

13. Гогин Л. В., Нейланд В. Я., Степанов Г. Ю. Теория двумерных отрывных течений.— Итоги науки и техники. Гидромеханика, 1975, т. 8.
14. Riabouchinsky D. Sur un probleme de variation.— Comp. rend. acad. sci., 1927, N 185.
15. Гребные винты. Современные методы расчета. Л.: Судостроение, 1983.
16. Гогин Л. В., Степанов Г. Ю. Турбулентные отрывные течения.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1982, № 2.

Поступила 14/XII 1984 г.

УДК 532.527

## ВИХРЕВАЯ СТРУКТУРА СЛЕДА ЗА СФЕРОЙ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

Е. Я. Сысоева, Ю. Д. Чашечкин  
(Москва)

Динамика образования вихрей при обтекании двумерного тела однородной жидкостью исследована достаточно подробно теоретически (аналитическими и численными методами) и экспериментально [1—3]. Менее полно изучена вихревая структура течения за трехмерным телом. Согласно асимптотическим решениям, при числах Рейнольдса  $Re > 20$  в кормовой части сферы возникает стационарный вихрь [1], структура которого в однородной жидкости экспериментально изучена в [4]. При  $130 < Re < 300$  вихрь пульсирует и начинает отрываться от тела при  $Re > 400$ . Отрыв изолированных вихрей от сферы визуализирован в [5]. Вихревое течение за сферой в неоднородной жидкости исследовано методом подкраски в [6] (всего проведено три опыта). В горизонтальной плоскости наблюдалась последовательность вихрей, подобная дорожке Кармана за цилиндром. В вертикальной плоскости краситель распределялся в двух отдельных слоях, что указывает на расщепление течения за телом. В предположении слабого влияния стратификации построена модель вихревого течения, состоящая из двух пересекающихся спиральных вихревых трубок, в точках контакта которых образуются изолированные вихри с вертикальной осью симметрии. Значение числа Струхала  $Sh$  растет от 0,14 ( $Re = 4300$ ) до 0,22 ( $Re = 17400$ ),  $Sh = nd/U_0$ , где  $d$ ,  $U_0$  — диаметр и скорость сферы,  $n$  — частота схода вихрей.

Численными методами установлено, что стратификация существенно влияет на характер обтекания тела и структуру пограничного слоя [7]. Экспериментально показано, что толщины вязкого и плотностного пограничных слоев в жидкости с солевой стратификацией не совпадают между собой [8]. В неоднородной жидкости завихренность может переноситься не только отдельными вихрями, но и внутренними волнами. В стратифицированной среде вследствие развития неустойчивости Тейлора (когда более тяжелая жидкость оказывается над легкой) и Кельвина — Гельмгольца (когда величина сдвига скорости превышает частоту плавучести) может существовать большее число типов структур спутных течений, чем в однородной. Степень их выраженности определяется соотношением действующих сил. В частности, образование дискретных вихрей может быть связано с генерацией завихренности как в окрестности тела, так и на границе спутного течения, в зоне максимальных градиентов плотности и сдвига скорости. Систематического изучения вихревой структуры течения за трехмерным телом в стратифицированной среде ранее не проводили.

Цель данной работы — экспериментальное изучение вихревой структуры следа за сферой, движущейся горизонтально с постоянной скоростью в жидкости с линейным распределением плотности. Методом теневой визуализации определены типы возникающих вихревых структур и условия их образования.

