

ДВУМЕРНАЯ ЗАДАЧА О МЕТАНИИ ПЛАСТИНЫ СКОЛЬЗЯЩЕЙ ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНОЙ

А. А. Дерибас, Г. Е. Кузьмин

(Новосибирск)

Рассматривается несимметричный разлет продуктов взрыва, ограниченных с одной стороны линией разлета в вакуум, а с другой стороны пластинкой, форма которой заранее также неизвестна.

При метании металлической пластины плоским зарядом взрывчатого вещества (ВВ) картина разлета продуктов взрыва будет трехмерной. Однако в случае, когда длина и ширина заряда значительно больше его высоты, можно в первом приближении пренебречь влиянием бокового разлета продуктов взрыва и рассматривать двумерную схему метания.

Задача сводится к плоскому стационарному сверхзвуковому движению газа. Решение этой задачи получено численным расчетом на ЭВМ методом характеристик с предварительным расчетом начального сверхзвукового участка методом степенных рядов.

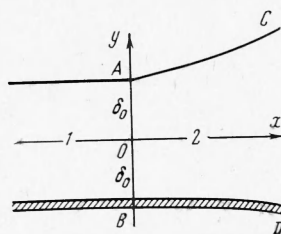
Симметричная задача о разлете продуктов взрыва рассматривалась ранее многими авторами, здесь укажем одну из наиболее ранних работ Хилла и Пэка [1].

1. Постановка задачи. Картина движения изображена на фиг. 1. Здесь в области 1 находится недетонировавшее ВВ, детонационная волна *AB* движется влево со скоростью *D*, в области 2 находятся разлетающиеся продукты взрыва. Возьмем прямоугольную систему координат, движущуюся вместе с детонационной волной. В этой системе детонационная волна неподвижна, в области 1 газ плотностью ρ_0 движется вправо со скоростью *D*, на линии *AB* параметры течения определяются условиями Чепмена — Жуге, причем скорость течения равна скорости звука в продуктах детонации. Течение в области 2 сверхзвуковое, линия *AB* есть звуковая линия.

Итак, рассматриваем следующую газодинамическую задачу: найти параметры течения в области 2, занятой политропным газом. В этой области выполняются уравнения плоского стационарного безвихревого движения газа при отсутствии трения и теплопроводности: уравнение неразрывности, условие отсутствия вихрей, уравнение Бернулли.

Известна также связь давления с плотностью в предположении, что продукты взрыва представляют собой политропный газ с показателем адиабаты *k*

$$p = \frac{D^2 k^k}{\rho_0^{k-1} (k+1)^{k+1}} \rho^k \quad (1.1)$$



Фиг. 1

Кроме того, известна связь между параметрами течения в области 1 и параметрами на звуковой линии *AB*

$$\rho_D = \frac{k+1}{k} \rho_0, \quad u_D = a_D = \frac{kD}{k+1}, \quad v_D = 0, \quad p_D = \frac{\rho_0 D^2}{k+1}$$

Индекс 0 относится к параметрам в области 1, индекс *D* — к параметрам на звуковой линии. Для скорости звука из (1.1) легко получить

$$a^2 = a_D^2 (\rho / \rho_D)^{k-1}$$

Введем новую неизвестную функцию $\phi(x, y)$ — потенциал скорости, так что

$$u = \partial\phi / \partial x, \quad v = \partial\phi / \partial y$$

Запишем теперь граничные условия, которым должны удовлетворять параметры потока в области 2. Имеем

$$\text{на звуковой линии } x = 0, \quad -\delta_0 \leq y \leq \delta_0$$

$$p = p_D, \quad u = u_D = a_D, \quad v = 0, \quad \rho = \rho_D$$

$$\text{на свободной поверхности } y = g(x)$$

$$p = 0, \quad v - ug'(x) = 0$$

$$\text{на пластине } y = f(x)$$

$$v + uf'(x) = 0$$

$$(\delta_0 \text{ — половина толщины слоя ВВ})$$

Кроме того, на пластинку накладывается дополнительное граничное условие. Это условие получено в работе [2] в виде

$$\frac{f''(x)}{[1 + (f'(x))^2]^{3/2}} = \frac{p[x, f(x)]}{\rho_1 \delta_1 D^2} \quad (1.2)$$

