

ОБТЕКАНИЕ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ НЕРАВНОВЕСНО-ИОНИЗОВАННЫМ ИЗЛУЧАЮЩИМ ГАЗОМ

Н. В. Леонтьева, Ю. П. Лунькин, А. А. Фурсенко

(Ленинград)

Кинетика ионизации и излучения в ударном слое

Исследуется гиперзвуковое обтекание затупленных тел неравновесно-ионизованным одноатомным невязким излучающим газом. В качестве примера приведен расчет обтекания аргоном тел со сферическим затуплением. В области между фронтом ударной волны и поверхностью тела учитывается столкновительная ионизация через возбужденный уровень и передача энергии от тяжелых частиц электронному газу в результате упругих столкновений электронов с ионами и атомами, а также фотоионизация с основного и возбужденного уровней и поглощение резонансного излучения.

Предполагается, что в ударном слое возбужденные состояния атомов устанавливаются в равновесие со свободными электронами [1]. При этом скорость изменения заселенности возбужденного состояния можно положить равной нулю и скорость столкновительной ионизации, определяемая разностью между скоростями возбуждения и девозбуждения, дается выражением

$$\dot{n}_+ = \dot{n}_{aa} + \dot{n}_{ea} = [K_e(1, 2)n_e n(1) - K_e(2, 1)n(2)n_e] + [K_a(1, 2)n_a n(1) - K_a(2, 1)n(2)n_a],$$

где $n_a = n(1) + n(2)$. Здесь \dot{n}_{ea} , \dot{n}_{aa} — скорости ионизации электрон-атомным и атом-атомным ударом; n_e — концентрация электронов; $n(1)$, $n(2)$ — концентрация атомов в основном и возбужденном состояниях; $K_e(1, 2)$, $K_e(2, 1)$ — коэффициенты скоростей возбуждения и девозбуждения при электронном ударе; $K_a(1, 2)$, $K_a(2, 1)$ — коэффициенты скоростей возбуждения и девозбуждения при атомном ударе.

Выведем формулу для скорости ионизации электронным ударом. Поскольку в равновесии все прямые процессы скомпенсированы обратными, то

$$K_e(1, 2)n_e n(1) = K_e(2, 1)n(2)n_e$$

и, следовательно,

$$K_e(2, 1) = K_e(1, 2) \frac{g_1}{g_2} \exp\left(\frac{T_{ex}}{T_e}\right). \quad (1)$$

Используя (1), получим

$$\dot{n}_{ea} = K_e(1, 2)n_e n(1) \left[1 - \frac{n(2)g_1}{n(1)g_2} \exp\left(\frac{T_{ex}}{T_e}\right) \right].$$

Здесь g_1 , g_2 — статистические веса основного и возбужденного состояний атома; T_e — температура электронного газа; T_{ex} — температура возбуждения.

Учитывая, что возбужденные уровни устанавливают равновесие со свободными электронами, имеем [2]

$$\frac{n_e^2}{n(2)} = \frac{g_1}{g_2} \frac{2(2\pi m_e k T_e)^{3/2}}{h^3} \exp\left(-\frac{T_{i2}}{T_e}\right),$$

где m_e — масса электрона; k — постоянная Больцмана; h — постоянная Планка; $T_{i2} = T_j - T_{ex}$ — потенциал ионизации возбужденного состояния (T_j — температура ионизации). Поскольку $T_{ex} \approx T_j$, то

$$n(1) \approx n_a = (1 - \alpha) \frac{\rho}{m_a}.$$

Здесь α — степень ионизации, ρ — плотность газа, m_a — масса газа. Вводя $\alpha_E(T_e)$ как решение уравнения Саха и проводя необходимые преобразования, окончательно получим

$$\dot{n}_{ea} = \alpha(1 - \alpha) \left(\frac{\rho}{m_a}\right)^2 K_e(1, 2) \left[1 - \frac{\alpha^2}{1 - \alpha} \frac{1 - \alpha_E(T_e)}{\alpha_E^2(T_e)}\right],$$

