СТАНОВЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУР ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ИОНООБРАЗОВАНИИ В ЧАСТИЧНО-ИОНИЗОВАННОМ РЕАГИРУЮЩЕМ ГАЗЕ

Н. К. Осипов, И. Г. Першин

(Москва)

Приводится решение системы уравнений теплового баланса и баланса ионообразования для частично-ионизованной бинарной реагирующей многокомпонентной газовой смеси. Анализируются условия становления температур компонент газовой смеси и электронной концентрации при нестационарном ионообразовании в зависимости от энергии вторичных электронов.

Изучается тепловой режим в случае неравновесного ионообразования в частично-ионизованной газовой смеси при определенной химической кинетике. Ограничение на степень ионизации ($r = n_e / n \leqslant 10^6$, где n_e, n — концентрации электронов и нейтралов соответственно), принятое в работе, обуславливает высокие термостатические свойства нейтральной компоненты. Это ограничение позволяет существенно упростить основные уравнения.

Уравнения сохранения энергии и уравнения переноса для реагирующей бинарной, однородной в пространстве газовой смеси можно представить в виде [1]

$$3kn_\varkappa \frac{dT_\varkappa}{dt} = \sum_\gamma \eta_{\varkappa\gamma} n_\varkappa n_\gamma (m_\varkappa T_\varkappa + m_\gamma T_\gamma)^{1/2} (T_\gamma - T_\varkappa) -$$

$$- \sum_{\gamma'} \beta_{\varkappa\gamma'} \frac{T_\varkappa^2 n_\varkappa n_{\gamma'}}{(m_\varkappa T_{\gamma'} + m_{\gamma'} T_\varkappa)^{1/2}} + \sum_{\alpha,\beta} \beta_{\alpha\beta} \frac{C^{\alpha\beta} T_\varkappa T_\beta n_\alpha n_\beta}{(m_\alpha T_\beta + m_\beta T_\alpha)^{1/2}} \qquad (1)$$

$$\frac{dn_\varkappa}{dt} = q_\varkappa - \sum_{\gamma'} \alpha_{\varkappa\gamma'} n_{\gamma'} n_\varkappa + \sum_{\alpha,\beta} \alpha_{\alpha\beta} n_\alpha n_\beta \qquad (2)$$

где

$$C^{\alpha\beta} = 1 + \frac{4m_\alpha T_\beta}{3m_\beta T_\alpha} - \frac{4(2m_\alpha + m_\beta)(m_\alpha T_\beta + m_\beta T_\alpha)}{3m_\beta T_\alpha (m_\alpha + m_\beta)} +$$

$$+ \frac{4(m_\alpha m_\varkappa + m_\varkappa m_\lambda + m_\beta m_\lambda)(m_\alpha T_\beta + m_\beta T_\alpha)^2}{3m_\beta m_\varkappa (m_\alpha + m_\beta)^2 T_\alpha T_\beta} +$$

$$+ \frac{2\varepsilon_0^{\alpha\beta} m_\lambda (m_\alpha T_\beta + m_\beta T_\alpha)}{3m_\varkappa (m_\alpha + m_\beta) kT_\alpha T_\beta} - \frac{T_\varkappa (m_\alpha T_\beta + m_\beta T_\alpha)}{m_\varkappa T_\alpha T_\beta}$$

Здесь $n_\varkappa$, $T_\varkappa$, $m_\varkappa$ — концентрация, температура, масса частиц $\varkappa$-компонента; k — постоянная Больцмана; $q_\varkappa$ — скорость образования частиц сорта $\varkappa$ за счет каких-либо внешних источников; $\alpha_{\varkappa\gamma'}$, $\alpha_{\alpha\beta}$ — константы реакций, приводящих соответственно к уничтожению и рождению частиц сорта $\varkappa$.

Первая сумма правой части (1) учитывает упругие взаимодействия $\varkappa$, γ компонент смеси, вторая сумма соответствует реакциям $\varkappa + \gamma' \to \alpha + \beta$ и третья сумма — реакциям $\alpha + \beta \to \varkappa + \lambda$ (соответственно $\varepsilon_0^{\alpha\beta}$ — энергетический эффект этой реакции).

