

Таким образом, результаты исследований показали, что химические превращения в смеси $N_2O + CO + He$ протекают при более низкой температуре, чем в $N_2O + N_2 + He$, и снижают инверсную населенность за счет как уменьшения N_2O , так и роста скорости колебательной релаксации верхнего лазерного уровня 00^0_1 (N_2O) молекулами CO_2 . При этом для молекул CO_2 может реализовываться сверхравновесная накачка, существенно увеличивающая инверсную населенность уровня 00^0_1 .

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. И. Гринь, В. Г. Тестов. Препринт ИРЭ АН СССР, № 16(196), 1975.
2. В. Г. Тестов, Ю. И. Гринь, В. В. Голуб и др. ЖЭТФ, 1976, 71, 1, 88.
3. А. С. Бирюков, А. Ю. Волков, А. И. Демин и др. ЖЭТФ, 1975, 68, 5, 1664.
4. J. A. Corper. AIAA, 1964, 2, 9, 1669.
5. M. G. Dunn. AIAA, 1969, 7, 8, 1553.
6. С. И. Крючков, Н. Н. Кудрявцев, С. С. Новиков. ФГВ, 1985, 21, 3, 60.
7. Н. Н. Кудрявцев, С. С. Новиков, В. И. Щеглов. Докл. АН СССР, 1985, 282, 2, 379.

Поступила в редакцию 27/III 1986,
после доработки — 26/IX 1986

РАСЧЕТ ТУРБУЛЕНТНЫХ ДИФФУЗИОННЫХ ПЛАМЕН ПРИ НАЛИЧИИ ВНЕШНЕГО ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ

В. К. Баев, М. А. Гороховский, И. Г. Шпильберг
(Новосибирск, Алма-Ата)

Градиент давления, возникающий из-за тепловыделения в зоне горения, а также гравитационные эффекты приводят к появлению дополнительных потоков скалярных величин в турбулентных пламенах. В работе на основе двухмоментной модели замыкания строится схема расчета турбулентных диффузионных факелов при наличии фиксированного градиента среднего давления и проводится численное моделирование скалярных величин, связанных с тепловыделением и большими флуктуациями плотности.

Постановка задачи и термохимическая модель

Из сопла диаметром d со скоростью U_0 вытекает струя топлива и распространяется в сопутствующем потоке окислителя. Скорость сопутствующего потока формируется таким образом, чтобы в поле течения поддерживался постоянный положительный или отрицательный градиент давления.

Считается, что в системе с бесконечно большой скоростью происходит одноступенчатая необратимая химическая реакция, молекулярный процесс описывается единственным коэффициентом диффузии и число Льюиса $Le = 1$. В этом случае термохимическое состояние газовой смеси полностью описывается одним консервативным скаляром ξ , а плотность ρ , температура T и массовые доли компонентов выражаются через ξ простыми соотношениями [1].

Приведем выражение для равновесной плотности ρ^e , которое будет использовано в дальнейшем:

$$\xi > \xi_s: \rho^e = \frac{\rho c_p}{R [c_{p\infty} T_\infty + Q_T Y_b \xi_s + \xi (c_{pF} T_0 - c_{p\infty} T_\infty - Q_T Y_b \xi_s)]}, \quad (1a)$$

$$\xi \leq \xi_s: \rho^e = \frac{\rho c_p}{R [c_{p\infty} T_\infty + \xi (c_{pF} T_0 - c_{p\infty} T_\infty + Q_T Y_b (1 - \xi_s))]}, \quad (1b)$$

$$c_p = R\gamma/(\gamma - 1), \quad Y_b = Y_F + Y_\infty/r,$$

где ξ_s — стехиометрическое значение пассивного скаляра; c_{pF} , T_0 , Y_F — теплоемкость при постоянном давлении p , температура и массовая доля

топлива на срезе сопла соответственно; $c_{p\infty}$, T_∞ , Y_{0x} — теплоемкость, температура воздуха и массовая доля кислорода в спутном потоке; Q_τ — теплота сгорания топлива; r — стехиометрический коэффициент; R — универсальная газовая постоянная; γ — показатель адиабаты.

Основные уравнения и модель турбулентности

Пульсационные величины в турбулентных диффузионных пламенах осредняются по Фавру с использованием плотности в качестве весовой функции. Способы осреднения по Фавру (символ \sim) и по времени (символ $-$) связаны соотношениями:

$$\rho\Phi = \bar{\rho}\bar{\Phi} + \rho\Phi'' = \bar{\rho}\bar{\Phi} + \rho\Phi'',$$

причем $\bar{\rho}\Phi'' = 0$ и $\bar{\Phi}'' \neq 0$. Осредненные по Фавру уравнения пограничного слоя записываются в виде

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}\bar{U}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\bar{\rho}\bar{V}) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}\bar{U}\bar{U}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\bar{\rho}\bar{U}\bar{V}) = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial x} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\bar{\rho}\bar{u}''\bar{v}''), \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}\bar{U}\bar{\xi}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\bar{\rho}\bar{V}\bar{\xi}) = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\bar{\rho}\bar{v}''\bar{\xi}''). \quad (4)$$

