

## РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

УДК 539.375; 622.023.23

### РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД И МАТЕРИАЛОВ СО СТРУКТУРОЙ В НЕОДНОРОДНЫХ ПОЛЯХ НАПРЯЖЕНИЙ

**В. П. Ефимов**

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,  
E-mail: efimov-pedan@mail.ru, Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Приведены экспериментальные данные по прочности хрупких горных пород, образцы которых в виде балок испытаны на изгиб, а в виде дисков с осевым отверстием разрушены по диаметру. На основе применения нелокального подхода к разрушению материала образцов выполнено сопоставление получаемой прочности испытанных пород с прочностью на растяжение. Показано, что проведенные испытания горных пород, разрушенных в разной геометрии, позволяют определить структурный параметр среды.

*Хрупкое разрушение, горные породы, нелокальные критерии прочности, структурный параметр*

DOI: 10.15372/FTPRPI20200404

Для установления физических и механических характеристик массива горных пород проводят испытания отобранных проб. Эксперименты на механическую прочность выполняют прямыми и косвенными способами, а данные сопоставляют между собой. Унификация результатов определения предела прочности на растяжение различными методами, приведение к эквивалентному однородному одноосному растяжению — актуальная проблема.

Разрушение образцов горных пород и геоматериалов в условиях неоднородного поля напряжений происходит при более высоких напряжениях, чем в испытаниях в однородных полях. Повышенная прочность зависит от нагруженного объема. Такое проявление масштабного фактора наиболее явно наблюдается при концентрации напряжений. Для расчетов на прочность в этих случаях не всегда правомерно применять традиционные локальные критерии прочности. Для описания разрушения в условиях неоднородных полей напряжений с учетом структурных особенностей среды получили широкое распространение нелокальные критерии прочности [1–5]. Разрушение материала рассматривается как физический процесс, протекающий не только в опасной точке, в которой достигается максимальное напряжение, но и в ее

окрестности. Такие модели разрушения используют представление о формировании в материале зон, в которых происходит перераспределение напряжений, — предразрушений [6–10], фиктивных трещин [11–13], поврежденностей [14, 15] и т. д. Так как мера изменения поля напряжений на характерном размере структуры — градиент [16], то предложен целый спектр критериев градиентного типа [17–19]. Общим свойством подобных моделей, независимо от их формы, интегрального критерия или средних напряжений [2, 20–22], критерия эквивалентного напряжения в точке [23, 24], критерия фиктивной трещины [4, 25], градиентного критерия [3, 26] и др., является введение линейного размера внутренней структуры материала. Это позволяет описать масштабный эффект. Введенный размер структуры среды во всех моделях считается постоянным, но различается от модели к модели. Определение структуры среды, основанной не только на формальной логике модели, а опирающейся на физические характеристики среды, — актуальная задача при использовании нелокального подхода.

Цель настоящей работы — получить оценку структуры среды из результатов испытаний образцов горных пород разной геометрии. Для каждой геометрии применяется модель с лучшей сходимостью с данными проведенных экспериментов. Рассмотрено две схемы нагружения: четырехточечный изгиб балки, в теле которой реализуется гладкое поле напряжения, и сдавливание керна с центральным отверстием по диаметру, в котором реализуется двусное напряженное состояние и концентрация напряжений в опасных точках на контуре отверстия. В результате обработки испытаний получена прочность среды, аналогичная прочности на растяжение, измеренной по стандарту.

#### МЕТОДИКА И ПРОВЕДЕНИЕ ИСПЫТАНИЙ

*Испытания на четырехточечный изгиб.* Схема испытаний образцов показана на рис. 1. Образцы пород размером  $120 \times 20 \times 20$  мм опирались на стальные ролики диаметром 8 мм, расположенные на полированном основании (на базе  $L = 100$  мм). Во избежание перекосов, усилие прикладывалось через шаровую опору 1 к пластине 2, которая через ролики такого же диаметра, расположенные на расстоянии  $g = 40$  мм, передавала нагрузку на образец [27].