Эксперименты проведены в бассейне длиной 1,5, шириной 0,4, высотой 0,46 м, который послойно заполнялся водным раствором поваренной соли с переменной концентрацией. Период плавучести измерялся методом плотностной метки [9]. Картина течения регистрировалась с помощью теневого прибора ИАБ-451. В большинстве опытов буксируемое тело закреплялось на закольцованной нихромовой нити диаметром 0,15 мм. Исследовались течения за сферами диаметром  $d = 0,5; 1,0$  и  $2,0$  см в жидкости с периодом плавучести  $T_n = 4,1$  с,  $\Lambda = 420$  см, скорость движения тела не превышала 7 см/с. Все измерения выполнены в средней части бассейна, где скорость движения модели поддерживалась постоянной. Более подробно методика эксперимента приводится в [8]. Геометрические характеристики течений измерялись по теневым кинограммам с помощью компаратора Stecometer (ГДР). Координаты границ течений регистрировались в циф-

ровой форме с приборной погрешностью 0,002 мм, а с учетом масштаба погрешность измеряемых величин составляет 0,03 мм.

Характерные размерные параметры задачи: диаметр тела  $d$ , скорость его движения  $U_0$ , кинематическая вязкость  $\nu$ , ускорение силы тяжести  $g$ , масштаб плавучести  $\Lambda = [\partial \ln \rho / \partial z]^{-1}$ . Естественный масштаб времени — период плавучести  $T_k$  (частота  $N$ ),  $T_k = 2\pi/N = 2\pi \sqrt{\Lambda/g}$ . Безразмерные характеристики: число Рейнольдса  $Re = U_0 d / \nu$ , отношение масштабов  $C = \Lambda/d$  и внутреннее число Фруда  $Fr = U_0^2 / N^2 d^2$  [10].

По результатам экспериментов за сферой, движущейся горизонтально в стратифицированной жидкости, может быть выделено семь характерных типов спутных течений: ламинарный след с прямолинейными границами, ламинарный с внутренней конической структурой, пульсирующий (ламинарный с волнообразными границами), волновихревой (с мелкими вихрями на периферии следа), нестационарно-вихревой (позади тела периодически образуется вихрь с размерами порядка размеров тела), вихревой (след представляет собой дорожку дискретных вихрей) и турбулентный.

Рассмотрим более детально каждый из указанных режимов. Так же как и в однородной жидкости, при малых скоростях движения сферы течение в следе носит ламинарный характер. В стратифицированной жидкости на периферии спутного течения образуется слой жидкости с повышенным по сравнению с исходным значением градиента плотности — плотностная граница следа, степень выраженности которой (максимальное значение  $\text{grad } \rho$ ) и протяженность (расстояние от сферы, на котором  $|\text{grad } \rho| > |\text{grad } \rho_0|$  в пределах чувствительности теневого прибора) возрастают с увеличением диаметра сферы и стратификации. На теневых фотографиях плотностная граница проявляется в виде тонких темных полос, подходящих к точкам отрыва течения от сферы (рис. 1, а,  $T_k = 4,2$  с,  $d = 2$  см,  $U_0 = 0,68$  см/с). Ее длина составляет  $0,66d$  для сфер диаметром  $d = 0,5$  и  $1$  см и  $1,2d$  для сферы  $d = 2,0$  см,  $T_k = 4,2$  с. Плотностная граница следа располагается в центре области максимального сдвига скорости спутного течения ( $\partial u_x / \partial z$ ) на периферии следа, которая на рис. 1, а визуализирована с помощью плотностной метки. Из анализа теневых кинограмм течения с плотностными метками следует, что толщина слоя резкого изменения плотности  $\delta = 0,36$  мм (относительная погрешность измерений  $\pm 20\%$ ) в 17 раз меньше, чем ширина слоя сдвига скорости. В этом режиме профиль скорости спутного течения гладкий, ее максимальное значение лежит на оси следа. Ламинарное обтекание сферы наблюдалось при скоростях меньше  $U_0 = 1,7$  см/с для сферы  $d = 0,5$  см ( $Re \leq 85$ ,  $Fr \leq 4,9$ ),  $d = 1$  см  $U_0 \leq 0,95$  см/с ( $Re \leq 95$ ,  $Fr \leq 0,39$ ) и  $d = 2$  см  $U_0 \leq 0,68$  см/с ( $Re \leq 136$ ,  $Fr \leq 0,048$ ).