Коэффициенты, стоящие под знаком суммирования в правой части уравнения (1), определяются сечениями взаимодействия

$$\eta_{\varkappa\gamma} = \frac{32\sqrt{\pi}\,\sigma_{\varkappa\gamma} k^{3/2} (m_\varkappa m_\gamma)^{1/2}}{\sqrt{2}\,(m_\varkappa + m_\gamma)^2} \qquad (3)$$

$$\beta_{\varkappa\gamma'} = \frac{4\sqrt{2\pi}\,\sigma^*_{\varkappa\gamma'} k^{3/2} m_{\gamma'}^{1/2}}{m_\varkappa^{1/2}}, \qquad \beta_{\alpha\beta} = \frac{12\sqrt{2\pi}\,\sigma^*_{\alpha\beta} k^{3/2} m_\varkappa}{(m_\alpha m_\beta)^{1/2}} \qquad (4)$$

Здесь $\sigma_{\varkappa\gamma}$ — дифференциальные сечения упругих взаимодействий, $\sigma^*_{\varkappa\gamma'}$, $\sigma^*_{\alpha\beta}$ — дифференциальные сечения неупругих взаимодействий.

Система уравнений (1), (2) нелинейная, и возможность ее линеаризации связана с ограничением на степень ионизации, что позволяет при учете упругих соударений ограничиться взаимодействием только с нейтральными составляющими газовой среды.

Тогда из (1), (2) уравнения, определяющие электронную температуру и концентрацию, примут вид

$$kn_e \frac{dT_e}{dt} = \sum_\gamma \frac{32\sqrt{\pi}\,\sigma_{e\gamma}k^{3/2}(m_e m_\gamma)^{1/2} n_e n_\gamma (m_e T_e + m_\gamma T_\gamma)^{1/2}}{3\sqrt{2}\,(m_e + m_\gamma)^2} \times$$

$$\times (T_\gamma - T_e) - \frac{4\sqrt{2\pi}\, n_e (kT_e)^{1/2}}{3m_e^{1/2}} \sum_i \sigma_{ei}^* n_i + (\varepsilon_e - 3kT_e)\, q \tag{5}$$

$$\frac{dn_e}{dt} = q + n_e \sum_i \alpha_{ei} n_i \tag{6}$$

а ионную температуру в условиях квазинейтральности $n_e = \Sigma n_i$ и термостатирования $T_n = \mathrm{const}$ (индекс n относится к нейтральным частицам) можно найти из уравнения

$$(T_n - T_i)(T_i + T_n)^{1/2} = (T_e - T_n)\, T_n^{1/2} \frac{4\sigma_{en} m_e^{1/2}}{\sigma_{in} m_n^{1/2}} \tag{7}$$

Для решения уравнения (7) удобно ввести обозначения

$$(T_e - T_n)\, T_n^{1/2} \frac{4\sigma_{en} m_e^{1/2}}{\sigma_{in} m_n^{1/2}} = c, \qquad \cos\varphi = \frac{1}{2}\left(2 - \frac{27c^2}{(2T_n)^3}\right)$$

Энергетика системы реакции вида

$$M_i + h\nu_l = M_i^+ + e$$

где $l = 1, 2, \ldots k$ соответствует характерным частотам ионизирующего излучения, определяющих электронную концентрацию газовой смеси без учета дополнительных источников тепла, характеризуется двумя основными величинами: скоростью ионообразования $q = q_1 + q_2 + \ldots q_k$ и средним энергетическим эффектом реакции, т. е. средней энергией вторичных электронов

$$\varepsilon_e = \frac{n_1\varepsilon_1 + n_2\varepsilon_2 + \ldots + n_k\varepsilon_k}{n_1 + n_2 + \ldots + n_k} \tag{8}$$

Известно, что соответствие между этими величинами является одной из существенных характеристик теплообмена. Таким образом, задача установления этой зависимости является наряду с задачей определения времени становления температур основной задачей данной работы.

Введем эффективные средние значения $\langle\alpha\rangle$ и $\langle\sigma^*\rangle$ по формулам [1]

$$\langle\alpha\rangle = \frac{\Sigma\alpha_{e\beta} n_\beta}{\Sigma n_\beta}, \qquad \langle\sigma^*\rangle = \frac{\Sigma\sigma_{e\gamma}^* n_\gamma}{\Sigma n_\gamma}$$

преобразуем уравнения (5) — (7) к виду

$$kn_e \frac{dT_e}{dt} = \sum_\gamma \frac{32\sqrt{\pi}\,\sigma_{e\gamma}k^{3/2}(m_e m_\gamma)^{1/2} n_e n_\gamma (m_e T_e + m_\gamma T_\gamma)^{1/2}}{3\sqrt{2}\,(m_e + m_\gamma)^2} (T_\gamma - T_e) -$$

$$- \frac{4\sqrt{2\pi}\,\sigma^* n_e^2 (kT_e)^{3/2}}{3m_e^{1/2}} + (\varepsilon_e - 3kT_e)\, q \tag{9}$$

$$\frac{dn_e}{dt} = q - \alpha n_e^2 \tag{10}$$

$$T_i = T_n\left(1/3 + 4/3 \cos(60^\circ - 1/3\,\varphi)\right) \tag{11}$$

Переходя к безразмерным переменным

$$z = n_e/n, \quad y_e = T_e/T_{0e}, \quad q_e = q/n$$

[1] В дальнейшем знак $\langle\ \rangle$ опускаем, т. е. подразумеваем под α и σ^* их средние значения.