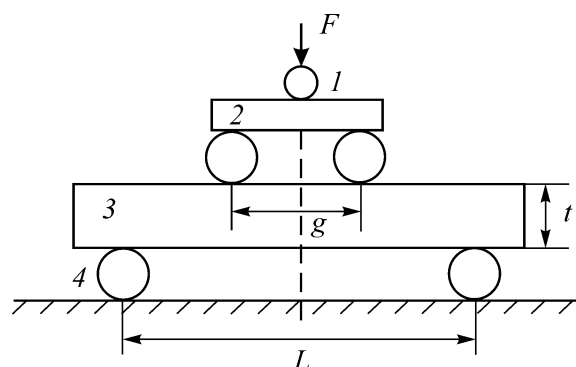


Рис. 1. Схема испытаний на четырехточечный изгиб

Расчет растягивающих напряжений в нижнем слое балки проведен в упругом приближении с равными значениями модулей Юнга при сжатии и растяжении по формуле

$$\sigma_{bend} = \frac{6M}{Bt^2} = \frac{3F(L-g)}{2Bt^2}, \quad (1)$$

где  $F$ ,  $M$  — максимальное значение усилия и момента соответственно;  $t$ ,  $B$  — толщина и ширина образца.

Образцы выпиливали из плит толщиной примерно 20 мм в одном направлении. Испытаниям подвергались образцы долерита, габброида, габбро-диорита, гранита и мрамора (табл. 1). Серия экспериментов для каждой породы охватывала 7–10 образцов. Испытания проводились на одной скорости подачи траверсы, равной 0.5 мм/мин, при нормальных условиях.

ТАБЛИЦА 1. Прочность испытанных горных пород, МПа

Порода	$\sigma_{tens}$	$\sigma_{bend}$	$\sigma_{bend} / \sigma_{tens}$	$t$ , мм
Долерит	$25.0 \pm 2.65$	$33.4 \pm 0.80$	1.34	19.0
Габброид	$23.1 \pm 2.28$	$33.6 \pm 1.20$	1.46	21.5
Габбро-диорит	$13.4 \pm 1.31$	$19.4 \pm 0.98$	1.45	20.0
Гранит	$11.2 \pm 0.98$	$15.4 \pm 1.33$	1.46	20.0
Мрамор Уфалейский	$6.9 \pm 0.46$	$15.5 \pm 0.80$	2.24	18.3

Примечание.  $\sigma_{tens}$  — временная прочность на растяжение, определенная по методу бразильской пробы;  $\sigma_{bend}$  — прочность на четырехточечный изгиб, рассчитанная по формуле (1);  $t$  — толщина балки.

Испытания дисков с центральным отверстием бразильским способом. Эксперименты по разрушению образцов с осевым отверстием проведены на тех же породах (рис. 2). Для уменьшения разброса механических свойств образцы горных пород выбуривались из одной плиты, высушивались и выдерживались после обработки длительный срок.

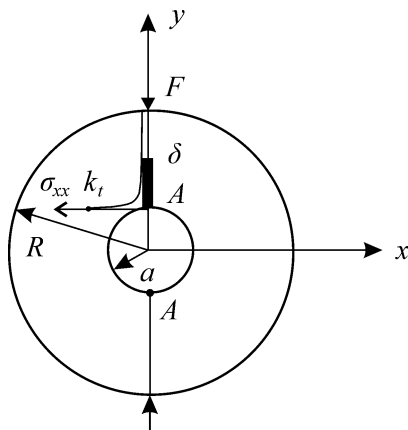


Рис. 2. Схема испытаний образцов горных пород с центральным отверстием ( $R$ ,  $a$  — радиус диска и осевого отверстия)

Плоскость разрушения образцов вдоль выделенного направления совпадала с плоскостью разрушения балок. Для стабилизации контактов образцов с нагрузочными плитами использовались прокладки из фторопласта (50 мкм). Все образцы горных пород имели диаметр приблизительно 38 мм и толщину 18–22 мм. У образцов из долерита диаметр центрального отверстия — 3.4 мм, у габброида, габбро-диорита, гранита и мрамора — 6.5 мм. Результаты испытаний образцов горных пород и прочностные характеристики приведены в табл. 2. В [28] подробно описано разрушение образцов горных пород и геоматериалов в виде кернов с отверстием.

**РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ**

Из табл. 1 и 2 следует, что прочность горных пород на растяжение, измеренная косвенным методом бразильской пробы, меньше напряжения в крайнем слое балки  $\sigma_{bend}$ , вычисленного по упругому решению, и локального максимального напряжения  $\sigma_c k_t$  в опасных точках  $A$  ( $\sigma_c = 2F / (\pi Dt)$ ) в случае раздавливания дисков по образующей (рис. 2). В данном случае неправомерно применять традиционные локальные критерии разрушения. Воспользовавшись нелокальными моделями разрушения в разных напряженных состояниях, можно определить структурный параметр, который будет соответствовать испытанной породе, а не только принятой модели.

ТАБЛИЦА 2. Прочность образцов с центральным отверстием  $\sigma_c$ , испытанных бразильским способом

Порода	$\sigma_c$ , МПа	$D$ , мм	$r$ , мм	$t$ , мм	$k_t$	$\sigma_{tens}$ , МПа	$K_{1c}$ , МПа·м <sup>1/2</sup>
Долерит	16.90±0.35	37.6	1.70	19.0	6.05	25.0±2.65	2.06
Габброид	10.80±0.64	38.0	3.25	21.5	6.96	23.1±2.28	2.00
Габбро-диорит	7.82±0.43	37.6	3.25	20.0	6.96	13.4±1.31	1.25
Гранит	7.00±1.03	37.6	3.25	20.0	6.96	11.2±0.98	1.14
Мрамор Уфалейский	5.15±1.06	37.6	3.25	18.3	6.96	6.9±0.46	0.90
Мрамор Уфалейский	6.55	37.6	1.70	18.3	6.05	6.9±0.46	0.90

Примечание.  $D$  — диаметр;  $t$  — толщина образца;  $r$  — радиус внутреннего отверстия;  $k_t$  — коэффициент концентрации упругих напряжений;  $K_{1c}$ ,  $\sigma_{tens}$  — трещиностойкость и прочность породы на растяжение, определенные методом бразильской пробы соответственно.

В [27, 29] рассмотрено несколько нелокальных моделей для описания разрушения балок из горных пород и геоматериалов. Установлено, что использование модели, аналогичной расчету балки по предельному состоянию для упругопластического материала, по сравнению с другими нелокальными моделями дает наибольшую сходимость максимального напряжения в крайнем слое балки с прочностью на растяжение. Такой подход к хрупким горным породам называется моделью с “пластическим участком”, и расчетное напряжение в крайнем слое балки в этой модели определяется по формуле

$$\sigma_{tens}^* = \sigma_{bend} \left( 1 + \frac{2\delta}{t} \left( 1 - \frac{\delta}{t} \right) \right)^{-1} \tag{2}$$

где  $\delta$  — структурный параметр [30].

Использование интегрального критерия В. В. Новожилова для описания разрушения дисков с центральным отверстием показало лучшее соответствие расчетной прочности горных пород в опасных точках и прочности, измеренной бразильским способом, по сравнению с другими известными нелокальными моделями разрушения [29]. Расчетное разрушающее напряжение  $\sigma_{tens}^*$  в опасных точках  $A$  (рис. 2) при раздавливании зерна с отверстием задается следующим соотношением:

$$\sigma_{tens}^* = \sigma_c \left( 1 + \frac{5a^3 + 4a^2\delta + a\delta^2}{(a + \delta)^3} \right). \tag{3}$$