На всех фотографиях рис. 1 визуализирована картина течения в окрестности вертикальной плоскости, проходящей через линию движения тела. Фотографии получены методом вертикальная щель — нож Фуко, изменения плотности почернения пропорциональны вариациям горизонтальной компоненты градиента показателя преломления в направлении движения тела. Темные и светлые диффузные полосы (полуокружности позади тела вне следа и наклонные диффузные полосы внутри следа) — присоединенные и захваченные внутренние волны, описанные в [8].

С увеличением скорости внешняя граница ламинарного следа перестает быть прямолинейной и расщепляется на волокна, расходящиеся в виде отдельных вложенных друг в друга конусов. Такое течение наблюдается за сферой  $d = 0,5$  см в диапазоне скоростей  $1,7 < U_0 \leq 3,4$  см/с ( $85 < Re \leq 170$ ,  $0,048 \leq Fr \leq 20,1$ ) (эксперименты при больших скоростях не проводились) и за сферой  $d = 1,0$  см при  $0,95 < U_0 < 1,74$  см/с ( $95 < Re < 174$ ,  $0,39 < Fr < 1,29$ ). Сразу за сферой след сужается до  $0,15d$  и затем расширяется до величины диаметра сферы на расстоянии  $5-6d$ .

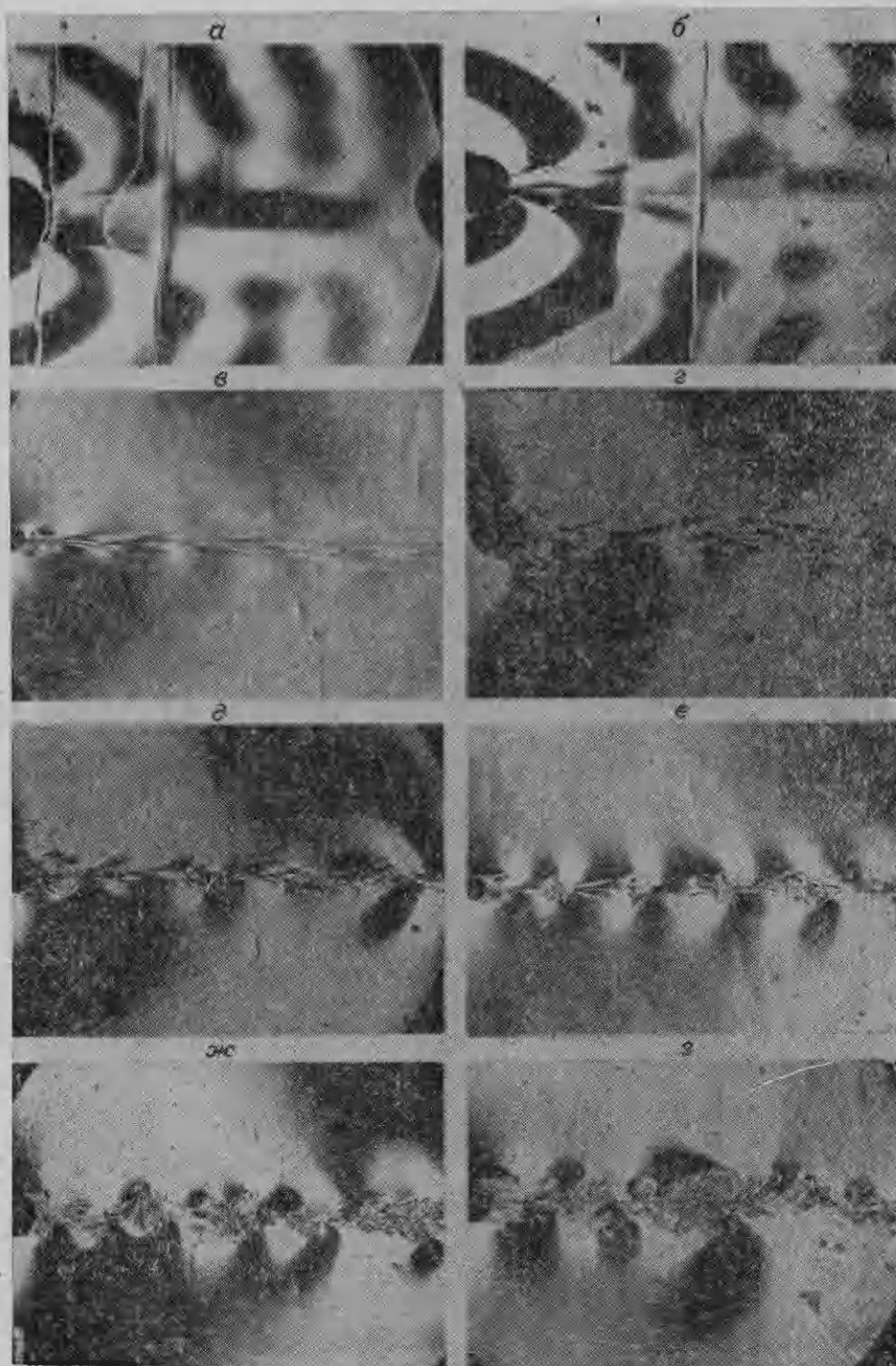


Рис. 1.

След за сферой большего диаметра с увеличением скорости из ламинарного трансформируется в пульсирующий с волнообразными границами. Этот режим наблюдается за сферой  $d = 2$  см в диапазоне скоростей  $0,68 < U_0 < 1,62$  см/с ( $136 < Re < 324$ ,  $0,048 < Fr < 0,28$ ) (рис. 1, б,  $d = 2$  см,  $U_0 = 1,08$  см/с). След расширяется до  $0,75d$  на расстоянии  $0,8-0,9d$  от сферы, причем отстояние области максимального расширения следа растет с увеличением скорости, а затем сжимается до  $0,4d$  на

расстоянии  $2d$ . В области максимального расширения следа можно наблюдать небольшой вихрь с горизонтальной осью вращения, образование которого связано с развитием неустойчивости Кельвина — Гельмгольца на границе спутного течения в зоне максимального сдвига скорости и градиента плотности.

