаграции на фронте УВ стремится к нулю. При этом производные $du/d\lambda$ и $dc/d\lambda$ в системе (1) на границе расчетной области $\lambda = 1$ становятся неопределенными. Используя акустическое приближение для параметров фронта УВ [2]

$$c_2 \simeq c_1 + \frac{\gamma_1 - 1}{2}u_2,\ D_1 \simeq c_1 + \frac{\gamma_1 + 1}{4}u_2,$$

из системы (1) для первой и второй производных можно получить

$$\left.\frac{du}{d\lambda}\right|_{\lambda=1} = -\frac{2\nu}{\gamma_1+1}c_1, \quad \left.\frac{dc}{d\lambda}\right|_{\lambda=1} = -\nu\,\frac{\gamma_1-1}{\gamma_1+1}c_1\left(1-\frac{\gamma_1+1}{4}\frac{u_2}{c_1}\right),$$

$$\left.\frac{d^2u}{d\lambda^2}\right|_{\lambda=1} = -\frac{4\nu(\nu+2)}{(\gamma_1+1)^2}\frac{c_1}{u_2}\left[c_1-\frac{(5\nu+3)(\gamma_1+1)-4(2\nu+1)}{2(\nu+2)}u_2\right], \tag{5}$$

$$\left.\frac{d^2c}{d\lambda^2}\right|_{\lambda=1} = -2\nu(\nu+2)\,\frac{\gamma_1-1}{(\gamma_1+1)^2}\frac{c_1}{u_2}\left[c_1-\frac{(9\nu+6)(\gamma_1+1)-8(2\nu+1)}{2(\nu+2)}u_2\right].$$

Из (5) видно, что при $u_2 \to 0$ $du/d\lambda = \mathrm{const}$, $dc/d\lambda \to \mathrm{const}$, а вторые производные стремятся к бесконечности, поэтому использование для интегрирования системы (1) разностных схем первого порядка аппроксимации при малых скоростях фронта пламени становится невозможным, а схем более высокого порядка точности требует нереально малого шага численного интегрирования.

Первое уравнение системы (1) можно переписать в виде

$$\frac{1}{\gamma_2-1}dc^2 = \lambda D_1 du - u du = d(\lambda D_1 u) - \frac{1}{2}du^2 - D_1 u d\lambda,$$

откуда, интегрируя от фронта УВ ($\lambda = 1$) до текущей координаты λ, получим

$$\frac{c^2-c_2^2}{\gamma_2-1} = D_1(\lambda u - u_2) - \frac{u^2-u_2^2}{2} - D_1\varphi(\lambda), \tag{6}$$

где $\varphi(\lambda) = \int\limits_1^\lambda u d\lambda$ — потенциал течения.

При малой скорости дефлатрации $c_2 \to D_1 \to c_1$, $u_2 \to 0$, $\gamma_2 = \gamma_1$, и интеграл (6) упрощается

$$\frac{c^2-c_1^2}{\gamma_1-1} = c_1\lambda u - \frac{u^2}{2} - c_1\varphi(\lambda), \tag{7}$$

а второе уравнение системы (1) в окрестности фронта УВ, где $\lambda \gg u/c_1$, принимает вид

$$\frac{du}{d\lambda} \simeq \frac{\nu u}{\lambda}\frac{1}{\lambda^2-1},$$

интегралом которого является выражение

$$u = a\left(\frac{1-\lambda^2}{\lambda^2}\right)^{\nu/2}, \tag{8}$$

a — константа интегрирования.