Рассматривая уравнения (2) и (3) как систему с двумя неизвестными, можно определить структурный параметр  $\delta$  и прочность на растяжение  $\sigma_{tens}^*$ . О точности этого способа будем судить по степени совпадения вычисленного значения прочности на растяжение с измеренной прочностью из других испытаний. На рис. 3 показаны результаты применения процедуры определения искомых параметров. По уравнениям (2) и (3) с использованием измеренной прочности образцов на изгиб и в виде кернов с центральным отверстием построены зависимости прочности породы на растяжение  $\sigma_{tens}^*$  от  $\delta$ . Точка пересечения кривых дает искомые прочность породы на растяжение и размеры структурного элемента. Проверкой данного подхода является сравнение полученной величины прочности на растяжение с измеренной альтернативным методом (табл. 3).

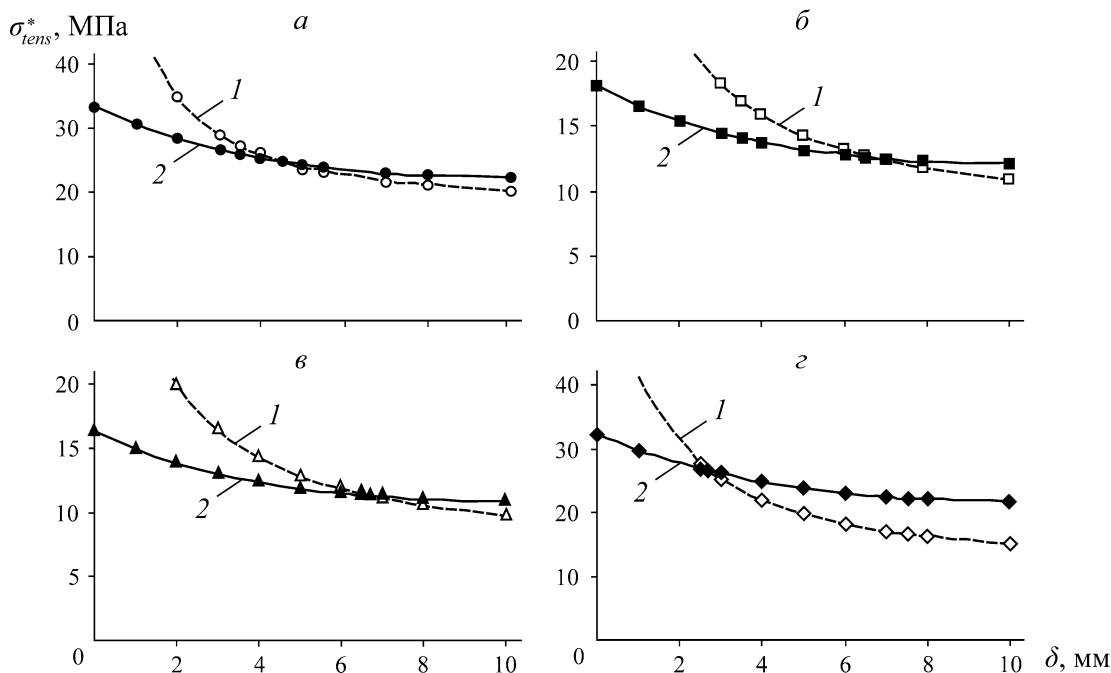


Рис. 3. Зависимость прочности на растяжение от структурного параметра для долерита (а), габбро-диорита (б), гранита (в) и габброида (г): 1 — диск с осевым отверстием; 2 — четырехточечный изгиб

Для мрамора результаты обработки испытаний диска с отверстием диаметром 6.5 мм и балки толщиной 18.3 мм отображены на рис. 4а, а для диска с осевым отверстием 3.5 мм и балки той же толщины представлены на рис. 4б. Видно, что полученный результат ( $\delta \approx 3$  мм и  $\sigma_{tens}^* \approx 12$  МПа) не является случайной ошибкой.

