

висимость может быть использована при  $10^4 < Ra < 10^7$  в диапазоне  $-\pi/2 < \varphi \leq 0$ .

Анализ влияния шага сетки на полученные решения показывает, что наиболее существен выбор достаточно мелкого шага по  $r$  и менее существен — по  $\theta$ . О влиянии шага разностной сетки на значение

$Nu_{\max}$  можно судить по следующим данным ( $N$  — число узлов по координате  $r$ ,  $M$  — по координате  $\theta$ ,  $Ra = 4,5 \cdot 10^5$ ,  $\varphi = 0$ ):  $N \times M = 21 \times 21, 21 \times 41, 41 \times 41$ ,  $Nu_{\max} = 19,4; 19,5; 16,6$  соответственно. Наибольшие расхождения в распределении локальных  $Nu(\theta)$  на разных сетках замечены лишь на сравнительно небольших участках границ:  $\theta_{\max} \pm \pi/10$  и  $\theta_{\min} \pm \pi/10$ . Увеличение числа узлов по координате  $r$  приводит к уменьшению  $|Nu(\theta)|$ .

Ra	$\Delta\theta =  \varphi + \theta_{\max} $ , град		
	$\varphi = 0$	$\varphi = -\pi/5$	$\varphi = -2\pi/5$
$0,446 \cdot 10^5$	27	47,7	63,5
$0,446 \cdot 10^6$	30,6	52,5	70,2

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Полежаев В. И. Нестационарная ламинарная тепловая конвекция в замкнутой области при заданном потоке тепла // МЖГ. — 1970. — № 4.
2. Тарунин Е. Л. Нестационарная тепловая конвекция в шаровой полости // МЖГ. — 1970. — № 4.
3. Исследование процессов теплообмена в элементах конструкции. — М., 1973. — (Тр./МВТУ; № 170).
4. Мартыненко О. Г., Соковицкий Ю. А. Свободно-конвективный тепло- и массообмен: Библиогр. указ. — Минск: ИТМО АН БССР, 1982. — 1987.
5. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Замкнутый конвективный пограничный слой // ДАН СССР. — 1959. — Т. 124, № 2.
6. Острах С., Мэнлод Э. Р. Естественная конвекция внутри горизонтального цилиндра // Тепло- и массообмен. — М.: Энергия, 1968. — Т. 1.
7. Чернатыйский В. И. Численное исследование конвекции в горизонтальном цилиндре круглого сечения // Гидродинамика. — Пермь: Перм. пед. ин-т, 1974. — Вып. 7.

г. Горький

Поступила 23/1 1989 г.,  
в окончательном варианте — 26/VI 1989 г.

УДК 539,3; 534.1

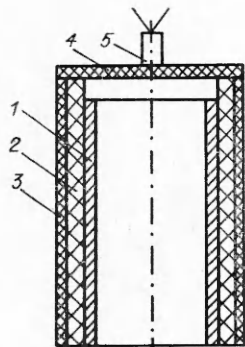
А. И. Абакумов, С. К. Жабицкий, С. А. Новиков

### РАДИАЛЬНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ОДНОСЛОЙНЫХ И ДВУХСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ОБЖАТИИ

Во многих конструкциях, работающих в условиях интенсивного импульсного нагружения (например, взрывные камеры), находят применение многослойные тонкостенные оболочки. Одна из задач, связанных с анализом прочности таких конструкций, — задача о динамической потере устойчивости. При ее рассмотрении большое внимание уделяется в основном однослойным оболочкам [1—6]. Важным результатом теоретических исследований явилось получение соотношений, позволяющих предсказывать номера критических изгибных форм, для которых рост амплитуд максимален, а также величину импульса, вызывающего возбуждение этих форм до заметных амплитуд [2]. Наряду со значительным числом работ, посвященных динамической потере устойчивости однослойных оболочек при импульсном нагружении, количество публикаций по описанию поведения двухслойных оболочек ограничено. Возможно, это связано со сложностью учета контактных взаимодействий между слоями.

