ПМТФ, № 4, 1967

# О РЕЛАКСАЦИИ КИПЯЩЕГО СЛОЯ К СОСТОЯНИЮ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

*В. П. Мясников*

*(Москва)*

Предложенное в работах [1,2] кинетическое уравнение для описания поведения совокупности частиц в потоке газа отличается от обычного уравнения Больцмана добавочными членами, учитывающими случайные изменения скорости частиц под действием этого потока. Как показано в работе [2], оператор столкновений и оператор броуновского типа в исходном кинетическом уравнении описывают существенно различные физические процессы изменения состояния системы частиц, протекающие одновременно: выравнивание средней кинетической энергии частиц и изменение энергии их в результате действия вязких сил со стороны взвешивающего потока. Поэтому метод решения кинетического уравнения, примененный в [2] и являющийся прямым обобщением метода Чепмена — Энскога, не представляется очевидным. Для обоснования применимости указанного метода решения кинетического уравнения необходимо исследовать релаксационные процессы в такой системе. Кроме того, релаксация систем типа кипящего слоя к состоянию сплошной среды представляет и самостоятельный интерес для анализа происходящих в системе быстрых процессов, т. е. процессов с характерной длительностью порядка среднего времен свободного пробега.

**§ 1.** Исходное кинетическое уравнение [1,2] имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t}+u_i\frac{\partial f}{\partial x_i}+\left[\Phi\left(n,\,|\mathbf{q}-\mathbf{w}|\right)(q_i-w_i)-\frac{\partial U}{\partial x_i}\right]\frac{\partial f}{\partial u_i}=C\,(ff)+$$
$$+\frac{\partial}{\partial u_i}\left[\Phi\left(n,\,|\mathbf{q}-\mathbf{w}|\right)(u_i-w_i)\,f+B_{ij}\frac{\partial f}{\partial u_j}\right] \tag{1.1}$$
$$B_{ij}=B\,(q_i-w_i)(q_j-w_j)$$

Здесь $f\,(t,\ \mathbf{x},\ \mathbf{u})$ — одночастичная функция распределения, нормированная на среднее число частиц в единице объема, $C\ (ff)$ — оператор столкновений [3], $U$ — потенциальная энергия внешних массовых сил, $q_i$ — компоненты средней скорости несущего потока по осям неподвижной декартовой системы координат $x_i$, $\Phi$ — некоторая известная функция.

Далее, имеем

$$n=\int f d\mathbf{u},\quad w_i=\frac{1}{3n}\int u_i f d\mathbf{u},\qquad B=D\Phi\left\{\frac{1}{\varepsilon}-\frac{\partial\ln\Phi}{\partial\varepsilon}\right\}^2\langle(\Delta\varepsilon)^2\rangle$$
$$\varepsilon=1-nv_0 \tag{1.2}$$

Здесь $v_0$ — объем частицы, $D$ — постоянная и $\langle(\Delta\varepsilon)^2\rangle$ — среднеквадратичная флюктуация относительного объема, занимаемого газовым потоком.

С уравнением (1.1) естественным образом связаны уравнения переноса

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\frac{\partial n w_i}{\partial x_i}=0$$
$$mn\left(\frac{\partial w_i}{\partial t}+w_\alpha\frac{\partial w_i}{\partial x_\alpha}\right)=\frac{\partial P_{i\alpha}}{\partial x_\alpha}+mn\left[\bar{\Phi}\,(q_i-w_i)-\frac{\partial U}{\partial x_i}\right]$$
$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+w_\alpha\frac{\partial\theta}{\partial x_\alpha}=\frac{2}{3n}\left[\frac{\partial Q_\alpha}{\partial x_\alpha}+P_{\alpha\beta}\frac{\partial w_\alpha}{\partial x_\beta}\right]+\frac{2}{3}mB\,|q-w|^2-2\Phi\theta$$
$$\theta=\frac{m}{3n}\int|\mathbf{u}-\mathbf{w}|^2 f d\mathbf{u} \tag{1.3}$$

где $m$ — масса частицы, а также уравнения для определения динамического поведения газового потока

$$\rho_0 (1 - nv_0) \left( \frac{\partial q_i}{\partial t} + q_\alpha \frac{\partial q_i}{\partial x_\alpha} \right) = - \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} - \rho_0 (1 - nv_0) \frac{\partial U}{\partial x_i} - mn\Phi (q_i - w_i)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} [nv_0 w_i + (1 - nv_0) q_i] = 0 \qquad (1.4)$$

Здесь $\Pi$ — давление газового потока, $\rho_0$ — его плотность.