Турбулентный обмен описывается с помощью осредненных по Фавру уравнений переноса рейнольдсовых напряжений $\bar{u}_i''\bar{u}_j''$:

$$\begin{aligned} & \bar{\rho}\bar{U}_k \frac{\partial}{\partial x^k}(\bar{u}_i''\bar{u}_j'') + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x^k}(r\bar{\rho}\bar{u}_k''\bar{u}_i''\bar{u}_j'') + \frac{2}{3} \bar{u}_k'' \frac{\partial\bar{p}'}{\partial x^k} \delta_{ij} = \\ & = (1 - c_2) \bar{\rho} \left(-\bar{u}_i''\bar{u}_k'' \frac{\partial\bar{U}_j}{\partial x^k} - \bar{u}_j''\bar{u}_k'' \frac{\partial\bar{U}_i}{\partial x^k} \right) - \frac{2}{3} c_2 \bar{\rho}\bar{u}_l''\bar{u}_m'' \frac{\partial\bar{U}_l}{\partial x^m} \delta_{ij} - \\ & - c_1 \frac{\bar{\rho}\bar{\epsilon}}{k} \left(\bar{u}_i''\bar{u}_j'' - \frac{2}{3} k\delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho}\bar{\epsilon}\delta_{ij} - \bar{u}_i'' \frac{\partial\bar{p}}{\partial x^j} - \bar{u}_j'' \frac{\partial\bar{p}}{\partial x^i} \end{aligned} \quad (5)$$

и корреляций $\bar{u}_j''\bar{\xi}''$

$$\begin{aligned} & \bar{\rho}\bar{U}_k \frac{\partial}{\partial x^k}(\bar{u}_j''\bar{\xi}'') + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x^k}(r\bar{\rho}\bar{u}_k''\bar{u}_j''\bar{\xi}'') = \\ & = -\bar{\rho}\bar{u}_k''\bar{\xi}'' \frac{\partial\bar{U}_j}{\partial x^k} - \bar{\rho}\bar{u}_j''\bar{u}_k'' \frac{\partial\bar{\xi}''}{\partial x^k} - c_{\epsilon 1} \frac{\bar{\rho}\bar{\epsilon}}{k} \bar{u}_j''\bar{\xi}'' + c_{\epsilon 2} \bar{\rho}\bar{u}_k''\bar{\xi}'' \frac{\partial\bar{U}_l}{\partial x^l} - \bar{\xi}'' \frac{\partial\bar{p}}{\partial x^k}, \end{aligned} \quad (6)$$

где c_1 , c_2 , $c_{\epsilon 1}$, $c_{\epsilon 2}$ — константы модели турбулентности.

При моделировании корреляций пульсаций скорости и производных пульсаций давления обменный член представлялся в виде дивергенции [2]

$$\pi_{ij} = - \left(\bar{u}_i'' \frac{\partial\bar{p}'}{\partial x^j} + \bar{u}_j'' \frac{\partial\bar{p}'}{\partial x^i} - \frac{2}{3} \bar{u}_l'' \frac{\partial\bar{p}'}{\partial x^l} \delta_{ij} \right) \quad (7)$$

и далее, среднедеформационная и турбулентная части аппроксимировались в соответствии с известными предположениями Ротта — Лаундера [3]:

$$\pi_{ij,1} = -c_1 \frac{\bar{\rho}\bar{\epsilon}}{k} \left(\bar{u}_i''\bar{u}_j'' - \frac{2}{3} k\delta_{ij} \right), \quad (8)$$

$$\pi_{ij,2} = -c_2 \bar{\rho} \left(P_{ij} - \frac{2}{3} P\delta_{ij} \right). \quad (9)$$

Отметим, что в (8), (9) величины P_{ij} и P означают генерацию соответственно рейнольдсовых напряжений и кинетической энергии турбулентности (КЭТ) за счет деформации осредненного течения:

$$P_{ij} = -\bar{u}_i''\bar{u}_k'' \frac{\partial\bar{U}_j}{\partial x^k} - \bar{u}_j''\bar{u}_k'' \frac{\partial\bar{U}_i}{\partial x^k}.$$

Член $\overline{u_k'' \frac{\partial p'}{\partial x^k}}$ в (6) можно представить в следующем виде:

$$\overline{u_k'' \frac{\partial p'}{\partial x^k}} = \frac{\partial p'}{\partial x^k} \overline{u_k''} - \overline{p' \frac{\partial u_k''}{\partial x^k}}. \quad (10)$$

«Диффузию» давления (первое слагаемое в правой части (10)), как правило, не учитывают либо моделируют совместно с остальными членами турбулентного переноса. В [4] показано, что величина $p' \frac{\partial u_k''}{\partial x^k}$ пренебрежимо мала в случае диффузионного горения. В связи с этим член $\frac{2}{3} \overline{u_k'' \frac{\partial p'}{\partial x^k}} \delta_{ij}$ в дальнейшем не рассматривается. Моделирование средних по времени плотности и пульсаций Фавра будет проведено ниже. В дополнение к выражениям (5) и (6) используются уравнения переноса КЭТ и «изотропной» скорости ее вязкой диссипации ε

$$\overline{\rho \tilde{U}} \frac{\partial k}{\partial x} + \overline{\rho \tilde{V}} \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r c_s \frac{\bar{\rho} k}{\varepsilon} \overline{v'' v''} \frac{\partial k}{\partial r} \right) - \bar{\rho} \varepsilon - \overline{\rho u'' v''} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial r} - \overline{u''} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}, \quad (11)$$

$$\overline{\rho \tilde{U}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \overline{\rho \tilde{V}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r c_\varepsilon \frac{\bar{\rho} k}{\varepsilon} \overline{v'' v''} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) - c_{\varepsilon 1} \left(\frac{\bar{\rho} \varepsilon}{k} \overline{u'' v''} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial r} + \frac{\varepsilon}{k} \overline{u''} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right) - c_{\varepsilon 2} \frac{\bar{\rho} \varepsilon^2}{k}, \quad (12)$$