Используя (8), можно вычислить потенциал течения в сферическом и цилиндрическом случаях:

$$\varphi(\lambda) = -a\frac{(1-\lambda)^2}{\lambda} = -u\lambda\frac{1-\lambda}{1+\lambda} \quad \text{при} \quad \nu = 2,$$

$$\varphi(\lambda) = a\left(\sqrt{1-\lambda^2} - \ln\frac{1+\sqrt{1-\lambda^2}}{\lambda}\right) = u\lambda\left(1-\frac{1}{\sqrt{1-\lambda^2}}\ln\frac{1+\sqrt{1-\lambda^2}}{\lambda}\right)$$

$$\text{при} \quad \nu = 1.$$

Подставив эти выражения в (7), получим связь между звуковой и массовой скоростями потока в окрестности фронта УВ

$$c = c_1\sqrt{1+(\gamma_1-1)\left[\frac{u}{c_1}\frac{2\lambda}{1+\lambda}-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{c_1}\right)^2\right]} \quad \text{при} \quad \nu = 2, \tag{9}$$

$$c = c_1\sqrt{1+(\gamma_1-1)\left[\frac{u}{c_1}\frac{1}{\sqrt{1-\lambda^2}}\ln\frac{1+\sqrt{1-\lambda^2}}{\lambda}-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{c_1}\right)^2\right]} \quad \text{при} \quad \nu = 1.$$

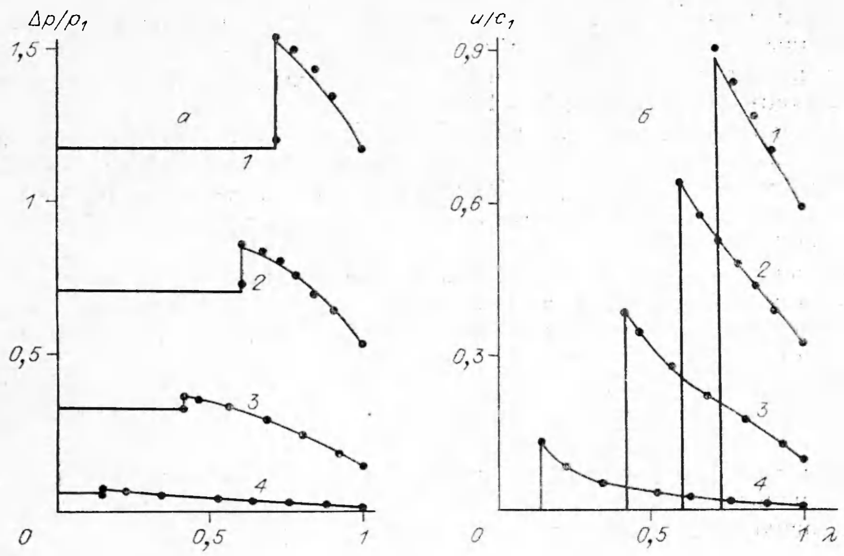

Рис. 1. Распределение избыточного давления (*а*) и массовой скорости (*б*) при цилиндрической дефлаграции стехиометрической ацетиленовоздушной смеси.
U, м/с: *1* — 350, *2* — 250, *3* — 150, *4* — 50. Точки — результаты приближенного решения.

Соотношения (9) могут быть использованы вместо граничных условий (2) при интегрировании системы (1) в случае малой скорости распространения пламени, начиная не от фронта УВ ($\lambda = 1$), а от любой произвольной точки с координатой $\lambda \gg u/c_1$. Проведенные численные расчеты показывают, что подобным образом можно избежать указанных выше трудностей без снижения точности получаемых результатов.

На рис. 1 в качестве примера представлены результаты численного решения цилиндрической задачи ($\nu = 1$) в виде распределений за фронтом УВ безразмерных избыточного давления и массовой скорости газа в стехиометрической смеси ацетилен — воздух с параметрами: $p_1 = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па; $v_1 = 0{,}8218$ м^3/кг; $c_1 = 341{,}4$ м/с; $Q_1 = 3{,}269$ МДж/кг; $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 1{,}4$; $\gamma_4 = 1{,}234$. Видно, что при $U = 50$ м/с интенсивность УВ практически падает до нуля. В сферическом случае распределение параметров качественно подобно (интенсивность фронта УВ стремится к нулю при $U < 150$ м/с), а при плоской симметрии параметры за фронтом УВ постоянны.