В (1.1), (1.3) и (1.4), как и всюду в дальнейшем, по повторяющимся индексам предполагается суммирование от 1 до 3.

Величины $Q_\alpha$ и $P_{\alpha\beta}$ в (1.3) определяются обычным для кинетической теории плотных газов образом [3].

§ 2. Обозначим через $L$ характерный макроскопический масштаб рассматриваемой системы, через $\lambda$ — среднее расстояние между частицами, а через $w$ и $c$ — характерную макроскопическую скорость движения смеси и среднюю хаотическую скорость движения частиц соответственно.

Как нетрудно видеть, уравнения (1.1), (1.3) и (1.4) допускают введение следующих характерных временных масштабов явлений, протекающих в системе: а) среднего времени пробега между двумя последовательными соударениями $\tau_1 = \lambda / c$; б) среднего времени вязкого торможения частицы $\tau_2 = 1 / \Phi$; в) конвективного времени $\tau_3 = L / w$; г) характерного времени диффузионного сглаживания пространственной неоднородности состояния $\tau_4 = L^2 / \lambda c$.

Если обозначить через $l$ характерный масштаб вязкого торможения частицы $l = c / \Phi$ и ввести в рассмотрения безразмерные параметры

$$\alpha = \lambda / L, \qquad \beta = l / L, \qquad M = w / c \qquad (2.1)$$

то для отношений указанных временных масштабов будем иметь

$$\tau_2 / \tau_1 = \beta / \alpha, \qquad \tau_3 / \tau_1 = 1 / M\alpha, \qquad \tau_4 / \tau_1 = 1 / \alpha^2 \qquad (2.2)$$

При $M \sim 1$ и $\alpha \ll 1$ всегда $\tau_1 \ll \tau_3 \ll \tau_4$. Отношение $\tau_2 / \tau_1$ может быть различным. Заметим, что $\tau_2 / \tau_1 = l / \lambda$. В случае, когда взвешивающий поток имеет малую вязкость, имеем $\tau_1 \ll \tau_2$. Далее, если $\tau_4 \ll \tau_2$, то система ведет себя как обычный газ, и влияние взвешивающего потока сказывается только при сглаживании пространственных неоднородностей состояния системы. Поэтому наибольший интерес представляет случай, когда $\beta \sim 1$ и $\tau_2$ сравнимо по порядку величины с $\tau_3$. Влияние взвешивающего потока газа при этих условиях будет существенно сказываться на динамическом поведении системы, так как размеры системы оказываются одного порядка с масштабом вязкого торможения частиц.

В соответствии с методом, предложенным в работе [4], будем искать решение (1.1), (1.3) и (1.4) в виде ряда по степеням малого параметра

$$f = f^{(0)} + \alpha f^{(1)} + \alpha^2 f^{(2)} + \ldots \qquad (2.3)$$

причем функции $f^{(i)}$ зависят от переменных

$$f^{(i)} = f^{(i)} (t_0, t_1, t_2, \ldots; \mathbf{u}, \alpha^{-1}\mathbf{x}) \qquad (2.4)$$

где

$$t_0 = t, \qquad t_1 = \alpha t, \qquad t_2 = \alpha^2 t, \ldots \qquad (2.5)$$

Тогда производная по времени от $f$ представится в виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f^{(0)}}{\partial t_0} + \alpha \left( \frac{\partial f^{(0)}}{\partial t_1} + \frac{\partial f^{(1)}}{\partial t_0} \right) + \alpha^2 \left( \frac{\partial f^{(0)}}{\partial t_2} + \frac{\partial f^{(1)}}{\partial t_1} + \frac{\partial f^{(2)}}{\partial t_0} \right) + \ldots \qquad (2.6)$$