В диапазоне скоростей  $1,74 \leq U_0 \leq 4,5$  см/с ( $174 \leq Re \leq 450$ ,  $1,29 \leq Fr \leq 8,65$ ) позади сферы  $d = 1,0$  см и  $1,62 < U_0 < 2,36$  см/с ( $324 < Re < 472$ ,  $0,28 < Fr < 0,59$ ) за сферой  $d = 2,0$  см выделяется застойная зона, ограниченная слоями с резкими градиентами плотности. Граница зоны не гладкая, на ней образуются мелкомасштабные вихревые возмущения с размерами порядка толщины плотностного пограничного слоя, которые периодически срываются и образуют характерную ступенчатую структуру спутного следа (рис. 1,  $\varepsilon - d = 1,0$  см,  $U_0 = 3,13$  см/с,  $\varepsilon - d = 2,0$  см,  $U_0 = 2,36$  см/с). Вихревое движение создает резкие вариации показателя преломления, и эти мелкие вихри отчетливо видны на теневых фотографиях. Фактически наблюдается развитие неустойчивости в плотностном следе, толщина которого много меньше толщины слоя сдвига скорости и ширины следа в целом. После отрыва вихри быстро сплюсчиваются по вертикали под действием сил плавучести, растекаются в горизонтальном направлении и, разрушаясь, вытягиваются в тонкие полоски, постепенно сглаживающие внешнюю границу следа. Горизонтальный размер таких вихрей увеличивается со временем линейно со скоростью  $5-7$  мм/с в зависимости от скорости движения сферы. Их вертикальный размер  $l_z$  убывает со временем со скоростью  $0,9$  мм/с при  $t > 0,4$  с при скорости движения тела  $U_0 = 1,78$  см/с, для  $U_0 = 2,36$  см/с вертикальный размер несколько увеличивается со временем при  $t < 0,8$  с, а затем убывает со скоростью  $1,1$  мм/с в интервале  $0,8 \leq t \leq 1,6$  с и при  $t > 1,6$  с — со скоростью  $3,5$  мм/с. Время жизни вихрей невелико и по данным теневых наблюдений составляет  $2-2,5$  с. Время существования слоистой структуры после разрушения отдельных вихрей на периферии следа  $4-5$  с.