Здесь ρ_1 и δ_1 — соответственно плотность и толщина метаемой пластинки, $p[x, f(x)]$ — давление на пластинке в точке $[x, f(x)]$. При этом пластинка предполагалась слоем несжимаемой жидкости. Кроме того, считалось, что единственная сила, действующая на элемент пластинки, есть давление продуктов взрыва, действующее по нормали к пластинке. Скорость каждого элемента пластинки в направлении касательной к кривой $y = f(x)$ предполагалась в неподвижной системе координат равной скорости детонации.

Перейдем к безразмерным параметрам по формулам

$$\begin{aligned} x &= \delta_0 x', & y &= \delta_0 y', & u &= a_D u', & v &= a_D v' \\ a &= a_D a', & \rho &= \rho_D \rho', & p &= p_D p', & \varphi &= a_D \delta_0 \varphi' \end{aligned} \quad (1.3)$$

Величины со штрихами в этих формулах обозначают безразмерные переменные.

Тогда получим следующие уравнения (штрихи опускаем):

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0, \quad u^2 \pm v^2 = 1 - 2 \int_1^{\rho} \frac{a^2 d\rho}{\rho} \quad (1.4)$$

$$a^2 = \rho^{k-1}, \quad u = \partial\varphi / \partial x, \quad v = \partial\varphi / \partial y \quad (1.5)$$

с граничными условиями

на звуковой линии $x = 0, \quad -1 \leq y \leq 1$

$$p = 1, \quad u = 1, \quad v = 0, \quad \rho = 1 \quad (1.6)$$

на свободной поверхности $y = g(x)$

$$p = 0, \quad v - u g'(x) = 0 \quad (1.7)$$

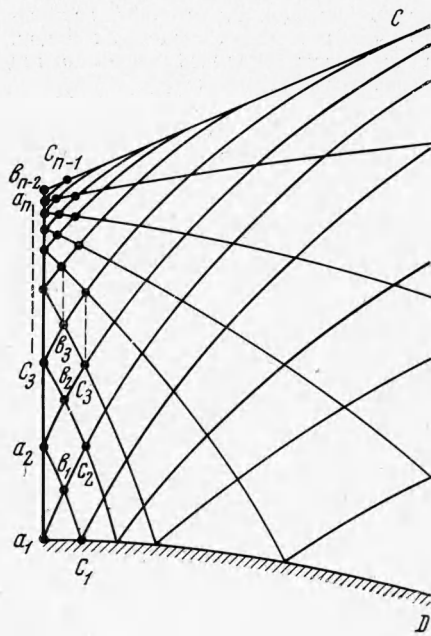
на пластинке $y = f(x)$

$$v + u f'(x) = 0,$$

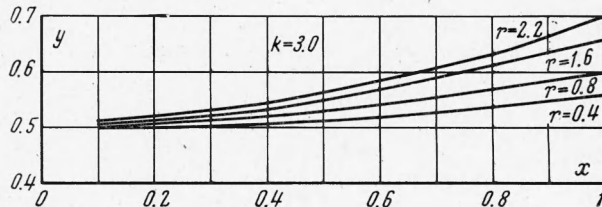
$$\frac{f''}{(1 + f'^2)^{3/2}} = \frac{r p}{k + 1} \quad \left(r = \frac{\rho_0 \delta_0}{\rho_1 \delta_1} \right) \quad (1.8)$$

Численное решение задачи (1.4), (1.5) с граничными условиями (1.6) — (1.8) было получено методом характеристик на ЭВМ с предварительным расчетом начального сверхзвукового участка методом степенных рядов.