Данная работа, являющаяся продолжением [7], посвящена расчетно-экспериментальному исследованию динамической потери устойчивости металлических одно- и двухслойных цилиндрических оболочек при импульсном радиальном обжатии. В наших опытах однослойные оболочки были изготовлены из стали (Ст. 20) и предварительно отожженной меди (М1), а двухслойные — из Ст. 20. Зазор между слоями в двухслойной оболочке отсутствовал.

Схема постановки опытов приведена на рис. 1. На наружной поверхности оболочки 1 размещался слой 3 пластичного взрывчатого вещества (ПВВ). Для получения импульса требуемой длительности между слоем



Р и с. 1

ПВВ и оболочкой помещался демпфирующий элемент в виде прокладки 2 из пенополистирола плотностью  $\approx 0,2$  г/см<sup>3</sup> и толщиной 5 мм. Нагружение оболочки осуществлялось скользящей детонацией слоя ПВВ, одновременно инициируемого по кольцу с помощью дополнительного диска 4 из ПВВ, подрываемого с помощью капсуля-детонатора 5, размещенного в его центре.

Безусловно, для исследования радиальной потери устойчивости цилиндрической оболочки одновременное нагружение по всей поверхности более предпочтительно. Однако такой подход достаточно сложен в практической реализации. Для анализа характера нагружения при одновременной детонации и при скользящей детонации слоя ПВВ были поставлены специальные опыты, которые показали схожую картину деформирования цилиндрической оболочки. Благодаря простоте и доступности нагружения оболочки путем скользящей детонации ПВВ этот метод широко использовался в рассматриваемых опытах.

При нагружении оболочки наблюдалось ее инерционное схождение к центру. При этом происходила потеря устойчивости с образованием продольных складок. После опыта фиксировалась остаточная форма оболочки. Основные параметры испытанных оболочек ( $h$  — толщина однослойной оболочки,  $h_1$  и  $h_2$  — толщины наружного и внутреннего слоев двухслойной оболочки,  $J_0$  — удельный импульс нагружения,  $v_0$  — расчетная начальная скорость) и результаты опытов представлены в табл. 1 (для однослойных оболочек) и 2 (для двухслойных).

Из опытов по нагружению однослойных оболочек с относительным радиусом  $R/h = 17,2$  видно, что характеры потери устойчивости стальной и медной оболочек близки по своей форме. С увеличением толщины оболочки ( $R/h = 10,1$ ) наряду с потерей устойчивости наблюдается явление откола. Отколовшийся слой толщиной 1,0—1,5 мм в процессе движения к геометрическому центру оболочки теряет устойчивость по изгибной форме с более высоким номером по сравнению с самой оболочкой (рис. 2; табл. 1, опыты 11, 12).

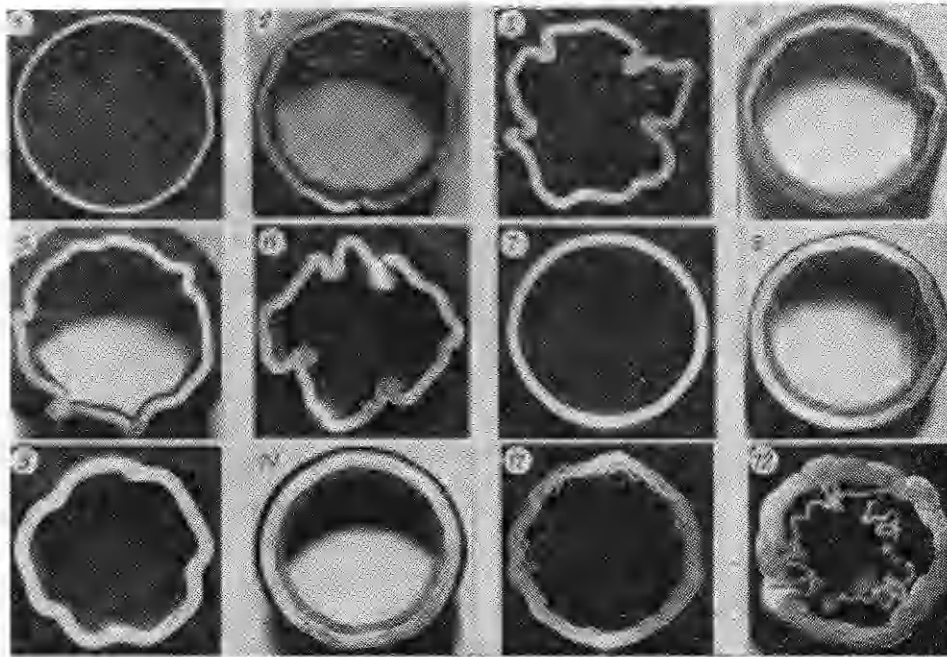
Решить вопрос о характере потери устойчивости для однослойной оболочки можно, например, с использованием [1—4]. С момента расслоения оболочки при отколе возникает задача об устойчивости двухслойной оболочки. В одном случае характер потери устойчивости отличается от такового однослойной оболочки. В частности, из опытов с двухслойными оболочками видно (рис. 3), что потеря устойчивости проявляется как по низкой изгибной форме ( $n = 4$ ), так и по высокой ( $n = 10—13$ ).