ТАБЛИЦА 3. Структурный параметр  $\delta$  и прочность на растяжение  $\sigma_{tens}^*$ , определенные по результатам испытания балок на четырехточечный изгиб и дисков с осевым отверстием, разрушенных по диаметру

Порода	$\sigma_{tens}^*$ , МПа	$\delta$ , мм	$\sigma_{tens}$ , МПа	$\sigma_{tens}^* / \sigma_{tens}$
Долерит	24.77	4.50	25.0 ± 1.85	0.99
Габброид	26.50	2.70	23.1 ± 2.28	1.14
Габбро-диорит	12.54	6.71	13.4 ± 1.05	0.94
Гранит	11.27	6.69	11.2 ± 0.85	1.00
Среднее значение и доверительный интервал				1.019 ± 0.106
Мрамор	11.77 – 12.00	2.50 – 3.00	6.9 ± 0.30	1.70 – 1.74

В табл. 3 приведены результаты обработки испытаний образцов горных пород в виде балок на четырехточечный изгиб и дисков с осевым отверстием на сдвливание по образующей. Показано отношение вычисленной прочности на растяжение к измеренной бразильским способом. Относительная прочность на растяжение подчиняется нормальному закону распределения вероятности разрушения, что позволяет определить среднее значение и доверительный интервал. Статистическая обработка для хрупких пород показала, что такое отношение близко к единице при малой погрешности. Это хорошее совпадение результатов испытаний, выполненных разными способами, но объединенных в рамках нелокальных моделей прочности, поэтому определение структурного параметра для данных пород можно считать достоверным.

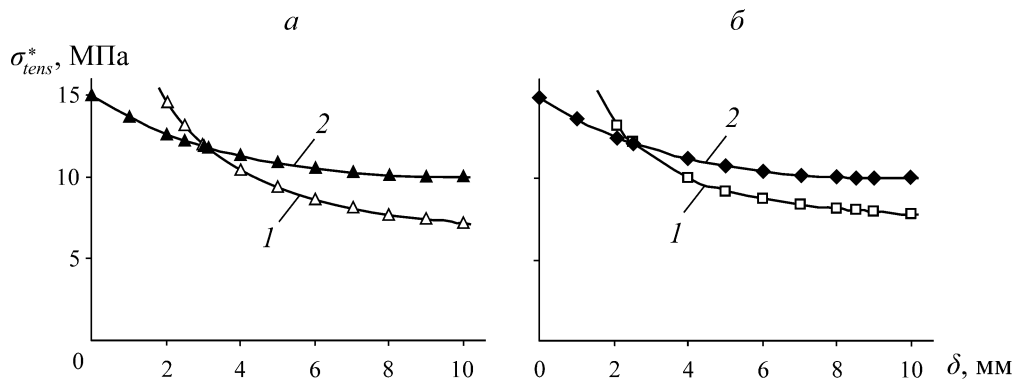


Рис. 4. Расчетная зависимость прочности мрамора от структурного параметра: 1 — диск с осевым отверстием диаметром 6.5 (а) и 3.4 мм (б); 2 — балка, четырехточечный изгиб

Из последней строки табл. 3 видно, что мрамор имеет высокое отношение вычисленной прочности к измеренной. Согласно табл. 1 отношение максимального напряжения в крайнем слое балки к прочности на растяжение для мрамора имеет величину 2.24, что не укладывается в модель с “пластическим участком” [27]. Таким образом, для пород, проявляющих пластические свойства, предложенный метод определения структурного параметра не применим.