Численное решение задачи, кроме необходимости привлечения ЭВМ, обладает тем недостатком, что не дает возможности определить параметры возникающего течения непосредственно по заданной скорости U. Поэтому особое практическое значение приобретают различные аналитические соотношения. Наиболее полное приближенное решение для распределения параметров при сферической дефлаграции приведено в работе [3]. Оно основано на анализе результатов численного решения задачи о расширении в газе сферического поршня [4] и базируется на допущениях о постоянстве разности массовых скоростей на фронте пламени и фронте УВ, величина которой принята равной 0,525 c_1, а также о возможности описания распределения скорости в области течения акустическим приближением (8) (при $\nu = 2$).

Проведенные численные расчеты показывают, что принятые в [3] допущения достаточно грубые. Так, для рассматриваемой смеси в сферическом случае указанная разность скоростей возрастает от 0,34 c_1 при $U = 0{,}4$ c_1 (скорость пламени, соответствующая началу возрастания интенсивности фронта УВ) до 0,47 c_1 при $U = 0{,}7$ c_1, а затем монотонно убывает, и при $U = 2$ c_1 составляет 0,25 c_1, при этом с увеличением скорости дефлаграции ($U > 0{,}2$ c_1) соотношение (8) начинает отклоняться от действительного распределения массовой скорости в окрестности фронта УВ, а затем и в окрестности фронта пламени. Все это приводит к тому, что полученные в [3] соотношения в рекомендуемом диапазоне могут приводить к ошибкам в распределении избыточного давления по отношению к численному решению до 30—50 %.

Анализ численных результатов показывает, что, несмотря на существенное изменение плотности в продуктах сгорания (при возрастании скорости пламени от 50 до 350 м/с она увеличивается в плоском, цилиндрическом и сферическом случаях соответственно в 2,17, 2,04 и 1,94 раза), скачок плотности газа на фронте дефлаграции меняется относительно слабо (на 16, 12 и 9 % соответственно) и в первом приближении может быть принят постоянным и равным степени расширения газа при сгорании, определяемой из третьего соотношения (3) при $p_4 = p_3 = p_1$:

$$\sigma = \frac{v_4}{v_3} = \left(\frac{2\gamma_3}{\gamma_3 - 1} + \frac{Q_1}{p_1 v_1}\right) \Big/ \frac{2\gamma_4}{\gamma_4 - 1} = \mathrm{const}.$$

Это дает возможность из первых двух соотношений (3) с учетом $u_4 = 0$ непосредственно связать между собой скорость фронта пламени и массовую скорость газа за ним (аналогично [3])

$$u_3 = U(1 - 1/\sigma). \tag{10}$$

Соотношение (10) в указанном диапазоне скоростей выполняется для различных видов симметрии с точностью 1,5—3 %.

Интегральный закон сохранения массы для всей области, захваченной УВ, можно записать в виде

$$\rho_1 = \rho_4 \lambda_3^{\nu+1} + \bar{\rho}(1 - \lambda_3^{\nu+1}),$$

где λ_3 — относительная координата фронта пламени; $\bar{\rho}$ — некоторая средняя плотность газа в области между фронтами УВ и пламени. При малой скорости дефлаграции ($\lambda_3 \to 0$) и линейном распределении плотности $\bar{\rho} = [\rho_3 + (\nu + 1)\rho_2]/(\nu + 2)$, тогда закон сохранения массы принимает вид

$$\rho_1 = \rho_4 \lambda_3^{\nu+1} + \frac{\rho_3 + (\nu + 1)\rho_2}{\nu + 2}(1 - \lambda_3^{\nu+1})$$

или, разделив на ρ_2, получим

$$(\nu + 1)\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{b}{\sigma}\lambda_3^{\nu+1} + [b + (\nu + 1)](1 - \lambda_3^{\nu+1}), \tag{11}$$

$$b = \rho_3/\rho_2.$$

Из системы одномерных уравнений газодинамики следует, что параметры на фронте УВ могут возрастать лишь при определенном значении градиентов за ним. Так как коэффициент b характеризует градиент плотности за фронтом УВ, то можно ожидать, что при дефлаграции возрастание интенсивности УВ начинается при достижении им некоторой величины. Действительно, численные расчеты показывают, что с увеличением скорости дефлаграции коэффициент b (11) возрастает до некоторого значения, при котором начинается заметный рост интенсивности УВ, а затем остается практически постоянным. С учетом изоэнтропической связи между плотностью и скоростью звука из (5) при условии $u_2 \to 0$ для градиента плотности нетрудно получить