2. Расчет сверхзвукового движения газа. Задачу о расчете начального сверхзвукового участка рассматривали многие авторы (см. [1,3,5]). Здесь в основном использовался метод, предложенный в работе [1]. Представляя искомые функции в виде рядов в окрестности прямой звуковой линии, из уравнений (1.4) получаем две бесконеч-



Фиг. 2



Фиг. 3

ные системы уравнений для определения коэффициентов этих рядов. Ограничиваясь величинами третьего порядка малости, получаем решение в виде

$$u = 1 + 3P(y) x^2, \quad v = P'(y) x^3, \quad \rho = 1 - 3P_-(y) x^2$$

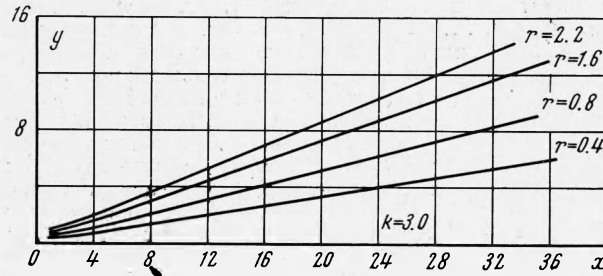
Здесь функция $P(y)$ определяется уравнением

$$P'' = 18(k+1)P'^2$$

решение которого

$$P(y) = \sqrt[3]{-C_1} \wp \left\{ \sqrt[6]{-C_1} [\sqrt{3(k+1)}y + C_2]; 0, 1 \right\}$$

определяется функцией Вейерштрасса с действительным полупериодом $\omega_2 = 1.52995$; значения этой функции приведены в таблицах [4]. Исходя из граничных условий на



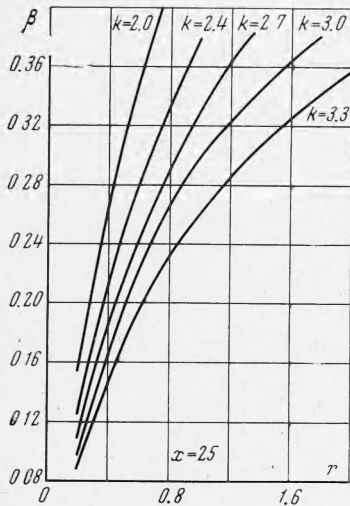
Фиг. 4

свободной поверхности и на пластинке и из свойств функции Вейерштрасса, две константы C_1, C_2 определяются однозначно.

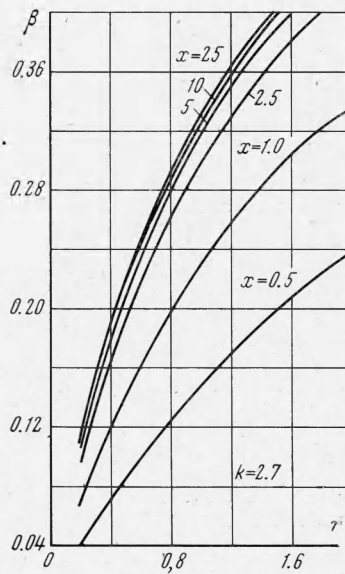
Окончательно имеем

$$P(y) = \left[\frac{1.52995}{2\sqrt{3(k+1)}} \right]^2 \wp \left[\frac{1.52995}{2}(y+3); 0, 1 \right]$$

Функция $P(y)$ имеет полюс в точке встречи прямой звуковой линии со свободной поверхностью, поэтому необходимо еще определить течение в окрестности этой точки. Но это течение, как показано в работе [1], описывается решением Прандтля — Майера.



Фиг. 5



Фиг. 6

Таким образом, на первом этапе была построена нехарактеристическая линия, условия на которой были затем взяты в качестве граничных условий при расчете движения газа методом характеристик.

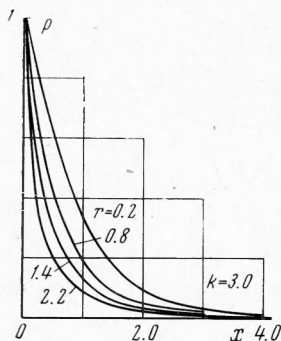
При расчете сверхзвукового движения газа приходится решать три элементарные задачи: (а) — расчет точки в поле течения, (б) — расчет точки на пластинке, (в) — расчет точки на свободной поверхности. Все эти задачи решаются стандартными методами, изложенными, например, в работе [6].