где α_E — степень равновесной ионизации газа. Согласно [3],

$$K_e(1, 2) = 2C_e \sqrt{\frac{2}{\pi m_e}} (kT_e)^{3/2} \left(\frac{T_{ex}}{T_a} + 2\right) \exp\left(-\frac{T_{ex}}{T_e}\right),$$

$$C_e = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{Дж} [1].$$

Если атом-атомная ионизация происходит через возбужденный уровень, вывод выражения для \dot{n}_{aa} аналогичен выводу выражения для \dot{n}_{ea}

$$\dot{n}_{aa} = (1 - \alpha)^2 \left(\frac{\rho}{m_a}\right)^2 K_a(1, 2) \left[1 - \frac{\alpha^2}{1 - \alpha} \frac{1 - \alpha_E(T_e)}{\alpha_E^2(T_e)} \exp\left(\frac{T_{ex}}{T_e} - \frac{T_{ex}}{T_e}\right)\right].$$

Коэффициент скорости $K_a(1, 2)$, приведенный в [3], имеет вид:

$$K_a(1, 2) = 2C_{aex} \sqrt{\frac{1}{\pi m_a}} (kT_a)^{3/2} \left(\frac{T_{ex}}{T_a} + 2\right) \exp\left(-\frac{T_{ex}}{T_a}\right),$$

$C_{aex} = 1,56 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{Дж}$ [4]. Если атом-атомная ионизация происходит прямо из основного состояния, то

$$\dot{n}_{aa} = (1 - \alpha)^2 \left(\frac{\rho}{m_a}\right)^2 \frac{2C_{ag}}{(\pi m_a)^{1/2}} (kT_a)^{3/2} \left(\frac{T_j}{T_a} + 2\right) \exp\left(-\frac{T_j}{T_a}\right),$$

$$C_{ag} = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{Дж} [5].$$

Заметим, что при выводе выражений \dot{n}_{ea} , \dot{n}_{aa} и функции источника в уравнении переноса излучения в [3] была допущена ошибка. Такие же ошибочные выражения использовались позднее в [6, 7]. Как показали наши исследования, отмеченная ошибка является существенной. В частности, профиль лучистого потока, рассчитанный с использованием функции источника из [3], имеет два максимума [6]. Расчет по правильной формуле дает, как и следовало ожидать, только один максимум.

Электронный газ получает энергию от тяжелых частиц при упругих столкновениях электрон — ион и электрон — атом. Скорости этих процессов равны соответственно:

$$\omega_{ie} = \left(\frac{\rho}{m_a}\right)^2 \alpha^2 \frac{e^4}{m_a} \left(\frac{8\pi m_e}{kT_e}\right)^{1/2} \left(\frac{T_a}{T_e} - 1\right) \ln \left[\frac{9(kT_e)^3}{4\pi n_e e^6} + 1 \right],$$

$$\omega_{ae} = \left(\frac{\rho}{m_a}\right)^2 \alpha(1 - \alpha) \frac{24\sigma}{m_a} \left(\frac{2m_e}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{T_a}{T_e} - 1\right) (kT_e)^{5/2} \left[1 - \frac{C_1}{T_e} + \frac{C_2}{T_e(1 + C_3 T_e)}\right],$$

где $\sigma = 0,14 \text{ м}^2/\text{Дж}$; $C_1 = 0,18 \cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{К}$; $C_2 = 0,28 \cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{К}$; $C_3 = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ } 1/^\circ\text{К}$ [5].

Скорость фотоионизации основного уровня \dot{n}_{gr} и выражение для потока лучистой энергии q приведены в [8, 9]. В наших расчетах принималась «ступенчатая» аппроксимация коэффициента поглощения κ от частоты ν . Для учета излучения континуума с возбужденного уров-

ния в ударном слое была принята модель объемного высвечивания [10].

Наряду с указанными выше механизмами учитывался и перенос излучения в резонансной линии ($3p^6 1S_0 - 3p^5 4S^1 p_1$). Для этого рассматривалось решение соответствующего уравнения переноса излучения. В нашем случае при расчете коэффициента резонансного поглощения k_v учитывались доплеровское, резонансное и штарковское уширения линии [11]. Одновременный учет этих эффектов приводит к следующему выражению для k_v [12]

$$k_v = k_0 \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-y^2) dy}{a^2 + (\omega - y)^2},$$

где k_0 — коэффициент поглощения в центре линии. Тогда исходная система уравнений запишется в виде:

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{v}{\rho r} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} + \frac{2u}{r} + \frac{v}{r} \operatorname{ctg} \theta = 0, \quad (2)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (3)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta}, \quad (4)$$

$$\left(\rho u \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\rho v}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \left[\frac{V^2}{2} + \frac{3}{2} R (T_a + \alpha T_e) + \alpha R T_i \right] = -\frac{\partial q}{\partial r}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \left(\rho u \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\rho v}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \left[\frac{5}{2} R T_e \alpha \right] = \omega_{ae} + \omega_{ie} - k T_i \dot{n}_{ea} + \frac{3}{2} k T_0 \dot{n}_{aa} + \\ + k T_e \dot{n}_{gr} - k T_i \dot{n}_{ex} - e n_e \vec{E} \cdot \vec{U}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial \alpha}{\partial r} + \frac{\rho v}{r} \frac{\partial \alpha}{\partial \theta} = m_a (\dot{n}_{rad} + \dot{n}_{ea} + \dot{n}_{rad}) \\ (\dot{n}_{rad} = \dot{n}_{gr} + \dot{n}_{ex}), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{m_e}{m_a} \rho_i (\vec{V} \nabla) \vec{V} = -\nabla p_e - e n_e \vec{E}, \quad (8)$$

$$p = \rho R (T_a + \alpha T_e). \quad (9)$$

Здесь V , u , v — вектор скорости и его составляющие по радиус-вектору r и по нормали к нему; θ — полярный угол; p — полное давление; E — напряженность поля поляризации; R — удельная газовая постоянная; ρ_i — плотность ионного газа; T_0 — температура, которую имеют электроны, образовавшиеся в результате атом-атомных столкновений. Поскольку нет достаточно надежных данных относительно энергий, образующихся за счет этой реакции электронов, принималось $T_0 \approx T_{eb}$.

В отличие от [6] в системе уравнений (2)–(9) учтено поле поляризации, препятствующее разделению зарядов [13]. К ним необходимо добавить уравнение переноса излучения для континуума, которое в приближении локально-одномерного слоя приведено в [8, 9], и для резонансной линии.

Граничные условия к системе уравнений (2)–(9) аналогичны условиям в [6, 9], за исключением соотношения для электронной температуры, учитывающего адиабатическое сжатие электронного газа в скачке

$$T_{eb} = \left(\frac{\rho_b}{\rho_\infty} \right)^{\gamma-1} \cdot T_{e\infty},$$

где γ — отношение удельных теплоемкостей.

Предполагалось, что значение степени ионизации α при переходе через фронт ударной волны не терпит разрыва. Вопрос о величине α перед фронтом будет рассмотрен ниже. Исходная система уравнений была переписана в координатах θ , ξ ($\xi = r - r_T/r_B - r_T$, r_T и r_B — радиус-векторы поверхности тела и волны) и обезразмерена так же, как в [9].

Расчет параметров в прогривном слое

В прогривном слое, который по сравнению с ударным характеризуется значительно более низкой температурой и концентрацией электронов, определяющим процессом является ионизация и возбуждение атомов при поглощении выходящего из ударного слоя излучения. В отличие от [10, 14] в настоящей работе кроме поглощения излучения в прогривном слое были рассмотрены столкновительные процессы с участием возбужденного уровня.

Используя результаты [1, 15] и проведя преобразования, аналогичные сделанным при выводе скоростей реакций в ударном слое, получим

$$\begin{aligned} \dot{n}_{12} &= \alpha(1 - \alpha - \alpha^*) \rho^2 \frac{4C_e}{m_a \sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{m_a}{m_e}} (RT_e)^{3/2} \left[\frac{T_{ex}}{T_e} + 2 \right] \times \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{T_{ex}}{T_e}\right) \cdot \left[1 - \frac{\alpha^*}{1 - \alpha - \alpha^*} \frac{g_1}{g_2} \exp\left(\frac{T_{ex}}{T_e}\right) \right], \\ \dot{n}_{23} &= \alpha\alpha^* \rho \frac{1}{(RT_e)^{3/2}} \cdot \frac{4\pi\epsilon^4}{\sqrt{2\pi} m_e \cdot m_a^3} \left[\frac{T_e}{T_{i2}} \exp\left(-\frac{T_{i2}}{T_e}\right) - E_1\left(\frac{T_{i2}}{T_e}\right) \right] \times \\ &\quad \times \left[1 - \frac{\alpha^2}{\alpha^*} \frac{\rho}{\rho_j} \left(\frac{T_j}{T_e}\right)^{3/2} \frac{g_2}{g_1} \exp\left(\frac{T_{i2}}{T_e}\right) \right]. \end{aligned}$$