В лабораторной системе координат определена зависимость от времени  $t$  горизонтальных расстояний между вихрями, нормированных на диаметр сферы  $x/d$ , которая показана на рис. 2, где  $1$  — расстояние между первым и вторым вихрями при движении сферы  $d = 1,0$  см со скоростью  $U_0 = 2,23$  см/с,  $2$  и  $3$  — расстояния между вторым и третьим, третьим и четвертым вихрями соответственно для той же сферы,  $4$  и  $5$  — расстояния между третьим и четвертым, четвертым и пятым вихрями для сферы  $d = 2,0$  см,  $U_0 = 2,36$  см/с и  $6 - d = 1,0$  см,  $U_0 = 4,5$  см/с. Видно, что эти расстояния растут в среднем пропорционально времени, причем скорость роста  $v = 0,48$  мм/с не зависит от диаметра и скорости сферы. Немонотонность изменения расстояний связана с внутренней динамикой вихрей, приводящей к изменению их размеров и форм.

Дальнейший рост скорости движения приводит к увеличению интенсивности вихревого движения в донной части сферы, причем толщина оболочки вихря (границы вихря с повышенным значением градиента плотности) определяется толщиной сравнительно тонкого плотностного пограничного слоя (слоя жидкости вблизи поверхности тела, в котором градиент плотности больше, чем исходный) в точке его отрыва от тела. В стадии накопления завихренности плотностные неоднородности (свилы) в следе непосредственно за сферой образуют характерную спиралевидную структуру, подобную внутренней структуре линий тока свободного ламинарного тороидального вихревого кольца. Когда размер вихревой застойной зоны приближается к максимальному, течение внутри нее теряет устойчивость, наблюдается мелкомасштабное перемешивание, возможно, обусловленное тейлоровской неустойчивостью. Вихреподобная структура («клуб», «пуф») периодически отрывается от тела и быстро разрушается, превращаясь в систему свилей, вытянутых в направлении средней скорости. Время существования данных структур не превышает  $1$  с. Этот режим наблюдается в следе за сферой диаметром  $2$  см при скоро-

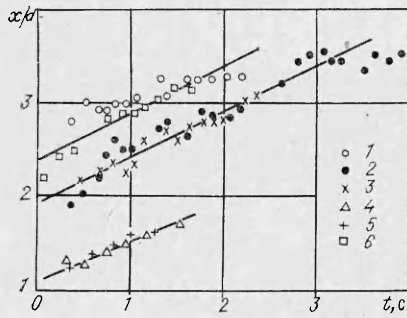


Рис. 2.

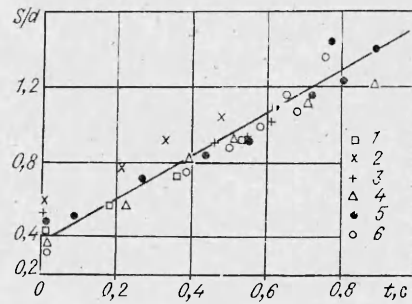


Рис. 3.

стях  $2,87 \leq U_0 \leq 3,43$  см/с,  $574 \leq Re \leq 686$ ,  $0,88 \leq Fr \leq 1,26$  и показан на рис. 1, д.