а также уравнение для осредненного квадрата пульсаций скалярной величины [5]

$$\overline{\rho \tilde{U}} \frac{\partial \overline{\xi''^2}}{\partial x} + \overline{\rho \tilde{V}} \frac{\partial \overline{\xi''^2}}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r c_s \frac{\bar{\rho} k}{\varepsilon} \overline{v'' v''} \frac{\partial \overline{\xi''^2}}{\partial r} \right) - 2 \overline{\rho v'' \xi''} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial r} + c_D \frac{\bar{\rho} \varepsilon}{k} \overline{\xi''^2}. \quad (13)$$

Далее используется техника алгебраического моделирования турбулентных напряжений [6], при этом для получения алгебраических соотношений общая генерация турбулентности записывается с учетом генерации турбулентности пламенем

$$P = - \overline{u'' v''} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial r} - \frac{1}{\rho} \overline{u''} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}.$$

Выпишем полученные выражения для пульсационных моментов

$$\overline{u'' u''} = \frac{\left(2 - \frac{4}{3} c_2 \right) P + \frac{2}{3} (c_1 - 1) \varepsilon - \frac{4}{3} \frac{1}{\rho} c_2 \overline{u''} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}}{\frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{P}{\varepsilon} - 1 + c_1 \right)}, \quad (14)$$

$$\overline{u'' v''} = \frac{(1 - c_2) \overline{v'' v''} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial r} - \frac{v''}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}}{c_1 \frac{\varepsilon}{k}}, \quad (15)$$

$$\overline{v'' v''} = \frac{2}{3} \frac{(c_1 - 1) \varepsilon + c_2 P + c_2 \frac{u''}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}}{\frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{P}{\varepsilon} - 1 + c_1 \right)}, \quad (16)$$

$$\overline{u'' \xi''} = \frac{\frac{k}{\varepsilon} \left[(c_{\varepsilon 2} - 1) \overline{v'' \xi''} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial r} - \overline{u'' v''} \frac{\partial \overline{\xi''}}{\partial r} - \frac{\xi''}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right]}{\frac{1}{2} \left(\frac{P}{\varepsilon} - 1 \right) + c_{\varepsilon 1}}, \quad (17)$$

$$\overline{v'' \xi''} = - \frac{\overline{v'' v''} k}{\varepsilon \left[\frac{1}{2} \left(\frac{P}{\varepsilon} - 1 \right) + c_{\varepsilon 1} \right]} \frac{\partial \overline{\xi''}}{\partial r}. \quad (18)$$

Таким образом, параметры турбулентности рассчитываются из уравнений (2)–(4), (11)–(13) и соотношений (14)–(18). Отличие приведенных формул от известных ранее [7] состоит в появлении членов $\bar{u}'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$, $\xi'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$, отражающих взаимодействие горения и турбулентности через градиент среднего давления. Значения констант модели турбулентности взяты из работ [3, 8]. С тем чтобы правильно описать скорость расширения осесимметричных струй, значения констант $c_{\varepsilon 1}$, $c_{\varepsilon 2}$ выбраны в соответствии с рекомендациями [9].

Интегралы несмешанности. Определение термохимических параметров с учетом турбулентных пульсаций

Поскольку в приближении «быстрой химии» основные термохимические характеристики выражаются через единственную переменную ξ , достаточно иметь функцию плотности вероятности (ФПВ) распределения ξ для вычисления средних по времени

$$\bar{\Phi} = \int_0^1 \Phi(\xi) \bar{P}(\xi) d\xi.$$

В [4] введена ФПВ для осреднения Фавра

$$\tilde{P}(\xi) = \frac{1}{\bar{\rho}} \int_0^{\infty} \rho \bar{P}(\xi, \rho) d\rho,$$

которая при $\rho = \rho^e(\xi)$ принимает вид

$$\tilde{P}(\xi) = \frac{\rho^e(\xi)}{\bar{\rho}} \bar{P}(\xi).$$

Запишем осредненную по времени пульсацию Фавра обобщенной величины Φ

$$\bar{\Phi}'' = \int_0^1 \Phi'' \bar{P}(\xi) d\xi = \bar{\rho} \int_0^1 \frac{\Phi'' \tilde{P}(\xi)}{\rho^e(\xi)} d\xi. \quad (19)$$

С учетом (1а) и (1б) соотношение (19) переписывается в виде

$$\bar{\Phi}'' = \frac{\bar{\rho} R}{c_p P} \left[\bar{\Phi}'' (c_{p\infty} T_{\infty} + Q_T Y_b \xi_s) + \bar{\Phi}'' \xi'' (c_{pF} T_0 - c_{p\infty} T_{\infty} - Q_T Y_b \xi_s) + \right. \\ \left. + Q_T Y_b \int_0^{\xi_s} \Phi''(\xi - \xi_s) \tilde{P}(\xi) d\xi \right]. \quad (20)$$