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{d\lambda}\bigg|_{\lambda=1} = -\frac{2\nu}{\gamma_1 + 1}.$$

Так как за фронтом УВ $\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{d\lambda}\Big|_{\lambda=1} \approx \frac{\rho_2 - \rho_3}{\rho_2} = 1 - b$, то $1 - b \approx -2\nu/(\gamma_1 + 1)$. По данным численных расчетов коэффициент пропорциональности может быть принят равным 1/4, поэтому окончательно получим

$$b = 1 + \frac{1}{2}\frac{\nu}{\gamma_1 + 1}. \tag{12}$$

С учетом (12) уравнение (11) дает возможность рассчитать скорость дефлаграции U_*, при которой начинается заметное возрастание интенсивности УВ, и параметров на ее фронте. В момент начала возрастания интенсивности УВ $\rho_2 = \rho_1$ и $\lambda_3 = U_*/c_1$ поэтому из (11) имеем

$$\frac{U_*}{c_1} = \sqrt[\nu+1]{\frac{b-1}{(\nu+1)+b\,[1-(\nu+2)/\sigma]}}. \qquad (13)$$

Значения b и U_* для рассматриваемой смеси, вычисленные по (12), (13), в случаях плоской, цилиндрической и сферической симметрии соответственно равны 1, 1,2083, 1,4167 и 0, 0,2747 c_1, 0,4821 c_1.

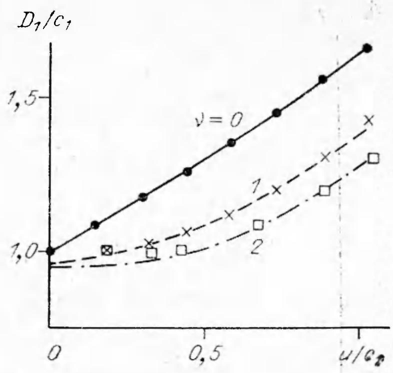

Рис. 2. Зависимость скорости УВ от скорости дефлаграции.

Поскольку (см. [2])

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\gamma_1-1}{\gamma_1+1} + \frac{2}{\gamma_1+1}\left(\frac{c_1}{D_1}\right)^2,$$

то, используя (11), нетрудно получить уравнение для определения скорости распространения фронта УВ

$$\left(\frac{2}{\gamma_1+1}+\frac{b-1}{\nu+2}\right)\left(\frac{D_1}{c_1}\right)^{\nu+1} - \frac{2}{\gamma_1+1}\left(\frac{D_1}{c_1}\right)^{\nu-1} - \frac{(\nu+1)+b\,[1-(\nu+2)/\sigma]}{\nu+2}\left(\frac{U}{c_1}\right)^{\nu+1} = 0,$$

которое в плоском и цилиндрическом случаях дает аналитические соотношения:

$$\frac{D_1}{c_1} = \frac{\gamma_1+1}{4}(1-1/\sigma)\frac{U}{c_1} + \sqrt{\left[\frac{\gamma_1+1}{4}(1-1/\sigma)\right]^2\left(\frac{U}{c_1}\right)^2+1} \quad \text{при} \quad \nu = 0, \qquad (14)$$

$$\frac{D_1}{c_1} = \sqrt{\left[\frac{2+b\,(1-3/\sigma)}{3}\left(\frac{U}{c_1}\right)^2 + \frac{2}{\gamma_1+1}\right]\Big/\left(\frac{2}{\gamma_1+1}+\frac{b-1}{3}\right)} \quad \text{при} \quad \nu = 1, \qquad (15)$$

а в сферическом может быть представлено в виде рекуррентного соотношения

$$\frac{D_1}{c_1} = \sqrt[3]{\left[\frac{3+b\,(1-4/\sigma)}{4}\left(\frac{U}{c_1}\right)^3 + \frac{2}{\gamma_1+1}\frac{D_1}{c_1}\right]\Big/\left(\frac{2}{\gamma_1+1}+\frac{b-1}{4}\right)}, \qquad (16)$$

позволяющего получить результат с достаточной для практики точностью за 3—5 итераций.