и учитывая известное соотношение между дифференциальными сечениями реакций диссоциативной рекомбинации и эффективным коэффициентом рекомбинации

$$\sigma^* = \frac{\alpha m_e^{1/2}}{4\sqrt{2\pi}\, kT_e^{1/2}}$$

преобразуем уравнение (9) к следующему виду:

$$\frac{dy_e}{dt} = -\left(a + \frac{3q_e}{z} + bz\right) y_e + \left(ay + \frac{\varepsilon_e q_e}{kT_{0e} z}\right) \tag{12}$$

$$a = \sum_\gamma \frac{32\sqrt{\pi}\, m_e^{1/2} \sigma_{e\gamma} (kT_n)^{1/2} n_\gamma}{3\sqrt{2}\, m_\gamma}, \qquad b = \frac{n\alpha}{3}, \qquad y = \frac{T_n}{T_{0e}}$$

Здесь T_{0e} — начальная температура электронов.

В этом случае решение (12) может быть получено следующим образом:

$$y_e = \exp\left(-\int_0^t \left(a + \frac{3q_e}{z} + bz\right) d\tau\right) \left[1 + \int_0^t \left(ay + \frac{\varepsilon_e q_e}{kT_{0e} z}\right) \times \right.$$

$$\left. \times \exp\left(\int_0^\tau \left(a + \frac{3q_e}{z} + bz\right) d\gamma\right) d\tau\right] \tag{13}$$

Наиболее общим случаем, удобным для использования при анализе экспериментальных данных, является случай быстрого изменения скорости ионообразования, когда функцию $q(t)$ можно аппроксимировать ступенчатой функцией

$$q(t) = q_0 + \theta(t)\Delta q, \qquad \theta(t) = \begin{cases} 1 & (t \geqslant 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$$

Решение уравнения (10) представим в виде

$$z = \frac{1}{n}\left(\sqrt{\frac{q_0}{\alpha}}\right)^{1/2} \frac{1 + \omega\,\mathrm{th}\,(t\sqrt{\alpha q})}{1 + \omega^{-1}\,\mathrm{th}\,(t\sqrt{\alpha q})}, \qquad \omega = \left(\frac{q}{q_0}\right)^{1/2} \tag{14}$$

Подставляя (14) в (13), получаем

$$y_e = \left[\left\{\frac{u^r - 1}{2r}\left(\frac{\varepsilon_e}{kT_{0e}} - \frac{ay}{\sqrt{\alpha q}}\right) + \frac{u^{r+1} - 1}{2(r+1)}\gamma\left(\frac{3ay}{\sqrt{\alpha q}} - \frac{\varepsilon_e}{kT_{0e}}\right) - \right.\right.$$

$$\left. - \frac{u^{r+2} - 1}{2(r+2)}\gamma^2\left(\frac{3ay}{\sqrt{\alpha q}} + \frac{\varepsilon_e}{kT_{0e}}\right) + \frac{u^{r+3} - 1}{2(r+3)}\gamma^3\left(\frac{ay}{\sqrt{\alpha q}} + \frac{\varepsilon_e}{kT_{0e}}\right)\right\}\gamma^{b/n\alpha} +$$

$$\left. + (\gamma - 1)^3 (\gamma + 1)^{b/n\alpha}\right] u^{-(r+3)} (\gamma - u^{-1})^{-3} (\gamma + u^{-1})^{-b/n\alpha} \tag{15}$$

где

$$u = \exp(2t\sqrt{\alpha q}), \qquad r = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{\sqrt{\alpha q}} - 3 + \frac{b}{n\alpha}\right)$$

$$\gamma = \begin{cases} (\omega + 1)/(\omega - 1) \text{ при } \omega > 1 \\ -(\omega + 1)/(\omega - 1) \text{ при } \omega < 1 \end{cases}$$

Определим времена становления электронной концентрации и температуры, т. е. величины, которые характеризуют время приближения z и y_e к их асимптотическим значениям.