Полагая $\Phi'' = 1$, из (20) можно получить выражение для $\bar{\rho}$

$$\frac{1}{\bar{\rho}} = \frac{R}{c_p P} \left[c_{p\infty} T_{\infty} + \xi (c_{pF} T_0 - c_{p\infty} T_{\infty} + Q_T Y_b (1 - \xi_s)) - Q_T Y_b \int_{\xi_s}^1 (\xi - \xi_s) \tilde{P}(\xi) d\xi \right]. \quad (21)$$

Интеграл в (21) называется интегралом несмешанности и отражает влияние турбулентных пульсаций состава смеси на термохимические характеристики [1]. Определение плотности в турбулентном потоке с химическими реакциями имеет важное значение, так как посредством средней плотности термохимические характеристики течения непосредственно связаны с гидродинамическими.

Если $\Phi'' = \xi''$, то получается точное в рамках настоящей модели выражение

$$\bar{\xi}'' = \frac{\bar{\rho}R}{c_p P} \left[\bar{\xi}''^2 (c_{pF} T_0 - c_{p\infty} T_\infty - Q_T Y_b \xi_s) + Q_T Y_b \int_0^{\xi_s} (\xi - \tilde{\xi}) (\xi - \xi_s) \tilde{P}(\xi) d\xi \right]. \quad (22)$$

Появившийся в (22) интеграл несмешанности $\int_0^{\xi_s} (\xi - \tilde{\xi}) (\xi - \xi_s) \tilde{P}(\xi) d\xi$ аналогичен таковому в (21) и является следствием осреднения с помощью ФПВ.

При $\Phi'' = u''$ средняя по времени пульсация Фавра скорости имеет вид

$$\bar{u}_i'' = \frac{\bar{\rho}R}{c_p P} \left[\bar{u}_i'' \bar{\xi}'' (c_{pF} T_0 - c_{p\infty} T_\infty - Q_T Y_b \xi_s) + Q_T Y_b \int_0^{\xi_s} u_i'' (\xi - \xi_s) \tilde{P}(\xi) d\xi \right]. \quad (23)$$

Для расчета интеграла в (23) представим $u_i''(\xi)$ в виде первых двух членов разложения в ряд Тейлора:

$$u_i''(\xi) = A_i + B_i (\xi - \tilde{\xi}),$$

при этом имеем $A_i = \bar{U}_i$, $B_i = \bar{u}_i'' \bar{\xi}'' / \bar{\xi}''^2$, откуда

$$u_i'' = \frac{\bar{u}_i'' \bar{\xi}''}{\bar{\xi}''^2} \xi''. \quad (24)$$

Замыкающее выражение (24) аналогично полученному в работе [10]. С учетом (24) соотношение (23) приводится к следующей форме:

$$\bar{u}_i'' = \frac{\bar{\rho}R}{c_p P} \left\{ \bar{u}_i'' \bar{\xi}'' \left[(c_{pF} T_0 - c_{p\infty} T_\infty + Q_T Y_b (1 - \xi_s)) - \frac{Q_T Y_b}{\bar{\xi}''^2} \int_{\xi_s}^1 (\xi - \tilde{\xi}) (\xi - \xi_s) \tilde{P}(\xi) d\xi \right] \right\}. \quad (25)$$

Безусловно, выражение (24) носит приближенный характер. Фактически в (24) полагается, что молекулярные эффекты и перенос, связанный с градиентом давления, не влияют на энергосодержащую часть спектра пульсаций, и постулируется, что временные изменения отражают временные флуктуации поля скорости. Для течений без химических реакций подобная аналогия успешно использовалась и экспериментально подтверждалась в [10, 11]. В [12] при моделировании процессов диффузионного горения выражение типа (24) применялось при замыкании уравнения для ФПВ пассивной примеси. Результаты этих работ позволяют рассчитывать на достаточную точность соотношения (24) и, следовательно, (25).

Выбор ФПВ и оценки интегралов несмешанности

К настоящему времени предложен ряд различных видов ФПВ. Одна из наиболее простых ФПВ, состоящая из трех δ -функций [13]:

$$\tilde{P}(\xi) = A\delta(\xi) + B\delta(\xi - \tilde{\xi}) + C\delta(\xi - 1),$$

где $A = \bar{\xi}''^2 / \bar{\xi}$; $B = 1 - \bar{\xi}''^2 / (\bar{\xi}(1 - \tilde{\xi}))$; $C = \bar{\xi}''^2 / (1 - \tilde{\xi})$. Более реалистичная ФПВ («усеченная гауссиана») предложена в [14] и использовалась в [15]:

$$P_c(\xi) = \begin{cases} A\delta(\xi) & \text{при } \tilde{\xi} = 0, \\ P^*(\xi) & \text{при } 0 < \tilde{\xi} < 1, \\ B\delta(\xi - 1) & \text{при } \tilde{\xi} = 1, \end{cases}$$