На рис. 2 линиями представлены результаты расчетов для рассматриваемой смеси по зависимостям (14)—(16), точки — данные численного решения. Видно, что в области ненулевой интенсивности фронта УВ аналитические соотношения (14)—(16) обеспечивают высокую точность вычислений.

Для описания параметров за фронтом УВ воспользуемся более общим, чем (8), распределением скорости, записав его в виде:

$$u = u_2 + a\,\frac{1-\lambda^\beta}{\lambda^\alpha},$$

где $a = (u_3 - u_2)\,\lambda_3^\alpha/\left(1-\lambda_3^\beta\right)$ — константа, определяемая по массовой скорости перед фронтом пламени (при $\lambda = \lambda_3$); множитель $(1-\lambda^\beta)$ описывает «завал» скорости в окрестности фронта УВ (см. рис. 1, *б*); а показатель α обеспечивает совпадение градиента скорости на фронте де-

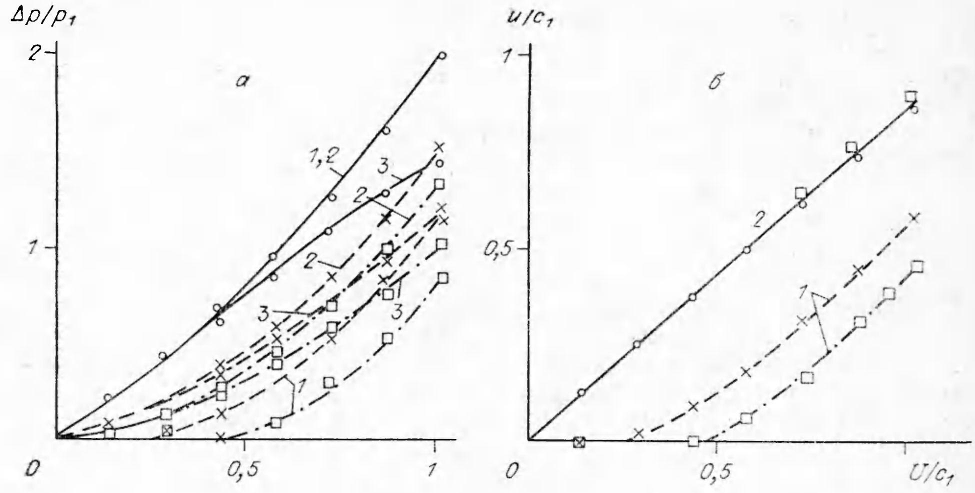

Рис. 3. Зависимости избыточного давления (*а*) и массовой скорости (*б*) от скорости дефлаграции на фронте УВ (*1*), перед (*2*) и за (*3*) фронтом пламени.
——— — $\nu = 0$; — — — — $\nu = 1$; —·— — $\nu = 2$. Точки — численные результаты.

флаграции с точным значением (1)

$$\left.\frac{du}{d\lambda}\right|_{\lambda=\lambda_3} = -\frac{u_3-u_2}{1-\lambda_3^{\beta}}\frac{1}{\lambda_3}\left[\alpha\left(1-\lambda_3^{\beta}\right)+\beta\lambda_3^{\beta}\right)\right] = \frac{\nu u_3}{\lambda_3}\frac{1}{[(U-u_3)/c_3]^2-1}.$$

По данным численных расчетов можно принять $\beta = 3\nu$. Тогда с учетом (10) и принимая во внимание, что скорость звука за фронтом УВ меняется незначительно (в пределах 3 %), окончательно для распределения массовой скорости получим

$$u = u_2 + (u_3 - u_2)\frac{1-\lambda^{3\nu}}{1-\lambda_3^{3\nu}}\left(\frac{\lambda_3}{\lambda}\right)^{\alpha}, \tag{17}$$

$$\alpha = \nu\left[\frac{u_3}{u_3-u_2}\frac{1}{1-(U/\sigma c_2)^2} - \frac{3}{(D_1/U)^{3\nu}-1}\right].$$