Будем также предполагать, что пространственная неоднородность системы невелика и пространственные производные в (1.1), (1.3) и (1.4) имеют порядок $\alpha$. Из предположения $\tau_2 \sim \tau_3$ следует, что

$$\Phi = \alpha A \tag{2.7}$$

Величины $w_i$, $n$, $\theta$, а также $A$ и $B_{\alpha\beta}^{**}$ будут некоторыми функционалами от $f$, поэтому для каждой из этих величин будет иметь место разложение, аналогичное (2.3)

$$\begin{gathered} w_i = w_i^{(0)} + \alpha w_i^{(1)} + \alpha^2 w_i^{(2)} + \ldots, \qquad n = n^{(0)} + \alpha n^{(1)} + \alpha^2 n^{(2)} + \ldots \\ \theta = \theta^{(0)} + \alpha\theta^{(1)} + \alpha^2\theta^{(2)} + \ldots, \qquad \alpha A = \alpha A^{(0)} + \alpha^2 A^{(1)} + \ldots \\ B = \alpha B^{(0)} + \alpha^2 B^{(1)} + \ldots, \qquad B_{\alpha\beta} = \alpha B_{\alpha\beta}^{(0)} + \alpha^2 B_{\alpha\beta}^{(1)} + \ldots \end{gathered} \tag{2.8}$$

§ 3. Подставляя (2.3) и (2.6) в (1.1), (1.3), в качестве нулевого приближения будем иметь

$$\partial f^{(0)}/\partial t_0 = C\,(f^{(0)} f^{(0)}), \qquad \partial w_i^{(0)}/\partial t_0 = \partial n^{(0)}/\partial t_0 = \partial\theta^{(0)}/\partial t_0 = 0 \tag{3.1}$$

Разложение уравнений (1.4) в нулевом приближении участвовать не будет, если заметить, что для случая газового несущего потока, как следует из известных выражений [5,6] для функции $\Phi$, имеем $\rho_0 / \rho_d \sim \Phi \sim \alpha$, где $\rho_d$ — плотность твердых частиц.

Из (3.1) немедленно следует, что при $t_0 \to \infty$ функция $f^{(0)} \to f_M$ — максвелловской функции распределения. Для того чтобы $f_M$ соответствовало начальному распределению в методе Чепмена — Энскога, потребуем, чтобы $w_i^{(0)} \to w_i$, $n^{(0)} \to n$, $\theta^{(0)} \to \theta$ при $t_0 \to \infty$. Далее, очевидно,

$$P_{\alpha\beta}^{(0)} \to -p\delta_{\alpha\beta}, \qquad Q_\alpha^{(0)} \to 0 \quad \text{при } t_0 \to \infty \tag{3.2}$$

Уравнения первого приближения представятся в виде

$$\begin{gathered} \frac{\partial f^{(1)}}{\partial t_0} + \frac{\partial f^{(0)}}{\partial t_1} + u_i \frac{\partial f^{(0)}}{\partial x_i} + \left[A^{(0)} (q_i^{(0)} - w_i^{(0)}) - \frac{\partial U}{\partial x_i}\right] \frac{\partial f^{(0)}}{\partial u_i} = \\ = \frac{\partial}{\partial u_i}\left[A^{(0)} (u_i - w_i^{(0)}) f^{(0)} + B_{ij}^{(0)} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial u_j}\right] + C\,(f^{(0)} f^{(1)}) + C\,(f^{(1)} f^{(0)}) \end{gathered} \tag{3.3}$$

$$\frac{\partial n^{(1)}}{\partial t_0} + \frac{\partial n^{(0)}}{\partial t_1} + \frac{\partial n^{(0)} w_i^{(0)}}{\partial x_i} = 0 \tag{3.4}$$

$$n^{(0)} m \left(\frac{\partial w_i^{(0)}}{\partial t_1} + \frac{\partial w_i^{(1)}}{\partial t_0} + w_\alpha^{(0)} \frac{\partial w_i^{(0)}}{\partial x_\alpha}\right) = \frac{\partial P_{i\alpha}^{(0)}}{\partial x_\alpha} + \left[A^{(0)} (q_i^{(0)} - w_i^{(0)}) - \frac{\partial U}{\partial x_i}\right] m n^{(0)} \tag{3.5}$$

$$\begin{gathered} \frac{\partial\theta^{(0)}}{\partial t_1} + \frac{\partial\theta^{(1)}}{\partial t_0} + w_\alpha^{(0)} \frac{\partial\theta^{(0)}}{\partial x_\alpha} = \frac{2}{3n^{(0)}}\left[\frac{\partial Q_i^{(0)}}{\partial x_i} + P_{ij}^{(0)} \frac{\partial w_i^{(0)}}{\partial x_j}\right] + \\ + \frac{2}{3} m B^{(0)} \,|\,\mathbf{q}^{(0)} - \mathbf{w}^{(0)}\,|^2 - 2A^{(0)}\theta^{(0)} \end{gathered} \tag{3.6}$$