Т а б л и ц а 1

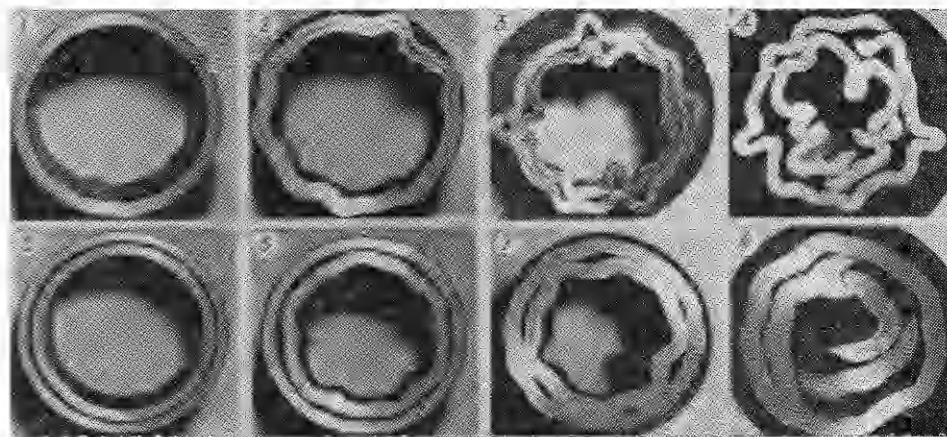
Номер опыта (соответствует рис. 2)	Материал оболочки	$h$ , мм	$R/h$	$J_0 \cdot 10^{-2}$ , кг·с/см <sup>2</sup>	$v_0$ , м/с
1	Ст. 20	3	17,2	3,08	131
2	Ст. 20	3	17,2	4,80	204
3	Ст. 20	3	17,2	6,37	270
4	M1	3	17,2	3,08	114
5	M1	3	17,2	4,16	155
6	M1	3	17,2	4,87	181
7	Ст. 20	5	10,1	6,37	162
8	Ст. 20	5	10,1	7,88	200
9	Ст. 20	5	10,1	9,63	245
10	M1	5	10,1	5,57	120
11	M1	5	10,1	6,37	137
12	M1	5	10,1	9,63	208

Т а б л и ц а 2

Номер опыта (соответствует рис. 3)	$h_1+h_2$ , мм	$R/(h_1+h_2)$	$J_0 \cdot 10^{-2}$ , кг·с/см <sup>2</sup>	$v_0$ , м/с
1	3+3	12	6,40	136
2	3+3	12	9,60	204
3	3+3	12	12,72	270
4	3+3	12	16,22	344
5	5+5	4,8	9,60	122
6	5+5	4,8	16,22	206
7	5+5	4,8	19,65	250
8	5+5	4,8	26,24	335



Р и с. 2



Р и с. 3

Для описания поведения двухслойных оболочек воспользуемся методикой решения задач динамики осесимметричных тонкостенных упруго-пластических конструкций [8]. Определяющими в этой методике являются уравнения оболочек типа уравнений Тимошенко, учитывающие инерцию вращения и сдвиговые деформации. Геометрическая нелинейность обеспечивается пошаговой перестройкой геометрии, что позволяет рассматривать большие деформации и формоизменения конструкции. В качестве физических соотношений используются уравнения теории пластического течения.