где

$$P^*(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi-\mu}{\sigma}\right)^2\right],$$

$$A = \int_{-\infty}^0 P^*(\xi) d\xi, \quad B = \int_1^{\infty} P^*(\xi) d\xi, \quad \int_0^1 P_c(\xi) d\xi = 1, \quad (26)$$

$$\xi^2 = B + \int_0^1 \xi P^*(\xi) d\xi, \quad \xi^2 = B + \int_0^1 \xi^2 P^*(\xi) d\xi.$$

Из системы нелинейных уравнений (26) находятся параметры σ и μ . В работах [13, 16] в качестве ФПВ используется β -распределение:

$$\beta(\xi) = \frac{\xi^{a-1} (1-\xi)^{b-1}}{\int_0^1 \xi^{a-1} (1-\xi)^{b-1} d\xi},$$

где параметры a и b определяются с помощью соотношений

$$a = \frac{\sigma^2}{\xi^2} \left[\frac{\sigma^2(1-\xi^2)}{\xi^2} - 1 \right], \quad b = \frac{(1-\xi^2)}{\xi^2} a, \quad \sigma^2 \leq \xi^2 (1-\xi^2).$$

Многочисленные расчеты турбулентных диффузионных факелов как с ФПВ из [14], так и с β -распределением и их согласие с экспериментальными данными являются косвенным доказательством соответствия этих модельных ФПВ истинной.

Из приведенных выше соотношений следует, что ФПВ явно присутствует только в интегралах несмешанности. В [1] представлены графики, свидетельствующие о слабой зависимости интеграла несмешанности

$\int_0^{\xi_s} (\xi_s - \xi) \tilde{P}(\xi) d\xi$ от выбора ФПВ. В настоящей работе проведены

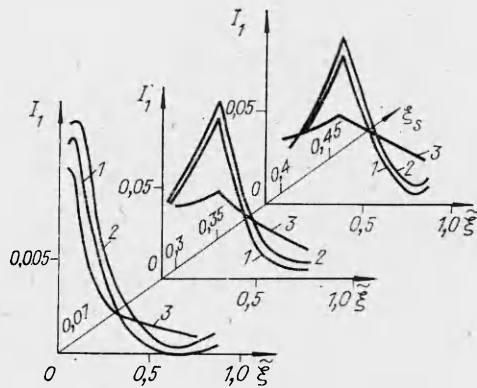


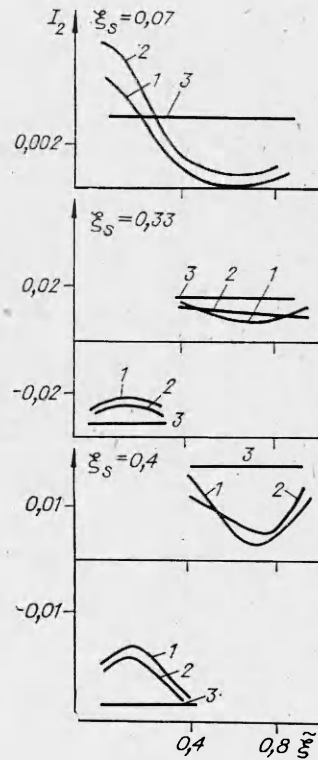
Рис. 1. Интегралы несмешанности

$$I_1 = \int_0^{\xi_s} (\xi_s - \xi) \tilde{P} d\xi \text{ при } \xi^2 = 0,05 \text{ для различных } \xi_s \text{ и ФПВ.}$$

1 — усеченная гауссиана; 2 — β -функция; 3 — ξ -функция.

Рис. 2. Интегралы несмешанности $I_2 =$

$$= \int_0^{\xi_s} (\xi_s - \xi) (\xi_s - \xi) \tilde{P} d\xi \text{ при } \xi^2 = 0,05 \text{ для разных } \xi_s \text{ (обозначения аналогичны рис. 1).}$$



расчеты этого интеграла и интеграла несмешанности типа $\int_0^{\xi_s} (\xi_s - \xi) (\xi_s - \xi) \tilde{P}(\xi) d\xi$ в широком интервале изменения $\tilde{\xi}^2$ и ξ^2 для трех форм ФПВ: в виде «усеченной гауссианы», в виде β -распределения и ФПВ, составленной из трех δ -функций. Из рис. 1, 2 видно, что графики для первых двух форм ФПВ мало отличаются друг от друга, а распределение, соответствующее третьей форме, отражает качественное поведение интегралов. Таким образом, есть основание считать, что результаты расчетов, проводимых с реалистическими ФПВ, мало чувствительны к форме.

В случае ФПВ, составленной из трех δ -функций, интегралы несмешанности берутся аналитически. Для осредненных по времени пульсаций Фавра можно получить следующие формулы:

$$\bar{u}_i'' = \frac{\bar{\partial R}}{c_{p\rho}} \bar{u}_i \bar{\xi}'' (c_{pF} T_0 - c_{p\infty} T_\infty),$$

$$\bar{\xi}'' = \frac{\bar{\partial R}}{c_{p\rho}} \bar{\xi}''^2 (c_{pF} T_0 - c_{p\infty} T_\infty).$$

Если выполняется неравенство $c_{pF} T_0 > c_{p\infty} T_\infty$, то поток массы, обусловленный турбулентным переносом, противоположен по знаку потоку массы, связанному с наличием среднего градиента давления и пульсаций плотности.