Используя (17), нетрудно вычислить потенциал скорости $\varphi(\lambda)$, и тогда интеграл (6) приводится к виду

$$c = c_2\left\{1 + (\gamma_2 - 1)D_1\frac{u-u_2}{c_2^2}\left[\frac{1}{1-\lambda^{3\nu}}\left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\lambda - \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. - \frac{3\nu}{(\alpha-1)(3\nu+1-\alpha)}\lambda^{\alpha} - \frac{3\nu-\alpha}{3\nu+1-\alpha}\lambda^{3\nu+1}\right) - \frac{u+u_2}{2D_1}\right]\right\}^{1/2}. \tag{18}$$

Соотношение (18) с учетом (4) позволяет построить распределения давления и удельного объема (или плотности) в области течения между фронтами УВ и пламени. В частности, для давления перед фронтом дефлаграции (при $\lambda = \lambda_3 = U/D_1$) получим

$$p_3 = p_2\left\{1 + (\gamma_2 - 1)D_1\frac{u_3-u_2}{c_2^2}\left[\frac{1}{1-(U/D_1)^{3\nu}}\left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\frac{U}{D_1} - \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. - \frac{3\nu}{(\alpha-1)(3\nu+1-\alpha)}\left(\frac{U}{D_1}\right) - \frac{3\nu-\alpha}{3\nu+1-\alpha}\left(\frac{U}{D_1}\right)^{3\nu+1}\right) - \frac{u_3+u_2}{2D_1}\right]\right\}^{\frac{\gamma_1}{\gamma_1-1}}. \tag{19}$$

Параметры за фронтом пламени определяются из граничных условий (3), которые с учетом (10) для давления дают

$$p_4 = p_3 - \rho_3 U^2\frac{\sigma-1}{\sigma^2}. \tag{20}$$

При скорости дефлаграции $U < U_*$ $D_1 = c_2 = c_1$, $u_2 = 0$ и с высокой точностью можно положить $\alpha = \nu$, поэтому соотношения (17)—(19) заметно упрощаются.

На рис. 3 для рассматриваемой смеси нанесены зависимости от скорости дефлаграции избыточного давления и массовой скорости на фронте УВ, фронте пламени и в продуктах сгорания, построенные с использованием соотношений (10), (14)—(16), (19), (20). На рис. 1 точками нанесены распределения избыточного давления (a) и массовой скорости ($б$) за фронтом УВ, рассчитанные по зависимостям (17), (18) для цилиндрической симметрии. Сравнение с результатами численного решения показывает, что полученные соотношения обеспечивают точность расчетов одномерной дефлаграции газообразных смесей по наиболее чувствительному параметру — избыточному давлению в пределах 3—5 % вплоть до скоростей фронта пламени $U = (1{,}5 \div 2) c_1$. С учетом полученных в работе [1] соотношений для скоростей $U > (0{,}2 \div 0{,}3) D$ $(U \approx (1{,}1 \div \div 1{,}6) c_1)$ настоящее решение позволяет с высокой точностью рассчитать параметры одномерной дефлаграции по заданной видимой скорости фронта пламени во всем диапазоне, вплоть до нормальной детонации.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Охитин В. Н.** Автомодельное распределение параметров при дефлаграции в режимах Чепмена — Жуге: Библ. указатель ВИНИТИ «Депонированные рукописи».— 1988.— № 12.— Деп. № 5870-В88.
2. **Физика** взрыва/Под ред. К. П. Станюковича.— М.: Наука, 1975.
3. **Горев В. А., Мирошников С. Н., Трошин Я. К.** Определение параметров сферической дефлаграции // ФГВ.— 1979.— 15, № 2.— С. 73—80.
4. **Taylor G. I.** The air wave surrounding an expanding sphere // Proc. Roy. Soc.— 1946.— A186.— P. 273—292.

г. Москва *Поступила в редакцию 3/XII 1991*