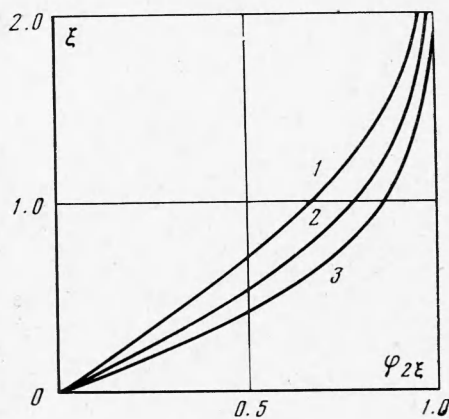


Фиг. 3



Фиг. 4

Результаты расчета распределения скорости в пограничном слое для нескольких параметров задачи представлены на фиг. 1—4. Величина параметра m составляла 1 для кривых фиг. 1 и 2, $1/3$ — для кривых фиг. 3 и 4. Кривым 1, 2, 3, 4 соответствуют $Q = 0, 0.5, 1.0, 2$.

Поступила 11 VI 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Карякин Ю. Е. Автомодельные задачи пространственного пограничного слоя, Тр. Ленингр. политехи. ин-та, 1965, № 248.

УДК 532.582.32

О ДВИЖЕНИИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ МЕЖДУ ДВУМЯ ВРАЩАЮЩИМСЯ СФЕРАМИ

Ю. Г. Овсеенко

(Новочеркасск)

В нелинейной постановке рассматривается установившееся неосесимметричное движение несжимаемой вязкой жидкости между двумя концентрическими сферами, вращающимися с постоянными угловыми скоростями вокруг разных осей, проходящих через их общий центр. Определяется силовое воздействие жидкости на внутреннюю сферу, которое сводится к моменту сопротивления вращению.

Пусть радиусы сфер r_1 и r_2 ($r_1 < r_2$), их угловые скорости ω_1 и ω_2 , угол между осями вращения β . В сферической системе координат r, φ, θ , расположенной так, что ось вращения внутренней сферы лежит на прямой $\theta = 0$, а внешней — в плоскости $\varphi = 0$, граничные условия задачи таковы ($v_i = \omega_i r_i, i = 1, 2$):

$$(1) \quad \begin{aligned} v_\varphi &= v_1 \sin \theta, \quad v_r = 0, \quad v_\theta = 0 && \text{при } r = r_1 \\ v_\varphi &= v_2 (\cos \beta \sin \theta - \sin \beta \cos \theta \cos \varphi), \quad v_r = 0, \quad v_\theta = -v_2 \sin \beta \sin \varphi && \text{при } r = r_2 \end{aligned}$$

Решение уравнений Навье — Стокса и неразрывности [1] при предельных условиях (1), записанных в безразмерных величинах, разыскивается в виде рядов по степеням числа Рейнольдса R , которые сходятся при малых значениях этого числа [2,3] и коэффициенты которых могут быть найдены методом разделения переменных и вы-

ражаются в элементарных функциях подобно тому, как это сделано в [3,4]. Например

$$v_r = v_1 \sum_{k=1}^{\infty} R^{2k} \sum_{n=1}^{2k} \sum_{i=1}^k v_{2k, n, 2i}(\xi) P_{2i}^n(\tau) \sin n\varphi + \\ + v_1 \sum_{k=1}^{\infty} R^{2k-1} \sum_{n=0}^{2k} \sum_{i=0}^k v_{2k-1, n, 2i}(\xi) P_{2i}^n(\tau) \cos n\varphi$$

Здесь $R = r_1 v_1 / v$, $\xi = r/r_1$, $\tau = \cos\theta$, $P_m^n(\tau)$ — присоединенные функции Лежандра.

Зная эти решения, можно показать, что главный вектор силы взаимодействия внутренней сферы и жидкости тождественно равен нулю, а проекции вектора момента сопротивления M вращению той же сферы на оси прямоугольной системы координат x, y, z , расположенной так, что ось z совпадает с лучом $\theta = 0$, а ось x лежит в плоскости $\varphi = 0$, будут иметь с точностью до R^2 следующие значения:

$$(2) \quad M_x = 8\pi\mu v_1 r_1^2 b \delta_0 \sin\beta [a^{-1} + R^2 \delta_1 (\delta_7 - b\delta_5 \cos\beta + b^2 \delta_6)], \quad M_y = 0 \\ M_z = -8\pi\mu v_1 r_1^2 \delta_0 \{1 - a^{-1} b \cos\beta + R^2 \delta_1 [\delta_2 + b\delta_3 \cos\beta + b^2 (\delta_4 - \delta_5 \sin^2\beta) - b^3 \delta_6 \cos\beta]\}$$

$$a = \frac{r_2}{r_1}, \quad b = \frac{v_2}{v_1}, \quad \delta_0 = \frac{a^3}{\delta}, \quad \delta_1 = \frac{a(a-1)^7}{300\Delta\delta^3}, \quad \delta = a^3 - 1$$

$$\Delta = 4a^6 + 16a^5 + 40a^4 + 55a^3 + 40a^2 + 16a + 4, \quad \delta_2 = a^7 + 11a^6 + \\ + 66a^5 + 146a^4 + 136a^3 + 45a^2, \quad \delta_3 = 37a^6 + 182a^5 + 237a^4 + 47a^3 - \\ - 98a^2 - 45a, \quad \delta_4 = 45a^6 + 98a^5 - 47a^4 - 237a^3 - 182a^2 - 37a, \quad \delta_5 = \\ = 0.375(30a^6 + 2a^5 - 353a^4 - 663a^3 - 443a^2 - 88a), \quad \delta_6 = 45a^5 + \\ + 136a^4 + 146a^3 + 66a^2 + 11a + 1, \quad \delta_7 = 0.125(-32a^6 - 127a^5 + 93a^4 + \\ + 683a^3 + 778a^2 + 270a)$$

Предельный переход в (2) при $\omega_2 = 0$, $a \rightarrow \infty$ приводит к известным результатам для сферы, вращающейся в неограниченной вязкой жидкости [3].

Поступила 17 I 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Слезкин Н. А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М., Гостехиздат, 1955.
2. Odqvist F. K. G. Über die Randwertaufgaben der Hydrodynamik Zähler Flüssigkeiten. Math. Zeitschrift, 1930, Bd. 32, Nr. 3.
3. Овсенко Ю. Г. О движении вязкой жидкости между двумя вращающимися сферами. Изв. вузов, Математика, 1963, № 4.
4. Овсенко Р. И., Овсенко Ю. Г. О лобовом сопротивлении вращающейся сферы. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 1.

УДК 532.593

ПЛОСКАЯ ВЗРЫВНАЯ ВОЛНА В ГРУНТАХ

Р. Г. Якунов

(Уфа)

В работе показано, что для определения скорости фронта плоской ударной волны и параметров движения грунта за фронтом в области от границы заряда ВВ до момента излучения звука можно пользоваться простыми аналитическими выражениями. Приводится сравнение расчетных данных с результатами полевых испытаний. В расчетах использована диаграмма сжатия грунта, построенная с учетом результатов эксперимента.