Поскольку протяженность прогривного слоя много больше характерного размера тела [10], исходную систему уравнений можно записать в виде

$$\begin{aligned} \rho u &= \text{const}, \\ u \frac{du}{dr} &= -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr}, \\ \rho u \frac{d}{dr} \left(\frac{u^2}{2} + E + \frac{p}{\rho} \right) &= -\frac{dq}{dr} - \rho\alpha^* A_{21} g_{i_2} \frac{h\nu_{12}}{m_a}, \\ \rho u \frac{d}{dr} \left(\frac{5}{2} RT_e \alpha \right) - u \frac{d}{dr} (RT_e \alpha \rho) &= \omega_{ae} + \omega_{ie} - kT_{i_2} \dot{n}_{23} - \\ &\quad - kT_{ex} \dot{n}_{12} - kT_1 (\dot{n}' + \dot{n}_{gr}), \\ \rho u \frac{d\alpha}{dr} &= m_a [\dot{n}_{23} + \dot{n}_{gr} + \dot{n}'], \\ \rho u \frac{d\alpha^*}{dr} &= m_a \left[\dot{n}_{12} - \dot{n}_{23} + \dot{n}_{ex} - \dot{n}' - \rho\alpha^* \frac{A_{21} g_{i_2}}{m_a} \right], \\ p &= \rho R (T_a + \alpha T_e). \end{aligned}$$

Здесь α^* — относительная концентрация возбужденных атомов, \dot{n}_{gr} , \dot{n}' , \dot{n}_{ex} — скорости фотоионизации с основного и возбужденного состояний и фотовозбуждения; g_{i_2} — Гаунт-фактор.

Метод решения и некоторые результаты

Метод решения задачи, как и в [9], сводится к двойным итерациям. Внутренний итерационный цикл заключается в нахождении положения и формы ударной волны при заданном распределении поля из-

лучения, в то время как само поле излучения определяется во внешнем итерационном цикле. В качестве начальной итерации принимается течение при отсутствии излучения. Внешний итерационный цикл продолжается до тех пор, пока на двух последовательных итерациях не совпадут с заданной степенью точности как газодинамические, так и радиационные поля.

Расчеты показали, что в интервале рассмотренных условий учет как резонансного излучения, так и прогревного слоя слабо влияет на положение ударной волны и газодинамические поля ударного слоя. Основную роль в образовании затравочных электронов, необходимых

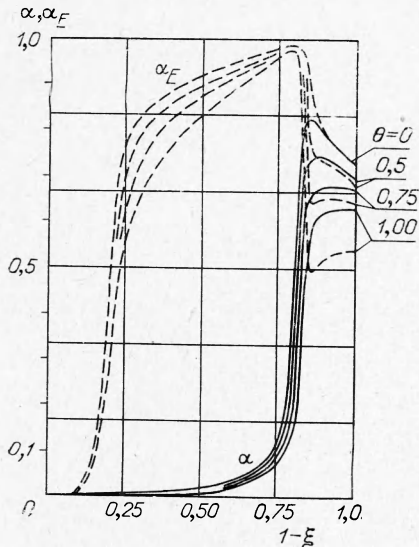


Рис. 1.

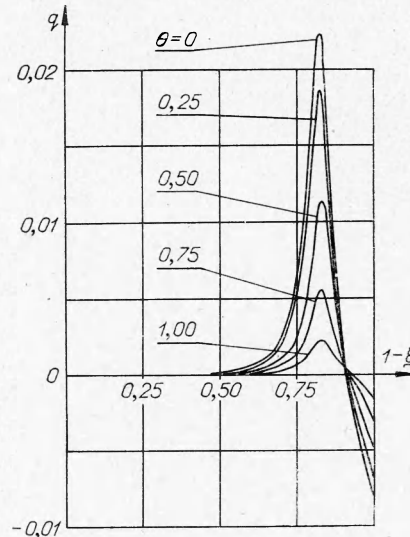


Рис. 2.

для начала электронной лавины, играет атом-атомная ионизация через возбужденный уровень.

Так, для $M_\infty=32$, $p_\infty=100$ Н/м², $T_{a\infty}=T_{e\infty}=300^\circ$ К тепловой поток резонансного излучения на тело составляет меньше 20% от лучистого теплового потока в континууме с основного уровня, а величина отхода ударной волны с учетом прогревного слоя и резонансного излучения всего на 2% меньше величины отхода, полученной без учета этих механизмов. Поэтому большинство расчетов было выполнено с учетом только излучения континуума с основного уровня.