Для несущего потока точно так же

$$\begin{gathered} \frac{\partial}{\partial x_i} [n^{(0)} v_0 w_i^{(0)} + (1 - n^{(0)} v_0)\, q_i^{(0)}] = 0 \\ \frac{\rho_0 (1 - n^{(0)} v_0)}{m n^{(0)} \alpha} \frac{\partial q_i^{(0)}}{\partial t_0} = -\frac{1}{m n^{(0)}} \frac{\partial \Pi^{(0)}}{\partial x_i} - A^{(0)} (q_i^{(0)} - w_i^{(0)}) \end{gathered} \tag{3.7}$$

Из первого соотношения (3.7) следует, что $\partial q_i^{(0)} / \partial t_0 = 0$. Для устранения вековых членов в (3.4) потребуем, чтобы

$$\partial n^{(1)} / \partial t_0 = 0 \tag{3.8}$$

Тогда из условия, что $n^{(0)} \to n$ при $t_0 \to \infty$, получим $n^{(1)} \equiv 0$. Аналогично, устраняя вековые члены из (3.5) и (3.6), имеем (3.9)

$$mn^{(0)} \frac{\partial w_i^{(1)}}{\partial t_0} = \frac{\partial P_{ij}^{(0)}}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i}, \qquad \frac{\partial \theta^{(1)}}{\partial t_0} = \frac{2}{3n^{(0)}} \left[ \frac{\partial Q_i^{(0)}}{\partial x_i} + (P_{ij}^{(0)} + p\delta_{ij}) \frac{\partial w_i^{(0)}}{\partial x_j} \right]$$

Уравнения (3.2) определяют переходное поведение $w_i^{(1)}$ и $\theta^{(1)}$, если переходное поведение $f^{(0)}$ известно. И, наконец, асимптотическое поведение функции $f^{(1)}$ определяется уравнением

$$\frac{\partial f_M}{\partial t_1} + u_\alpha \frac{\partial f_M}{\partial x_\alpha} + \left[ A^{(0)} (q_i^{(0)} - w_i^{(0)}) - \frac{\partial U}{\partial x_i} \right] \frac{\partial f_M}{\partial u_i} =$$
$$= \frac{\partial}{\partial u_i} \left[ A^{(0)} (u_i - w_i^{(0)}) f_M + B_{ij}^{(0)} \frac{\partial f_M}{\partial u_j} \right] + C(f_M f^{(1)}) + C(f^{(1)} f_M) \tag{3.10}$$

которое совпадает со вторым приближением в методе Чепмена — Энскога. Асимптотические значения $Q_i^{(0)}$ и $P_{ij}^{(1)}$ дадут выражения, полученные в [2]. Продолжая разложения, можно получить последующие члены разложения и уравнения для определения переходного поведения $Q_i^{(1)}$ и $P_{ij}^{(1)}$. Уравнения следующего приближения будут иметь вид

$$\frac{\partial f^{(2)}}{\partial t_0} + \frac{\partial f^{(1)}}{\partial t_1} + \frac{\partial f^{(0)}}{\partial t_2} + u_i \frac{\partial f^{(1)}}{\partial x_i} + [A^{(1)} (q_i^{(0)} - w_i^{(0)}) +$$
$$+ A^{(0)} (q_i^{(1)} - w_i^{(1)})] \frac{\partial f^{(0)}}{\partial u_i} + \left[ A^{(0)} (q_i^{(0)} - w_i^{(0)}) - \frac{\partial U}{\partial x_i} \right] \frac{\partial f^{(1)}}{\partial u_i} =$$
$$= C(f^{(2)} f^{(0)}) + C(f^{(1)} f^{(1)}) + C(f^{(0)} f^{(2)}) + \frac{\partial}{\partial u_i} \left[ A^{(0)} (u_i - w_i^{(0)}) f^{(1)} + \right.$$
$$\left. + A^{(1)} (u_i - w_i^{(0)}) f^{(0)} - A^{(0)} w_i^{(1)} f^{(0)} + B_{ij}^{(0)} \frac{\partial f^{(1)}}{\partial u_j} + B_{ij}^{(1)} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial u_j} \right] \tag{3.11}$$