Ниже обсуждаются результаты расчетов, в которых форма ФПВ выбрана в виде β -распределения.

Численные расчеты и сравнение с экспериментом

Первоначально проведены численные оценки поведения средней скорости ($\bar{U} = \bar{U} + \bar{u}''$) на оси факела при различных значениях продольного положительного или отрицательного градиента давления. Данные численного анализа сравнивались с экспериментальными результатами работы [17] (рис. 3) при значениях градиента давления $\nabla \bar{p} = -102(1)$, $-18(2)$, $+23$ Па/м (3), начальной скорости водорода 151,1 м/с и начальной скорости спутного потока воздуха 15,1 м/с. Кроме вынужденно-конвективной области развития факела, где значения численных и опытных данных совпадают, имеется область доминирующего влияния градиента давления на процессы переноса в факеле. В этой области максимальное отклонение расчетной скорости на оси от истинной порядка 3 м/с, что составляет 2% от начальной скорости струи.

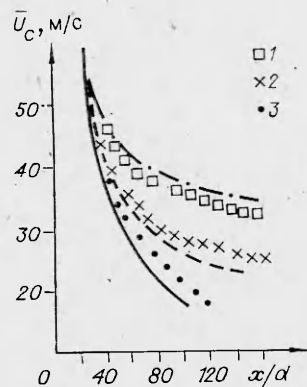


Рис. 3. Распределения скорости на оси факела при различных внешних градиентах давления. 1-3 — [17]; линии — расчет.

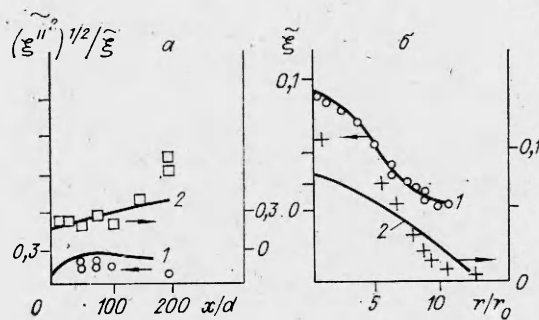


Рис. 4. Распределения пульсационных и радиальных осредненных значений консервативного скаляра для $Re = 1500(1)$ и $8500(2)$. а) на оси; б) $x/d=50$; точки — данные [20]; линии — расчет.

Сопоставление расчетных значений (нижняя строка) с экспериментальными [18]

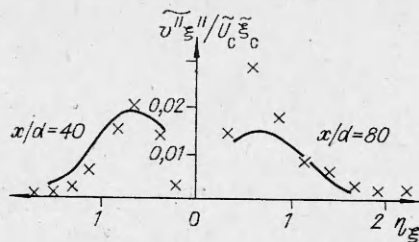
$\eta_{\xi} = r/L_{\xi}$	0,03	0,56	1,09	1,63
$(\widetilde{v''^2})^{1/2}$	$\frac{2,20}{2,14}$	$\frac{2,30}{2,73}$	$\frac{1,74}{1,83}$	$\frac{1,39}{0,7}$
$10^2 \widetilde{\xi}$	$\frac{4,69}{3,97}$	$\frac{2,62}{3,13}$	$\frac{0,78}{1,15}$	$\frac{0,29}{0,28}$
$10^2 (\widetilde{\xi''^2})^{1/2}$	$\frac{3,80}{2,14}$	$\frac{3,18}{2,23}$	$\frac{2,07}{2,07}$	$\frac{1,22}{1,41}$
$10^2 \widetilde{v''^2} \xi''$	$\frac{-0,307}{0}$	$\frac{1,760}{1,51}$	$\frac{0,514}{0,815}$	$\frac{0,138}{0,12}$

На рис. 4 демонстрируются расчетные и экспериментальные аксиальные и радиальные распределения пассивного скаляра ξ и пульсаций $(\xi''^2)^{1/2}/\xi_c$ для $Re = 1500$ и 8000 и соответственно $\nabla \bar{p} = -10$ и -51 Па/м. Следует отметить хорошее согласие с экспериментом в расчете радиального распределения скаляра ξ при $Re = 1500$ и аксиального распределения пульсаций ξ''^2/ξ на оси факела при $Re = 8500$.

В таблице сравниваются численные данные и результаты [18] по измерению средних пульсационных величин в сечении $x/d = 80$ ($\nabla \bar{p} = -18$ Па/м); $U_0/U_{\infty} = 10$, $U_0 = 151$ м/с, $d = 7,62 \cdot 10^{-3}$ м. Здесь L_{ξ} — полуширина факела, рассчитанная по профилю скаляра ξ . Поведение расчетных кривых соответствует экспериментальным. Заиженное значение пульсаций поперечной компоненты скорости в периферийной области струи трудно однозначно интерпретировать. На рис. 5 приведено сравнение расчета (линии) корреляции $\widetilde{v'' \xi''}/\widetilde{U_c \xi_c}$ с экспериментальными результатами [18] (точки). Хорошее согласие наблюдается во всей области за исключением зоны фронта пламени. Подобное расхождение следует, по-видимому, отнести к некорректному определению плотности в окрестности фронта пламени. Кроме того, сказывается ограниченная применимость техники алгебраического моделирования. В частности, в области фронта пламени существенную роль, по-видимому, играет конвективный перенос напряжений и увеличение вязкой диссипации за счет интенсификации молекулярного обмена.