В качестве примера рассмотрено распределение параметров на расчетных лучах $\theta=0; 0,25; 0,5; 0,75; 1,00$ рад при обтекании сферического затупления радиусом 0,04 м с коэффициентом черноты поверхности $\delta=0,5$ и условиями в набегающем потоке: $M_\infty=30$, $p_\infty=150$ Н/м², $T_{a\infty}=T_{e\infty}=300^\circ$ К. Величина степени ионизации на фронте ударной волны определялась из условия полного поглощения излучения, выходящего с фронта. На рис. 1 приведены значения $\alpha(\xi, \theta)$ и $\alpha_E(\xi, \theta)$. Видно, что с увеличением θ степень ионизации α падает. При учете излучения вблизи поверхности тела появляется радиационный энтропийный слой, характеризующийся понижением α и температур T_a и T_e . При растекании газа вдоль ударного слоя происходит понижение равновесного значения степени ионизации α_E , определяемого из уравнения Саха при температуре T_e . С ростом θ все большую роль играет рекомбинация. Видно, что из-за сравнительно малой скорости рекомбинации значения α на верхних лучах могут значительно превышать соответствующие равновесные значения α_E .

Рис. 2 отражает изменение безразмерного значения лучистого потока q поперек ударного слоя на расчетных лучах. С увеличением угла θ максимум лучистого потока из околоравновесной области резко убывает. В области максимальных градиентов α линейный характер изменения нормальной составляющей скорости нарушается. Так на верхнем луче ($\theta=1$ рад) вблизи поверхности тела u меняет знак и приближается к нулю из положительной области.

Подведем итоги проведенной работы.

Рассмотрено гиперзвуковое обтекание сферического затупления неравновесно-ионизованным одноатомным невязким излучающим газом с учетом опережающего излучения. Для расчета параметров течения была решена система газодинамических уравнений совместно с уравнениями переноса излучения. В интервале рассмотренных параметров учет резонансного излучения слабо влияет на положение ударной волны и газодинамические поля в ударном слое. Показано, что из-за сравнительно малой скорости рекомбинации значения степени ионизации на верхних лучах могут значительно превышать соответствующие равновесные значения.

Поступила в редакцию
21/V 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Е. Petschek, S. Yegor. *Ann. of Phys.*, 1957, 1, 270.
2. Ю. Рихтер. В сб. «Методы исследования плазмы». Под ред. В. Лохте-Хольтгревена. М., «Мир», 1971.
3. С. Е. Chapin. *Purdue Univ. Report AA&ES*, 1967, 67, 9.
4. T. I. McLaren, R. M. Hobson. *Phys. Fluids*, 1968, 11, 10.
5. Л. М. Биберман, И. Т. Якубов. *ЖТФ*, 1963, 33, 11.
6. Л. Б. Гавин, Ю. П. Лунькин. *ПМТФ*, 1972, 1.
7. H. F. Nelson, R. Goulard. *Phys. Fluids*, 1969, 12, 8.
8. J. H. Clarke, C. Ferrari. *Phys. Fluids*, 1965, 8, 12.
9. М. Д. Кременецкий, Н. В. Леонтьева, Ю. П. Лунькин. *ПМТФ*, 1971, 4.
10. Р. А. Доббинс. *Ракетная техника и космонавтика*, 1970, 8, 3.
11. Г. Грим. *Спектроскопия плазмы*. М., Атомиздат, 1969.
12. Р. Эмрих, Р. И. Солоухин. *ФГВ*, 1972, 8, 1.
13. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*. М., «Наука», 1966.
14. А. К. Кондря, Н. В. Леонтьева. *ПМТФ*, 1972, 4.
15. S. S. R. Murthy. *JQSRT*, 1968, 8.

УДК 566.468+532.5

О РЕШЕНИИ НЕКОТОРЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ АЭРОТЕРМОХИМИИ

А. М. Гришин, А. Я. Кузин

(Томск)

Для расчетов процессов воспламенения, горения и теплообмена реагирующего твердого тела с высокоэнтальпийным потоком газа необходимо знать термокинетические постоянные (энергии активации и предэкспоненты) гетерогенных химических реакций.

Из обзора методов определения термокинетических постоянных [1] следует, что в настоящее время определяют термокинетические постоянные при помощи характеристик воспламенения, анализа кривых