При решении задач о совместном движении контактирующих слоев оболочки была выбрана модель абсолютно пластического контакта на согласованных сетках по схеме «узел в узел». Условие контакта распространяется на все узлы разностной сетки как условие непроникания. В процессе счета на каждом временном шаге производится проверка на

возможность контакта. Для контактируемой пары узлов на кинематически возможные скорости перемещений накладываются связи исходя из условий кинематической совместности. При этом движение узлов определяется суммарными силами и массами. Применение данной модели правомерно, когда узлы контактируемой пары имеют малые относительные касательные смещения.

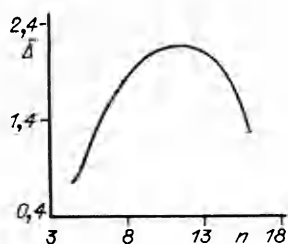
Учитывая малую относительную длину используемой в опыте оболочки ( $L/2R \approx 2$ ) и характер действующей нагрузки, можно допустить, что в оболочке реализуется напряженно-деформированное состояние, близкое к плосконапряженному. Это позволяет данную оболочку рассматривать в виде двухслойного кольца. Правомерность такого подхода была проверена численными расчетами, в которых оболочка представлялась в виде кольца и бесконечного цилиндра. В расчетах действующая нагрузка моделировалась импульсом треугольной формы с длительностью, близкой четверти периода собственных колебаний оболочки. Предел текучести материала слоев оболочки (Ст. 20) с учетом влияния скорости деформации был принят равным  $50 \text{ кг/мм}^2$  [4, 10]. При импульсном обжатии оболочки в ее слоях возникают сжимающие напряжения, которые приводят к росту амплитуд изгибных форм [1]. Причем из всего спектра изгибных форм наиболее быстро растут лишь некоторые, называемые критическими [9].

Анализ результатов экспериментов по остаточному состоянию двухслойных оболочек показывает, что в них реализуются две области критических изгибных форм: область низких ( $n_1$ ) и высоких ( $n_2$ ) изгибных форм. Согласно расчетам, в двухслойной оболочке на стадии упругого деформирования при ее движении к геометрическому центру слоя работают совместно. Наблюдается быстрый рост амплитуд изгибных форм с частотами, близкими к половине частоты радиальных колебаний. Номер этой формы может быть определен путем численных расчетов либо из соотношения [9]  $n_1 = \sqrt{\sqrt{3}(R/h)}$ . Для рассматриваемой оболочки  $R = 5 \text{ см}$ , суммарная толщина слоев  $h = h_1 + h_2 = 0,6 \text{ см}$ . В результате  $n_1 \approx 4$ .

С переходом оболочки в область упругопластического деформирования наблюдается возбуждение высоких изгибных форм. При определении номера соответствующей критической изгибной формы в расчетах для одного из слоев (внутреннего) задавался начальный прогиб по закону косинуса [9]. Амплитуда прогиба составляла  $(0,01-0,02)h_2$ , что находится в пределах допуска на изготовление. В качестве параметра, характеризующего рост изгибной формы, выбрана  $\bar{\Delta} = \Delta/h_2$  ( $\Delta$  — величина, равная разности наибольшего и наименьшего отклонений срединной поверхности внутреннего слоя оболочки на конкретный момент времени). Зависимость  $\bar{\Delta}$  от номера возбуждаемой изгибной формы для внутреннего слоя на один из моментов времени ( $t = 160 \text{ мкс}$ ) приведена на рис. 4, из которого видно, что номером критической изгибной формы является  $n_2 = 10-13$ .

С учетом полученных результатов для описания процесса потери устойчивости двухслойного кольца были заданы несовершенства в виде начальных прогибов по обоим критическим изгибным формам: для наружного слоя  $n_1 = 4$  и внутреннего  $n_2 = 12$  с амплитудами прогиба  $0,02h_1$  и  $0,02h_2$ .