Так как полученный размер структурного элемента намного больше зерна рассмотренных горных пород, необходимо соотнести его с характеристиками материала, используемым при описании сплошной среды. В [31] из соображений размерности предложено связать этот размер с отношением трещиностойкости среды к прочности на растяжение. В [7, 19, 27–29] предложена формула для определения структурного параметра:

$$\Delta = \frac{2}{\pi} \left( \frac{K_{1c}}{\sigma_{tens}} \right)^2.$$

Как видно из табл. 4, среднее значение отношения параметров  $\delta$  и  $\Delta$  близко к единице при большей погрешности, чем в случае определения прочности на растяжение. Все измеренные характеристики разрушения имеют погрешность 10 % и более. Погрешность расчетной  $\Delta$  примерно такая же, как погрешность, указанная в табл. 4. Совпадение значения структурного элемента  $\delta$  с  $\Delta$ , составленной из характерных параметров разрушения среды и имеющей размерность длины, позволяет говорить о структурном параметре  $\delta$  как характеристике среды, а не модели.

ТАБЛИЦА 4. Сравнение вычисленного структурного параметра  $\delta$  с размером  $\Delta$ , определенным из механических характеристик разрушения горных пород

Порода	$\sigma_{tens}$ , МПа	$K_{Ic}$ , МПа·м <sup>1/2</sup>	$\delta$ , мм	$\Delta$ , мм	$\delta / \Delta$
Долерит	25.0±1.85	2.06	4.50	4.3	1.04
Габброид	23.1±2.28	2.00	2.70	4.8	0.58
Габбро-диорит	13.4±1.05	1.25	6.71	5.5	1.21
Гранит	11.2±0.85	1.14	6.69	6.6	1.01
Среднее значение и доверительный интервал					0.96±0.32

## ВЫВОДЫ

Проведенные испытания образцов горных пород в неоднородных полях напряжений и обработка результатов с привлечением нелокальных моделей разрушения позволили установить размер структурного параметра для ряда хрупких горных пород. Проверка достоверности результатов предложенного способа определения характеристик разрушения горных пород — совпадение расчетной прочности на растяжение с прочностью на растяжение, измеренной бразильским способом. Показано, что структурный параметр представляет характеристику среды, размерностью длины, составленную из прочностных свойств материала.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Нейбер Г.** Концентрация напряжений. — М.: Гостехиздат, 1947. — 204 с.
2. **Новожилов В. В.** О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // ПММ. — 1969. — Т. 33. — Вып. 2. — С. 212–222.
3. **Lajtai E. Z.** Effect of tensile stress gradient on brittle fracture initiation, J. Rock Mech. and Min. Sci., 1972, Vol. 9. — P. 569–578.
4. **Waddoups M. E., Eisenmann J. R., and Kaminski B. E.** Macroscopic fracture mechanics of advanced composite materials, J. Compos. Mater., 1971, Vol. 5, No. 4. — P. 446–454.
5. **Seweryn A. and Mroz Z.** A non-local stress failure condition for structural elements under multiaxial loading, J. Eng. Fracture Mech., 1995, Vol. 51, No. 6. — P. 955–973.
6. **Carter B. J.** Size and stress gradient effects on fracture around cavities, J. Rock Mech. and Rock Eng., 1992, Vol. 25, No. 3. — P. 167–186.
7. **Корнев В. М.** Обобщенный достаточный критерий прочности. Описание зоны предразрушения // ПМТФ. — 2002. — Т. 43. — № 5. — С. 153–161.
8. **Lecampion B.** Modeling size effects associated with tensile fracture initiation from a wellbore, J. Rock Mech. and Min. Sci., 2012, Vol. 56. — P. 67–76.
9. **Кургузов В. Д., Корнев В. М.** Построение диаграмм квазихрупкого и квазивязкого разрушения материалов на основе необходимых и достаточных критериев // ПМТФ. — 2013. — Т. 54. — № 1. — С. 179–194.
10. **Taylor D.** The theory of critical distances applied to multiscale toughening mechanisms, J. Eng. Fract. Mech., 2019, Vol. 209. — P. 392–403.
11. **Carter B. J., Laitaj E. Z., and Yuan Y.** Tensile fracture from circular cavities loaded in compression, J. Fract., 1992, Vol. 57, No. 3. — P. 221–236.