На рис. 6, а приведены профили пульсационных характеристик в факеле в случае $\nabla \bar{p} = -102$ Па/м. Диаметр сопла и краевые условия для скоростей выбирались такими, как в [18]. С правой стороны приведены расчетные распределения уровня пульсаций скорости $(\widetilde{u'' u''})^{1/2}/(\widetilde{U_c} - U_{\infty})$, отношение генерации турбулентности под действием пульсаций плотности к генерации за счет сдвига скоростей $(\widetilde{u''} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}) / (\widetilde{u'' v''} d\widetilde{U}/dr)$ и степень анизотропии турбулентности $(\widetilde{u'' u''}/\widetilde{v'' v''})$, слева — профили осредненных по времени пульсаций Фавра $\widetilde{u''}$ и $\widetilde{v''}$. Из рис. 6 видно, что отношение генераций растет вдоль оси x . Известно, что в изотермических потоках отрицательный градиент стабилизирует течение и уровень турбулентных пульсаций падает. Оказывается $(\widetilde{u''} > 0)$, что взаимодействие пульсаций плотности с отрицательным градиентом давления приводит к дополнительной генерации КЭТ. Из положительности значений $\widetilde{v''}$ можно заключить, что турбулентный поток массы $\rho' v'$ направлен против градиента средней плотности («градиентная диффузия»). Положитель-

Рис. 5. Радиальные профили $(\widetilde{U_c}, \widetilde{\xi_c}$ — значения на оси).



ность величины $\bar{u}'' = -\frac{\overline{u'v'}}{\bar{\rho}}$ свидетельствует о наличии дополнительного турбулентного потока массы, направленного навстречу основному потоку. Из рис. 6 также можно заметить, что максимум анизотропии пульсаций растет и смещается к внешней области струи по мере развития течения. Все отмеченные эффекты сильнее проявляются вниз по потоку.

На рис. 6, б приведены те же профили, что и на рис. 6, а, но при положительном внешнем градиенте давления. По сравнению с рис. 6, а общий уровень турбулентности здесь существенно повышается и пульсации продольной скорости растут. Анизотропия пульсаций уменьшается и ее величина мало меняется по сечению струи.

Если $\bar{u}'' > 0$, то при $\nabla \bar{p} > 0$ член $-\bar{u}'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$ приводит к уменьшению КЭТ. И наоборот, при $\bar{u}'' < 0$ пульсации плотности ведут к существенному увеличению уровня турбулентности. Как видно из рис. 6, б, по мере удаления от оси факела значения \bar{u}'' становятся отрицательными. Из этого следует, что при положительном градиенте давления при $\tilde{\xi} < \xi$, за счет пульсаций плотности возникает поток массы, направленный противоположно градиенту $\tilde{\xi}$. Этот же поток повышает уровень турбулентности. При $\tilde{\xi} > \xi$, имеется поток массы, направленный по градиенту $\tilde{\xi}$, незначительно уменьшающий кинетическую энергию турбулентности.

В [19] при исследовании диффузионного горения струй в канале описан эффект «автотурбуликации», состоящий в том, что возникающий при горении отрицательный градиент давления ускоряет преимущественно легкие объемы газа, создавая при этом дополнительную сдвиговую

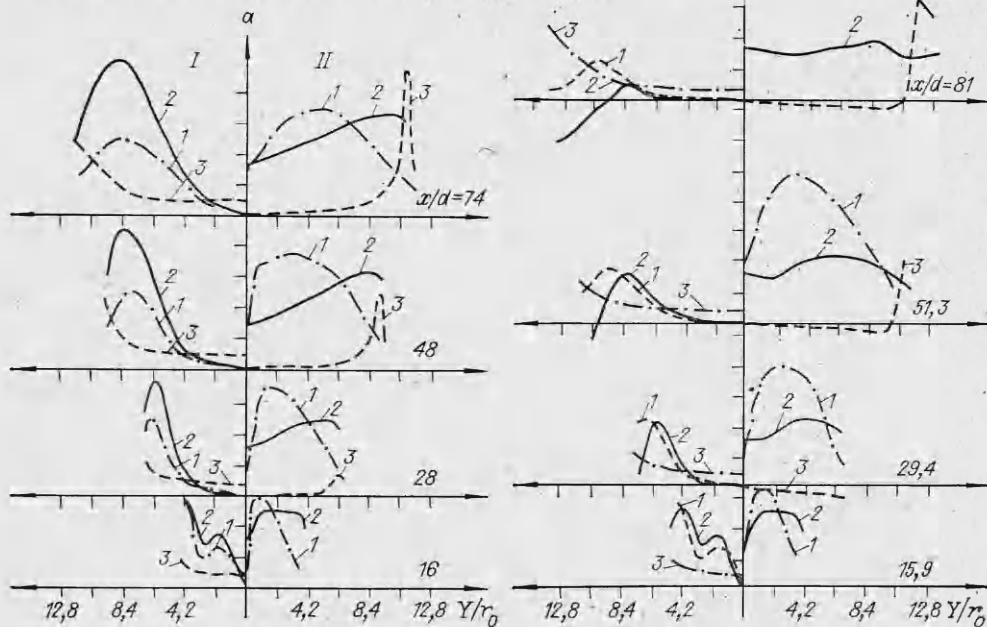


Рис. 6. Картина развития пульсационных характеристик при $\frac{dp}{dx} = -102$ (а) и $+23$ Па/м (б). (Одно деление по оси ординат соответствует: $\frac{u''^2}{v''^2} - 1$; $\bar{\rho}$, \bar{v}'' и $\bar{u}'' -$