В качестве критерия установления стационарного состояния выберем условия

$$|z - z_a| \leqslant \delta\,|z_0 - z_a|, \qquad |y_e - y_a| \leqslant \delta_1\,|1 - y_a| \tag{16}$$

Здесь δ, δ_1 — некоторые положительные числа, y_a, z_a — асимптотические значения y_e, z. Используя (16), получаем аналогично [2] оценку для времени установления электронной концентрации

$$t_z^0 \geqslant \frac{1}{2\sqrt{\alpha q}} \ln \frac{2 - \delta(1 - \omega^{-1})}{\delta(1 + \omega^{-1})} \tag{17}$$

Формула (17) позволяет определить время установления электронной температуры $t_{y_e}{}^{\circ}$ как функцию величины δ_1. Поэтому, если положить $t_z{}^{\circ} = t_{y_e}{}^{\circ}$, получим зависимость $\delta_1 = f(\delta)$. При достаточно больших $t_z{}^{\circ}$, соответствующих малым значениям δ, легко видеть, что $\delta_1 = \delta\lambda$, при этом $z_0 = n_{0e}/n$ (n_{0e} — начальное значение электронной концентрации)

$$\lambda = \frac{z_0 - z_a}{1 - y_a} \lim_{t\to\infty} \frac{y_e - y_a}{z - z_a} = \frac{[(3-\vartheta)\eta y - \xi(2\vartheta + \eta)](\omega^{-1} - 1)}{(1 + \vartheta + \eta)[(\eta + 3 + \vartheta) - (\eta y + \xi)]}$$

$$\vartheta = \frac{b}{n\alpha}, \qquad \eta = \frac{a}{\sqrt{\alpha q}}, \qquad \xi = \frac{\varepsilon_e}{kT_{0e}}$$

Используя этот факт, получаем уравнение для определения зависимости между ε_e и q, зная, например, λ из эксперимента

$$\varepsilon_e = kT_{0e}\frac{\Psi}{\Phi}\lambda - \frac{\eta kT_n}{\omega\Phi}[\lambda\Psi + (3 - \vartheta)(\omega^{-1} - 1)] \tag{18}$$

$$\Psi = (1 + \vartheta + \eta)(3 + \vartheta + \eta) \tag{19}$$

$$\Phi = \lambda(1 + \vartheta + \eta) - (2\vartheta + \eta)(\omega^{-1} - 1) \tag{20}$$

В качестве примера использования полученных соотношений оценим времена становления n_e, T_e, характерные для авроральной ионосферы, т. е. области ионосферы, где преобладающую роль в балансе энергии и ионообразования играют потоки электронов плотностью $I_e = 10^6 \div 10^8$ *см*$^{-2}\cdot$*сек*$^{-1}$ и энергией $1 \div 10$ *кэв* [3]. Расчеты показывают, что при $q_0 = 10^3$ *см*$^{-3}\cdot$*сек*$^{-1}$

$$n_e = n_i = 10^5\ \text{см}^{-3}, \quad \alpha = 10^{-7}\text{см}^3\cdot\text{сек}^{-1}$$

$$t_z{}^{\circ} = \begin{cases} 25\ \text{сек} & \text{при } q = 10^4\ \text{см}^{-3}\cdot\text{сек}^{-1} \\ 10\ \text{сек} & \text{при } q = 10^5\ \text{см}^{-3}\cdot\text{сек}^{-1} \end{cases}$$

Пользуясь соотношением между энергией вторичных электронов и изменением функции ионообразования, вычисленным при заданном параметре $\lambda = 10$, 10^2, значении $T_{0e} = 10^3$ °K, $T_n = 3\cdot10^{2\circ}$ K для $q_0 = 10^3$ *см*$^{-3}\cdot$*сек*$^{-1}$, представленном в таблице, можно видеть, что приведенные оценки согласуются друг с другом. Действительно, повышение скорости ионообразования и, соответственно, плотности источников нагрева в газовой смеси приводит к более интенсивному теплообмену (уменьшению времени становления температур) и уменьшению энергии вторичных гипертермальных электронов.

q *см*$^{-3}\cdot$*сек*$^{-1}$	10^5	10^4	10^3	10^2	
$\varepsilon_{эв}$	0.7	1.8	5.7	22	($\lambda = 10$)
$\varepsilon_{эв}$	0.8	2	5.7	17.5	($\lambda = 100$)

Поступила 12 II 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Ивановский А. И., Репнев А. И., Швидковский Е. Г. Кинетическая теория верхней атмосферы. Л., Гидрометеоиздат, 1967.
2. Осипов Н. К., Пивоварова Н. Б., Пивоваров В. Г. Определение параметров электронных потоков в полярных областях с помощью синхронных фотометрических и риометрических наблюдений. Геомагнетизм и аэрономия, 1968, т. 8, № 6.
3. Уиттен Р., Поппов И. Физика нижней ионосферы. М., «Мир», 1968.