$$\frac{\partial n^{(2)}}{\partial t_0} + \frac{\partial n^{(0)}}{\partial t_2} + \frac{\partial n^{(0)} w_i^{(1)}}{\partial x_i} = 0 \tag{3.12}$$

$$n^{(0)} m \left( \frac{\partial w_i^{(0)}}{\partial t_2} + \frac{\partial w_i^{(1)}}{\partial t_1} + \frac{\partial w_i^{(2)}}{\partial t_0} + w_\alpha^{(1)} \frac{\partial w_i^{(0)}}{\partial x_\alpha} + w_\alpha^{(0)} \frac{\partial w_i^{(1)}}{\partial x_\alpha} \right) =$$
$$= \frac{\partial P_{ij}^{(1)}}{\partial x_j} + mn^{(0)} [A^{(0)} (q_i^{(1)} - w_i^{(1)}) + A^{(1)} (q_i^{(0)} - w_i^{(0)})] \tag{3.13}$$

$$\frac{\partial \theta^{(0)}}{\partial t_2} + \frac{\partial \theta^{(1)}}{\partial t_1} + \frac{\partial \theta^{(2)}}{\partial t_0} + w_\alpha^{(0)} \frac{\partial \theta^{(1)}}{\partial x_\alpha} + w_\alpha^{(1)} \frac{\partial \theta^{(0)}}{\partial x_\alpha} =$$
$$= \frac{2}{3n^{(0)}} \left[ \frac{\partial Q_i^{(1)}}{\partial x_i} + P_{\alpha\beta}^{(1)} \frac{\partial w_\alpha^{(0)}}{\partial x_\beta} + P_{\alpha\beta}^{(0)} \frac{\partial w_\alpha^{(1)}}{\partial x_\beta} \right] + \frac{2}{3} mB^{(1)} |\mathbf{q}^{(0)} - \mathbf{w}^{(0)}|^2 +$$
$$+ \frac{4}{3} mB^{(0)} (q_i^{(0)} - w_i^{(0)}) (q_i^{(1)} - w_i^{(1)}) - 2A^{(1)} \theta^{(0)} - 2A^{(0)} \theta^{(1)} \tag{3.14}$$

$$\frac{\rho_0 (1 - n^{(0)} v_0)}{mn^{(0)} \alpha} \left( \frac{\partial q_i^{(0)}}{\partial t_1} + q_\alpha^{(0)} \frac{\partial q_i^{(0)}}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial q_i^{(1)}}{\partial t_0} \right) = - \frac{1}{mn^{(0)}} \frac{\partial \Pi^{(1)}}{\partial x_i} - \frac{\rho_0 (1 - n^{(0)} v_0)}{mn^{(0)}} \frac{\partial U}{\partial x_i} -$$
$$- A^{(1)} (q_i^{(0)} - w_i^{(0)}) - A^{(0)} (q_i^{(1)} - w_i^{(1)})$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} [n^{(0)} v_0 w_i^{(1)} + (1 - n^{(0)} v_0) q_i^{(1)}] = 0 \tag{3.15}$$

Устраняя в (3.12) — (3.14) вековые члены, получим при $t_0 \to \infty$

$$\frac{\partial n^{(0)}}{\partial t_2} = 0, \quad n^{(0)} m \frac{\partial w_i^{(0)}}{\partial t_2} = \frac{\partial P_{i\alpha}^{(1)}}{\partial x_\alpha}, \quad \frac{\partial \theta^{(0)}}{\partial t_2} = \frac{2}{3n^{(0)}} \left[ \frac{\partial Q_i^{(1)}}{\partial x_i} + P_{ij}^{(1)} \frac{\partial w_i^{(0)}}{\partial x_j} \right] \quad (3.16)$$

если, как и ранее, потребовать, чтобы $q_i^{(1)} \to 0$ при $t_0 \to \infty$.

§ 4. Качественные особенности релаксационных процессов в системе могут быть изучены для релаксационной модели интеграла столкновений совершенно аналогично тому, как это сделано в работе [4]. Основной интерес представляют только те эффекты, которые связаны с добавочными членами в уравнении (1.1), и чтобы использовать результаты работы [4], обозначим через $f_*$ решение (1.1) при $A \equiv 0$ и исследуем поведение функции $f - f_*$. Складывая (3.16) с выражениями, следующими из (3.4)—(3.6) после устранения вековых членов, найдем уравнения гидродинамики рассматриваемой системы, полученные ранее в работе [2].