3. Алгоритм решения задачи и результаты расчета. Общая картина сетки характеристик приведена на фиг. 2. Здесь a_1, a_2, \dots, a_n — рассчитанная нехарактеристическая линия, $a_n C$ — свободная поверхность, $a_1 D$ — пластинка.

Параметры течения известны в точках $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$. Решая последовательно задачу (а) для пар точек $a_1, a_2; a_2, a_3; \dots; a_{n-2}, a_{n-1}$, находим некоторую вспомогательную кривую b_1, b_2, \dots, b_{n-2} . Затем, решая задачу (б) для точек b_1 и a_1 , находим точку c_1 , а точку c_{n-1} находим по известной точке a_n , на свободной поверхности. Далее определяем точки c_2, c_3, \dots, c_{n-2} , решая задачу (а) соответственно для пар точек $b_1 b_2; b_2, b_3, \dots, b_{n-3} b_{n-2}$. Таким образом, получаем параметры течения на некоторой новой нехарактеристической кривой c_1, c_2, \dots, c_{n-1} . После получения каждой новой нехарактеристической кривой описанный процесс повторяется снова. Описанный алгоритм позволяет рассчитать сверхзвуковое течение как угодно далеко (в зависимости от числа заданных точек на нехарактеристической кривой).

Программа, составленная на языке АЛГОЛ-60, содержит три произвольных параметра: k — показатель адиабаты продуктов взрыва, r — отношение массы ВВ к массе пластинки, n — число известных точек на нехарактеристической кривой.

Результаты расчетов приведены в виде графиков. Здесь x и y измерены в единицах толщины заряда, а p измерено в единицах давления Чепмена — Жуге. На фиг. 3 и 4 изображена форма пластинки в плоскости переменных x, y для различных значений r при $k = 3.0$. На фиг. 5 приведена зависимость угла наклона пластинки β от r при $x = 25.0$ для различных значений показателя адиабаты k . На фиг. 6 изображена зависимость



Фиг. 7

зависимость β от r для различных значений x при $k = 2.7$. Наконец, на фиг. 7 представлена зависимость давления p на пластинке от x при $k = 3.0$ для различных r . На всех фигурах расстояние x измеряется от фронта детонационной волны.

Авторы благодарят Л. В. Овсянникова за внимание к работе и полезные замечания.

Поступила 24 IV 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Hill R., Pack D. C. An investigation by the method of characteristics of the lateral expansion of the gases behind a detonation slab of explosive. Proc. Roy. Soc., Ser. A, 1947, vol. 191, № 1027.
2. Дерibas А. А., Кудинov В. М., Матвеевков Ф. И., Симонов В. А. Определение параметров соударения плоских тел, метаемых ВВ, в условиях сварки взрывом. Физика горения и взрыва, 1967, № 2, т. 3.
3. Овсянников Л. В. Исследование газовых течений с прямой звуковой линией. Тр. Ленингр. Краснозн. воен.-воздушн. инж. акад. им. А. Ф. Можайского, 1950, вып. 33.
4. Янке Е., Эмде Ф. Таблицы функций с формулами и кривыми. М., Физматгиз, 1959.
5. Noskin N. E., Allan J. W. S., Baily W. A., Lethaby J. W., Skidmore I. C. The motion of plates and cylinders driven by detonation waves at tangential incidence. Proc. 4-th. Sympos. (Internat.) detonat., White Oak, Md. 1965, Washington, 1967.
6. Кацкова О. Н., Наумова И. Н., Шмыглевский Ю. Д., Шулшина Н. П. Опыт расчета плоских и осесимметричных сверхзвуковых течений газа методом характеристик. М., Изд. ВЦ АН СССР, 1961.