На рис. 3 приведен горизонтальный размер нестационарной застойной зоны, нормированный на диаметр сферы  $s/d$  с момента ее образования до отрыва; здесь точки 1 соответствуют скорости движения сферы  $U_0 = 3,34$  см/с, 2 и 3 —  $U_0 = 3,43$  см/с (прослежено поведение двух последовательных зон), 4 —  $U_0 = 3,68$  см/с, 5 —  $U_0 = 4,2$  см/с, 6 —  $U_0 = 4,6$  см/с; этот размер растет пропорционально времени  $s/d = at + 0,4$ ,  $a = 1,1$  с<sup>-1</sup> и не зависит от скорости тела. В системе координат, связанной с жидкостью, крайняя точка застойной зоны при ее формировании движется с постоянной скоростью 2,1 см/с в направлении движения тела.

При больших скоростях перемещения тела вихревое движение в донной части становится более устойчивым. Вихревая застойная зона позади сферы периодически отрывается и существует в следе в виде кольцевых вихрей, соединенных друг с другом тонкими слоистыми петлями. Вихревое кольцо охватывает линию движения, его нижний край несколько наклонен в сторону движения. Соединяющие их вихревые петли наклонены под одинаковым углом  $\alpha = 20^\circ$  к линии движения. Этот режим наблюдается при движении сферы  $d = 1$  см,  $U_0 = 5,4$  см/с (рис. 1, е) (при больших скоростях опыты не проводились) и  $d = 2$  см,  $3,68 < U_0 < 5,8$  см/с (рис. 1, ж,  $U_0 = 5,2$  см/с). Время существования отдельных вихрей 5—6 с. Под действием сил плавучести они сплющиваются, вытягиваются в направлении средней скорости и сливаются, образуя единый след, состоящий из отдельных высокоградиентных прослоек. Во время своего движения каждый кольцевой вихрь излучает собственную систему присоединенных внутренних волн. Вертикальный размер вихрей непостоянен во времени, период его колебаний около 4 с и соизмерим с частотой плавучести  $T_K = 4,1$  с. Горизонтальное расстояние между вихрями несколько увеличивается в первую секунду, а затем практически не изменяется и слабо зависит от скорости движения сферы. Скорость движения вихрей приблизительно 4,5 мм/с и мало меняется во времени. Отметим, что ошибка измерений параметров вихревых структур в этом режиме довольно велика (20—25%), что связано, с одной стороны, с развитием мелкомасштабной неустойчивости внутреннего течения, которое приводит к нечеткости границ вихрей, а с другой — с его внутренней динамикой (сплющиванием и растеканием).

Дальнейшее увеличение скорости ( $U_0 \geq 7$  см/с,  $d = 2$  см) приводит к турбулизации спутного течения (см. рис. 1, з). Турбулентность в следе может возникать в результате турбулизации и слияния отдельных вихрей, интенсивного развития неустойчивости Кельвина — Гельмгольца в области резкого расширения следа, а также турбулизации пограничного слоя на теле. В зависимости от величины стратификации и размеров тела определяющим может оказаться один или одновременно несколько указанных факторов. В данном случае происходит турбулизация и разрушение дискретных вихревых структур.



Совокупность исследованных режимов течения представлена на диаграмме  $F_r - Re$  (рис. 4), построенной в двойном логарифмическом масштабе. В этих переменных данные, соответствующие сферам разного диаметра, ложатся на прямые с коэффициентом наклона  $k = 0,5$ : 1—3 отвечают  $d = 0,5$ ; 1; 2 см, буквами л отмечены условия движения, при которых наблюдается ламинарный след, к — ламинарный с внутренней конической структурой, и — пульсирующий, м — режим мелких вихрей на периферии следа, н — нестационарно-вихревой, в — вихревой, т — турбулентный. Стратификация существенно стабилизирует течение, ламинарный след существует при  $Re < 90$ ,  $d = 0,5$  и 1,0 см и  $Re < 240$ ,  $d = 2,0$  см по сравнению с  $Re < 24$  для однородной жидкости. Из приведенных данных вытекает, что граница неустойчивости ламинарного течения незначительно сдвигается в сторону больших  $Re$  с увеличением диаметра.