Уравнение (3.11) после устранения вековых членов при $t_0 \to \infty$ приведет к уравнению третьего приближения в методе Чепмена—Энскога для исходного уравнения (1.1).

Таким образом, процедура решения кинетического уравнения (1.8), примененная в работе [2], приводит к асимптотическому решению этого уравнения при $t_0 \to \infty$.

Для релаксационной модели интеграла столкновений в простейшем случае, следуя [4], положим

$$C(ff) = \frac{f_M - f}{\tau(n, \theta)} \quad (4.1)$$

Используя указанную ранее процедуру разложения для $f = f_*$, найдем $f = f_*$.

Таким образом, релаксационные процессы для уравнения (1.1) в нулевом приближении совпадают с релаксационными процессами в обычном газе.

Переходное поведение $w_i^{(1)}$, $n^{(1)}$ и $\theta^{(1)}$, как видно из (3.9) и соответствующего разложения для $f_*^{(1)}$, будет таким же, как и переходное поведение $w_{i*}^{(1)}$, $\theta_*^{(1)}$, $n_*^{(1)}$.

Обозначим через $\varphi$ разность $f^{(1)} - f_*^{(1)}$. Тогда, для $\varphi$ будем иметь

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t_0} + \frac{\varphi}{\tau_0} = A^{(0)} (w_i^{(0)} - q_i^{(0)}) f^{(0)} + \frac{\partial}{\partial u_i} \left[ A^{(0)} (u_i - w_i^{(0)}) f^{(0)} + B_{ij}^{(0)} \frac{\partial f^{(0)}}{\partial u_j} \right]$$

$$\tau_0 = \tau(n^{(0)}, \theta^{(0)}) \quad (4.2)$$

$$f^{(0)}(t_0, t_1, \ldots; \mathbf{u}, \alpha^{-1}\mathbf{x}) = f_M(t_1, \ldots; \mathbf{u}, \alpha^{-1}\mathbf{x}) + [f^{(0)}(0, t_1, \ldots; \mathbf{u}, \alpha^{-1}\mathbf{x}) - f_M(t_1, \ldots; \mathbf{u}, \alpha^{-1}\mathbf{x})] e^{-t_0/\tau_0}$$

Пусть теперь $L$ — оператор, действующий на функцию $f^{(0)}$ в правой части (4.2). Решение для $\varphi$ можно теперь представить в виде

$$\varphi(t_0, t_1, \ldots; \mathbf{u}, \alpha^{-1}\mathbf{x}) = t_0 e^{-t_0/\tau_0} L(f_0^{(0)} - f_M) - \tau_0 (1 - e^{-t_0/\tau_0}) L f_M \quad (4.3)$$

$$f_0^{(0)} = f^{(0)}(0, t_1, \ldots; \mathbf{u}, \alpha^{-1}\mathbf{x})$$

Релаксационное поведение $\varphi$ отличается, как видно из (4.3), от числа экспоненциального приближения $\varphi$ к его асимптотическому значению.

Используя $\varphi$ и результаты работы [4], можно определить переходное поведение $Q_\alpha^{(1)}$ и $P_{\alpha\beta}^{(1)}$. Соответствующие выражения имеют довольно громоздкую структуру и здесь их не выписываем.

Поступила 24 I 1967

## ЛИТЕРАТУРА

1. Левич В. Г., Мясников В. П. Кинетическая модель кипящего слоя. ПММ, 1966, т. 30, № 3.
2. Мясников В. П. О динамических уравнениях движения двухкомпонентных систем. ПМТФ, 1967, № 2.
3. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. Изд. иностр. лит., 1960.
4. Мак-Кьюн Дж., Морзе Т., Сэндри Г. О релаксации газов к состоянию непрерывного течения. Сб. «Некоторые вопросы кинетической теории газов». Изд. «Мир», 1965, стр. 226.
5. Гупало Ю. П. О некоторых закономерностях псевдоожиженного слоя и стесненного падения. Инж.-физ. ж., 1962, № 1.
6. Горошко В. Д., Розенбаум Р. Б., Тодес О. М. Приближенные закономерности гидравлики взвешенного слоя и стесненного падения. «Изв. высш. учебн. завед., Нефть и газ». 1958, № 1.