$-0,2$; $\bar{u}'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x}$ и $(\bar{u}''^2)^{0,5} - 0,1$; $U_0 = 151,1$ м/с, $U_{0,\infty} = 15,1$ м/с, $r_0 = 0,00381$ м.)

II 1 - \bar{v}'' , 2 - \bar{u}'' , 3 - $\bar{\rho}$; II: 1 - $(\bar{u}''^2)^{0,5}/(U_0 - U_\infty)$, 2 - \bar{u}''^2/\bar{v}''^2 , 3 - $\bar{u}'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} / \left(\bar{u}'' \bar{v}'' \frac{d\bar{U}}{dr} \right)$.

генерацию турбулентности. В настоящей работе, кроме создаваемого пламенем среднего сдвига, рассматривается механизм порождения турбулентности, связанный со средним градиентом давления. Суть его, по-видимому, заключается в следующем. Неоднородность распределения плотности и молекулярной массы компонентов порождает градиенты среднего давления, которые, в свою очередь, инициируют турбулентные потоки массы.

В данной работе взаимодействие турбулентного потока массы и градиенты среднего давления моделируются путем задания фиксированного внешнего градиента давления.

Итак, в проведенном исследовании в известные модели диффузионного факела [1, 2] включена полная система осредненных по Фавру уравнений для рейнольдсовых напряжений. Применение (24) позволило замкнуть модель (в отличие от [16]) без привлечения дополнительных гипотез и дифференциальных уравнений. Получены приближенные условия, определяющие направление турбулентного потока массы, связанного с пульсациями плотности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. В. Билджер.— В кн.: Турбулентные течения реагирующих газов/Под ред. П. Лябби, Ф. Вильямса. М.: Мир, 1983.
2. У. Джонс.— В кн.: Методы расчета турбулентности течений/Под ред. В. Кольмана. М.: Мир, 1984.
3. В. Е. Launder, G. J. Reece, W. Rodi. J. Fluid Mech., 1975, 68, 537.
4. В. Р. Кузнецов. Изв. АН СССР. МЖГ, 1979, 3, 4.
5. D. B. Spalding. Chem. Eng. Sci., 1974, 26, 95.
6. М. Любова, В. Роди. ТОИР, 1980, 102, 157.
7. В. К. Баев, М. А. Гороховский, С. Ю. Рыбаков. ФГВ, 1984, 20, 4, 39.
8. В. Е. Launder, D. B. Spalding. Comput. Meth. Appl. Mech. Eng., 1974, 3, 269.
9. J. Janicka, M. Peters. Nineteenth Symp. (Internat.) on Combustion. The Combustion Institute, 1982.
10. В. Р. Кузнецов. Изв. АН СССР. МЖГ, 1977, 3, 22.
11. L. Fulachier, R. A. Antonia. Int. J. Heat and Mass Transfer, 1984, 27, 987.
12. В. Р. Кузнецов, А. Б. Лебедев, А. И. Секундов и др. Изв. АН СССР. МЖГ, 1981, 4, 3.
13. J. Janicka, W. Kollman. Comb. Flame, 1982, 44, 319.
14. F. C. Lockwood, A. S. Naguib. Comb. Flame, 1975, 24, 109.
15. В. И. Головичев, А. А. Яник.— В кн.: Исследование рабочего процесса газодинамических и химических лазеров. Новосибирск, 1979.
16. W. Kolbe, W. Kollman. Acta Astron., 1980, 7, 91.
17. S. H. Starnner, R. W. Bilger. AIAA Paper, N 80—0205.
18. S. H. Starnner. Comb. Sci. Techn., 1983, 30, 145.
19. Ю. А. Бурико, А. Б. Лебедев. Изв. АН СССР. МЖГ, 1980, 4, 25.
20. M. C. Drake, R. M. Bilger, S. H. Starnner. Nineteenth Symp. (Internat.) on Combustion. The Combustion Institute, 1982.

*Поступила в редакцию 11/II 1986,
после доработки — 3/VII 1986*

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПЛАМЕНИ В ЗАКРЫТОМ КАНАЛЕ

*Г. М. Махвиладзе, В. И. Мелихов, О. И. Мелихов
(Москва)*

Распространение пламени в трубах и каналах обычно анализируется с помощью газодинамического подхода, в котором пламя рассматривается как поверхность разрыва, движущаяся относительно исходной смеси с заданной скоростью — нормальной скоростью распространения пламени. Этот подход применялся для выяснения различных газодинамических свойств фронтов медленного горения (законов преломления линий тока на поверхности горения, условий стабилизации и устойчивости пламени в потоке газа, интенсивности вихреобразования) и анализа течений с фронтами химического превращения в отсутствие силы тяжести [1—3].