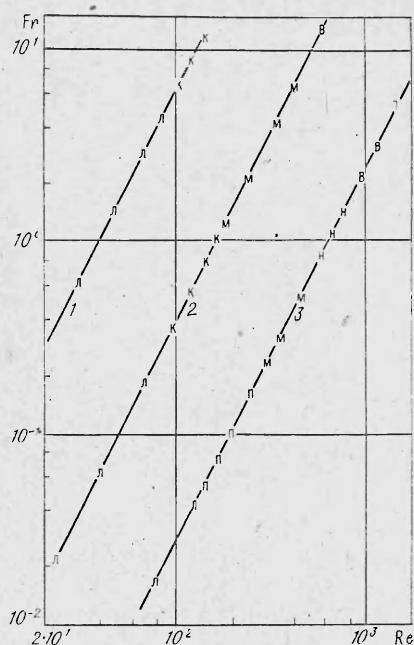


Рис. 4.

Данная тенденция сохраняется и при дальнейшем увеличении диаметра сферы. Существенно более сильная зависимость условий течения от внутреннего числа Фруда. Отношение значений критического  $F_r$  при выходе из ламинарного режима составляет 115 : 7 : 1 для сфер  $d = 0,5$ ; 1,0; 2,0 см соответственно, что превышает значение отношений, обусловленных увеличением диаметра (16 : 4 : 1). Границы между всеми режимами течений сдвигаются в сторону больших  $Re$  с увеличением диаметра сферы.

Стабилизирующее влияние стратификации проявляется и в зависимости  $\theta$  (угла отрыва течения на сфере) от  $Re$ , представленной на рис. 5. Угол отсчитывается от линии движения ( $\theta = 90^\circ$ , когда течение отрывается по главному поперечному диаметру); 1—3 соответствуют  $d = 0,5$ ; 1,0; 2,0 см, 4 — эксперименты в однородной жидкости по [4]. В однородной жидкости за сферами  $d = 1,5$  и 1,9 см значение угла  $\theta$  монотонно возрастает от  $45$  до  $70^\circ$  при увеличении  $Re$  от 60 до 300 независимо от диаметра сферы. В стратифицированной жидкости поведение угла отрыва

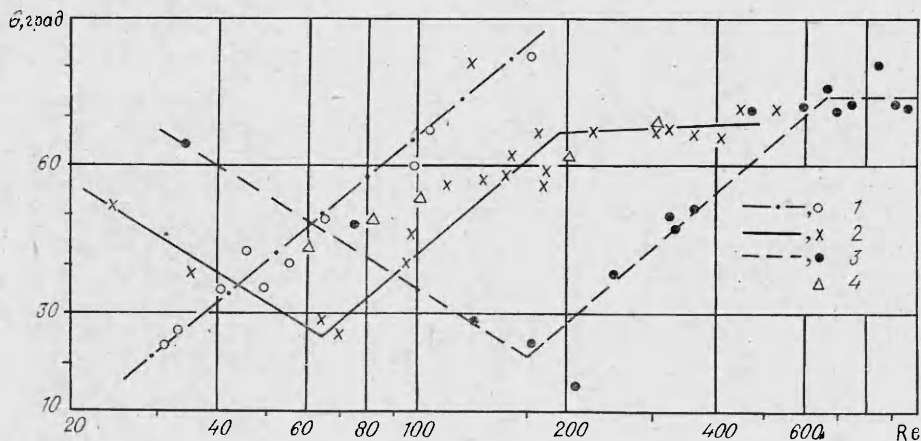


Рис. 5.

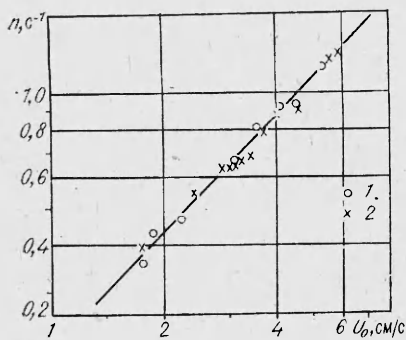


Рис. 6.