12. **Mikhailov S. E.** A functional approach to non-local strength condition and fracture criteria, *J. Eng. Fract. Mech.*, 1995, Vol. 52, No. 4. — P. 731–754.
13. **Isupov L. P. and Mikhailov S. E.** A comparative analysis of several nonlocal fracture criteria, *J. Arch. Appl. Mech.*, 1998, Vol. 68, No. 9. — P. 597–612.
14. **Трапездников Л. П.** Температурная трещиностойкость массивных бетонных конструкций. — М.: Энергоатомиздат, 1986. — 272 с.
15. **Xia S., Takezono S., and Tao K.** A nonlocal damage approach to analysis of the fracture process zone, *J. Eng. Fract. Mech.*, 1994, Vol. 48, No. 1. — P. 41–51.
16. **Афанасьев Н. Н.** Статистическая теория усталостной прочности металлов. — Киев: АН УССР, 1953. — 128 с.
17. **Новопашин М. Д., Сукнев С. В., Иванов А. М.** Уругопластическое деформирование и предельное состояние элементов конструкций. — Новосибирск: Наука, 1995. — 112 с.
18. **Харлаб В. Д., Минин В. А.** Критерий прочности, учитывающий влияние градиента напряженного состояния // Исследования по механике строительных конструкций и материалов. — Л.: Ленинградский инж.-строит. ин-т, 1989. — С. 53–57.
19. **Леган М. А.** Определение разрушающей нагрузки, места и направления разрыва с помощью градиентного подхода // ПМТФ. — 1994. — Т. 35. — С. 117–124.
20. **Whitney J. M. and Nuismer R. J.** Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations, *J. Compos. Mater.*, 1974, Vol. 8, No. 4. — P. 253–265.
21. **Ефимов В. П.** Определение прочности горных пород на растяжение по результатам испытаний дисковых образцов с центральным отверстием // ФТПРПИ. — 2016. — № 5. — С. 54–60.
22. **Yao W., Xia K., and Li X.** Non-local failure theory and two-parameter tensile strength model for semi-circular bending tests of granitic rocks, *J. Rock Mech. and Min. Sci.*, 2018, Vol. 110. — P. 9–18.
23. **Ewing P. D. and Williams J. G.** The fracture of spherical shells under pressure and circular tubes with angled cracks in torsion, *J. Fract.*, 1974, Vol. 10, No. 4. — P. 537–544.
24. **Maiti S. K. and Smith R. A.** Comparison of the criteria for mixed mode brittle fracture based on the preinstability stress-strain field. Part 1: Slit and elliptical cracks under uniaxial tensile loading, *J. Fract.*, 1983, Vol. 23, No. 4. — P. 281–295.
25. **Sapora A., Torabi A. R., Etesam S., and Cornetti P.** Finite fracture mechanics crack initiation from a circular hole, *J. Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, 2018, Vol. 41, No. 7. — P. 1627–1636.
26. **Сукнев С. В.** Экспериментальное обоснование нелокальных критериев разрушения геоматериалов при неравнокомпонентном сжатию пластин с круговым отверстием // ФТПРПИ. — 2015. — № 3. — С. 17–24.
27. **Ефимов В. П.** Определение прочности на растяжение по результатам измерений изгибной прочности горных пород // ФТПРПИ. — 2011. — № 5. — С. 46–53.
28. **Ефимов В. П.** Применение интегрального критерия разрушения для определения прочности на растяжение и трещиностойкости горных пород // ФТПРПИ. — 2019. — № 3. — С. 44–52.
29. **Ефимов В. П.** Испытания горных пород в неоднородных полях растягивающих напряжений // ПМТФ. — 2013. — Т. 54. — № 5. — С. 199–209.
30. **Тимошенко С. П.** Соппротивление материалов. Т. 2. — М.: Наука, 1965. — 469 с.
31. **Черепанов Г. П.** Механика хрупкого разрушения. — М.: Наука, 1974. — 640 с.

*Поступила в редакцию 24/V 2020  
После доработки 02/VII 2020  
Принята к публикации 09/VII 2020*