В ходе расчетов отмечено, что заметный переход оболочки на изгибные формы практически заканчивается ко времени  $t^*$ , соответствующему моменту прохождения слоями расстояния, равного две — три толщины. Начиная с этого времени контакт между слоями осуществляется по локальным областям, что ведет к снижению влияния слоев друг на друга. Это позволяет последующий процесс движения слоев рассматривать без учета контактного взаимодействия, обеспечивая тем самым возможность применения описанной модели контакта слоев. В расчетах начиная с момента времени  $t^*$  описание процесса потери устойчивости проводилось только для внутреннего слоя. Сравнение результатов по конечному состоянию внутреннего слоя оболочки с данными опыта 3 (табл. 2) приведе-



Р и с. 4



Р и с. 5

но на рис. 5 (1 — эксперимент, 2 — расчет). Можно отметить вполне удовлетворительное качественное и количественное их согласие.

Из анализа результатов расчета следует, что на этапе упругого деформирования в двухслойной оболочке возбуждается изгибная форма ( $n_1 = 4$ ) с частотой, близкой к половине радиальной. Эта изгибная форма в обоих слоях оболочки в своих горбах и впадинах навязывает граничные условия типа «жесткая стенка» (запрещены касательные смещения и угол поворота сечения, радиальное смещение свободно от связей), что ведет к дроблению сечения оболочки на изолированные криволинейные элементы (в данном случае на восемь), которые при движении к геометрическому центру теряют устойчивость по изгибной форме, соответствующей второй области неустойчивости ( $n_2 = 10-13$ ). Здесь криволинейный элемент ведет себя как стержень, подвергаемый ударному осевому сжатию.

Таким образом, на основе результатов экспериментов и приведенной численной модели рассмотрен процесс потери устойчивости цилиндрических оболочек при импульсном обжатии. Согласие расчета и экспериментов по остаточному состоянию двухслойной оболочки указывает на определенную достоверность толкования этого процесса.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Абрахамсон Г. Р. Критическая скорость разрушения цилиндрической оболочки кругового поперечного сечения без выпучивания // Нестационарные процессы в деформируемых телах. — М.: Мнр, 1976. — (Новое в зарубежной науке. Сер. Механика. — Вып. 8).
2. Воев Г., Флоренс А. Выпучивание цилиндрических оболочек при пластическом течении в условиях импульсного нагружения // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Прикл. механика. — 1970. — № 1.
3. Lyons W. C. Elastic and plastic buckling of cylindrical shells subjected to impulsive loads // Arch. Mechaniki Stosowanej. — 1970. — V. 1, N 22.
4. Флоренс А. Потеря устойчивости вязкопластическими цилиндрическими оболочками при импульсном нагружении // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Прикл. механика. — 1969. — № 3.
5. Иванов А. Г., Минеев В. Н., Тюнькин Е. С. Импульсное схлопывание стальных цилиндрических оболочек // Изв. АН СССР. МТТ. — 1982. — № 2.
6. Скурлатов Э. Д. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрических оболочек под действием подвижных нагрузок // Тр. VIII Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. — М.: Наука, 1973.
7. Абакумов А. И., Квасков Г. А., Новиков С. А. и др. Исследование упругопластического деформирования цилиндрических оболочек при осевом ударном нагружении // ПМТФ. — 1988. — № 3.
8. Баженов В. Г., Ломунов В. К. Исследование упругопластического выпучивания оболочек вращения при ударном нагружении // Прикл. проблемы прочности и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб./Горьк. ун-т. — 1985. — Вып. 2.
9. Линдберг Г. Повышение напряжений в кольце при динамической потере устойчивости // Нестационарные процессы в деформируемых телах. — М.: Мнр, 1976. — (Новое в зарубежной науке. Сер. Механика. — Вып. 8).
10. Абакумов А. И., Егунов В. В., Иванов А. Г. и др. Расчетно-экспериментальное исследование деформации оболочек взрывных камер // ПМТФ. — 1984. — № 3.

г. Москва

Поступила 26/XII 1988 г.,  
в окончательном варианте — 31/VII 1989 г.