для сфер различного диаметра качественно подобно. Отрыв ламинарного течения от поверхности сферы происходит при  $\theta = 50^\circ$ ,  $d = 1,0$  см и  $\theta = 65^\circ$ ,  $d = 2,0$  см. С увеличением скорости в режиме конусного следа точка отрыва смещается к линии движения. Минимальный угол отрыва  $\theta = 24^\circ$  для  $d = 0,5$  см,  $\theta = 25^\circ$  для  $d = 1,0$  см и  $\theta = 15^\circ$  для  $d = 2,0$  см. При дальнейшем увеличении скорости наблюдается накопление завихренности в донной части сферы и точка отрыва начинает смещаться к внешнему диаметру. Максимальное значение угла отрыва  $\theta = 80^\circ$  при  $d = 2$  см. Зависимость угла отрыва от числа Рейнольдса может быть аппроксимирована как  $\theta \approx b \lg Re$ , где  $b = -0,9$  при  $d = 1$  см ( $25 < Re < 65$ ) и  $d = 2,0$  см ( $35 < Re < 180$ );  $b = 0,9$  при  $d = 1,0$  см ( $65 < Re < 200$ ) и  $d = 2,0$  см ( $180 < Re < 800$ ). При  $Re > 200$ ,  $d = 1$  см и  $Re > 600$ ,  $d = 2,0$  см угол отрыва медленно меняется с увеличением скорости и  $Re$ . Аналогичный характер носит зависимость угла отрыва от числа Фруда. Минимальный угол отрыва достигается при  $Fr = 0,19$ ;  $0,11$  для  $d = 1,0$  и  $2,0$  см соответственно.

На рис. 6 показана зависимость частоты схода  $n$  всех типов наблюдаемых вихрей от скорости движения сферы  $U_0$ , 1, 2 —  $d = 1$ ; 2 см, все точки ложатся на одну прямую в двойном логарифмическом масштабе. Частота схода вихрей пропорциональна скорости тела. Соответственно число Струхала  $Sh$  в диапазоне  $10^2 < Re < 10^3$  для сферы  $d = 1,0$  см принимает значение  $0,2$  и в том же диапазоне для сферы  $d = 2,0$  см  $Sh = 0,4$ . В однородной жидкости по измерениям [5]  $Sh$  не зависит от диаметра сферы и увеличивается от  $0,15$  до  $0,5$  при изменении  $Re$  от  $400$  до  $1000$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1967.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: ГИТТЛ, 1953.
3. Pruppacher U. R., Le Clair B. P., Hamielec A. E. Some relations between drag and flow pattern of viscous flow past a sphere and a cylinder at low and intermediate Reynolds numbers.— J. Fluid Mech., 1970, v. 44, pt 4.
4. Taneda S. Experimental investigation of the wake behind a sphere at low Reynolds numbers.— Repts Res. Inst. Appl. Mech. (Jap.), 1956, v. 4, N 16.
5. Achenbach E. Vortex shedding from spheres.— J. Fluid Mech., 1974, v. 62, pt 2.
6. Pao H.-P., Kao T. W. Vortex structure in the wake of a sphere.— Phys. Fluids, 1977, v. 20, N 2.
7. Турчак Л. И., Шидловский В. П. Об уравнениях движения стратифицированной жидкости.— ДАН СССР, 1980, т. 254, № 2.
8. Чашечкин Ю. Д., Макаров С. А., Беляев В. С. Присоединенные внутренние волны. Препринт ИПМ АН СССР, 1983, № 214.
9. Некрасов В. И., Чашечкин Ю. Д. Измерение скорости и периода свободных внутренних колебаний жидкости методом плотностных меток.— Метрология, 1974, № 11.
10. Чашечкин Ю. Д. О характеристиках затопленных турбулентных струй в неоднородных жидкостях.— ФАО, 1974, т. 10, № 12.

Поступила 15/II 1985 г.